Séminaire de théorie des nombres de Grenoble

Jean Marc Fontaine

Corps de séries formelles et extensions galoisiennes des corps locaux

Séminaire de théorie des nombres de Grenoble, tome 1 (1971-1972), p. 28-38
<http://www.numdam.org/item?id=STNG_1971-1972__1__28_0>

CORPS DE SERIES FORMELLES ET EXTENSIONS GALOISIENNES DES CORPS LOCAUX

par Jean Marc FONTAINE le 15.12.71

Lorsque l'on étudie les groupes d'automorphismes des corps de séries formelles, on constate de grandes analogies avec les propriétés des groupes de Galois des extensions galoisiennes des corps locaux. On peut se demander s'il n'existe pas des liens entre ces deux sortes de groupes.

Soit L une extension galoisienne d'un corps local K, de groupe de Galois G. Le but de cet exposé est de montrer comment, lorsque l'extension L/K est d'un type particulier (les extensions "arithmétiquement profinies"), on peut lui associer canoniquement un corps de séries formelles Λ sur lequel G opère fidèlement. Le groupe G est ainsi canoniquement isomorphe à un groupe d'automorphismes de Λ et cet isomorphisme est un isomorphisme de groupes filtrés.

1. EXTENSIONS GALOISIENNES DES CORPS LOCAUX.

Dans cet exposé, on appelle corps local un corps muni d'une valuation discrète pour laquelle il est complet, dont le corps résiduel est parfait de caractéristique $p \neq 0$. Si K est un corps local, on note A_K l'anneau des entiers de K, p_K l'idéal maximal de A_K, $\tilde{K} = A_K/p_K$ le corps résiduel et v_K la valuation de K normalisée par $v_K(K^*) = \mathbb{Z}$.

1.1. Extensions galoisiennes finies.

Soit L une extension finie galoisienne d'un corps local K. Soit $G = \mathrm{Gal}(L/K)$. Pour tout entier $i \geq -1$, on note G_i le i-ème groupe de ramification de l'extension (cf. [4], p. 70). Si i est un nombre réel ≥ -1, et si i' est le plus petit entier $\geq i$, on pose $G_i = G_{i'}$. On note alors $\varphi_{L/K} = \varphi$ l'application de $[-1,+\infty[$ dans lui-même définie par

$$\varphi_{L/K}(i) = \int_0^i dx/(G_0:G_x) \quad (\text{avec } (G_0:G_x) = 1/(G_x:G_0) \quad \text{si} \quad x < 0) .$$

On note $\psi_{L/K} = \psi$ la fonction inverse. On définit alors la filtration de G en numérotation supérieure, en posant, pour tout nombre réel $u \geq -1$,

$$G^u = G_{\psi(u)} \quad (\text{cf. } [4], \text{ p.81}).$$

Si H est un sous-groupe de G et si K' est le corps fixe de H, l'extension L/K' est galoisienne, de groupe de Galois H, et on a

$$H_i = G_i \cap H .$$

Si H est invariant et si $\bar{G} = G/H$, l'extension K'/K est galoisienne, de groupe de Galois $\bar{G}$, et on a

$$\bar{G}^u = G^u H/H \quad (\text{th. de Herbrand, cf. } [4], \text{ prop.14, p.81}).$$

1.2. Extensions galoisiennes infinies.

Si maintenant L est une extension galoisienne quelconque (non nécessairement finie) du corps local K, alors le groupe de Galois $G = \mathrm{Gal}(L/K)$ est la limite projective des $\mathrm{Gal}(K'/K)$, pour K' parcourant l'ensemble des extensions finies galoisiennes de K contenues dans L.

La filtration en numérotation supérieure est définie sur chaque quotient fini de G et, d'après le théorème de Herbrand, elle est compatible avec le système projectif. On peut donc définir sur G une filtration en posant, pour $u \geq -1$,

$$G^u = \varprojlim \bar{G}^u$$

(pour $\bar{G}$ parcourant l'ensemble des quotients finis de G).

Le groupe G^o est le groupe d'inertie de l'extension et, avec des notations évidentes

$$G^o = \varprojlim \bar{G}^o \quad .$$

Le groupe G^o est muni de sa topologie naturelle de groupe profini. Or on a aussi :

$$G^o = \varprojlim G^o/G^u \quad (\text{pour} \quad u \to \infty) ,$$

ce qui définit une autre topologie sur G^o (les G^u forment un système fondamental de voisinages ouverts de l'élément neutre), qui est plus fine que la topologie profinie. Ces deux topologies ne coïncident pas en général (par exemple, lorsque L est un clôture séparable de K).

Il est clair que pour que ces deux topologies coïncident, il faut et il suffit que, pour tout $u \geq 0$, G^u soit d'indice fini dans G^o. S'il en est ainsi, on dira que l'extension L/K est arithmétiquement profinie ou APF.

Remarque : La plupart des extensions que l'on rencontre de manière "effective" sont APF : c'est le cas des extensions finies, des extensions abéliennes ou des extensions totalement ramifiées des corps locaux à corps résiduel fini, et des extensions dont le groupe d'inertie est un groupe de Lie p-adique (cf. [2], pour ce dernier résultat).

Si L/K est une extension APF, on peut définir les groupes de ramification, en numérotation inférieure de l'extension, i.e. les G_i (l'application $x \to (G^o:G^x)$ de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}_+$ est définie ; on peut poser $\psi(u) = \int_0^u (G^o:G^x)dx$, pour tout $u \geq 0$. Si on note φ la fonction inverse de ψ, on a $G_i = G^{\varphi(i)}$ pour $i \geq 0$ et $G_i = G^o$ pour $-1 < i < 0$).

Remarque : Pour tout $i \geq 0$, G_i est d'indice fini dans $G^o = G_o$ et $G_o = \varprojlim G_o/G_i$. Sur chaque G_o/G_i, la filtration en numérotation inférieure est définie et $G_i = \varprojlim_j (G/G_j)_i$ (cf. [4], cor. à la prop. 3, p. 71).

Enfin, si l'extension L/K est APF :

- si K' est une extension finie de K contenue dans L, alors L/K' est APF et si $G' = Gal(L/K')$, on a $G'_i = G_i \cap G'$ pour tout i ;

- si H est un sous-groupe invariant de G, et si L' est le corps fixe de H, alors l'extension galoisienne L'/K est APF et $(G/H)^u = G^uH/H$ pour tout u.

1.3. Nombres de ramification.

- On appelle nombres de ramification d'une extension APF, de groupe de Galois G, les nombres réels $i > 0$ tels que $G_i \neq G_{i+\varepsilon}$, pour tout $\varepsilon > 0$ En fait ce sont des entiers congrus entre eux modulo la caractéristique du corps résiduel.

- On appelle <u>nombres supérieurs de ramification</u> d'une extension galoisienne d'un corps local, de groupe de Galois G, les nombres réels $u > 0$ tels que $G^u \neq G^{u+\epsilon}$, pour tout $\epsilon > 0$. Si l'extension est APF ce sont des nombres rationnels ; si l'extension est abélienne ce sont des entiers (th. de Hasse-Arf).

2. AUTOMORPHISMES DES CORPS DE SERIES FORMELLES.

Soit Λ un corps local de caractéristique p ($\neq 0$), de corps résiduel k. Posons $v = v_\Lambda$. Soit Γ le groupe des automorphismes de Λ et soit Γ_o le sous-groupe de Γ formé des k-automorphismes de Λ.

Si X est une uniformisante de Λ (i.e. si $v(X) = 1$), Λ s'identifie à $k((X))$.

L'image de X par un élément quelconque de Γ est encore une uniformisante. Réciproquement, étant donné une uniformisante $X' = \sum_{n=1}^{\infty} a_n X^n$ ($a_n \in k$ $a_1 \neq 0$) de Λ, il existe un et un seul $s \in \Gamma_o$ tel que $s(X) = X'$.

On peut munir Γ d'une filtration en posant :

$$i_\Gamma(s) = \begin{cases} -1 & \text{si } s \notin \Gamma_o \\ v((sX-X)/X) & \text{si } s \in \Gamma_o - \{1\} \\ +\infty & \text{si } s = 1 . \end{cases}$$

et la fonction i_Γ est indépendante du choix de l'uniformisante X. Pour tout nombre réel $i \geq -1$, posons $\Gamma_i = \{s \in \Gamma \mid i_\Gamma(s) \geq i\}$; on voit que cette définition est compatible avec la définition déjà donnée de Γ_o, que les Γ_i forment une suite décroissante de sous-groupes invariants de Γ et que Γ s'identifie à la limite projective des Γ/Γ_i.

Si G est un sous-groupe de Γ, on pose $G_i = \Gamma_i \cap G$. Si G est un sous-groupe fermé de Γ, $G = \varprojlim G/G_i$

On dira qu'un sous-groupe fermé G de Γ <u>est APF</u> si, pour tout $i \geq 0$, G_i est d'indice fini dans G_o (c'est toujours le cas si k est fini).

Si G est un sous-groupe APF de Γ, on peut définir la fonction

$\varphi_G = \varphi$ de R_+ dans R_+ par $\varphi(i) = \int_0^i dx/(G_0 : G_x)$ et sa fonction inverse $\psi_G = \psi$. On peut alors munir G d'une filtration en numérotation supérieure en posant :

$$G^u = \begin{cases} G & \text{pour } -1 \leq u < 0 \\ G_{\psi(u)} & \text{pour } u \geq 0 \ . \end{cases}$$

Si G est un sous-groupe fini de Γ , il est APF et, si Λ^G est le corps fixe de G , Λ est une extension finie galoisienne du corps local Λ^G , dont le groupe de Galois est G . De plus les filtrations des G_i et des G^u coïncident avec les filtrations définies dans le §1 .

Dans le cas général (G APF , non nécessairement fini), on constate certaines analogies avec les propriétés de G , muni de sa filtration, et celles des groupes de Galois des extensions galoisiennes APF des corps locaux :

1) - Le groupe G/G_0 s'identifie au groupe de Galois d'une extension galoisienne du corps résiduel ;
   - Le groupe G_0/G_1 est cyclique d'ordre premier à p ;
   - Pour i entier ≥ 1 , G_i/G_{i+1} est abélien de type $(p, p, \ldots, p)$.

2) Si G' est un sous-groupe de G , on a $G'_i = G_i \cap G'$.

3) Analogue du théorème de Herbrand : si H est un sous-groupe fini invariant de G , alors $\bar{G} = G/H$ s'identifie à un groupe d'automorphismes du corps local Λ^H et on a $\bar{G}^u = G^u H/H$.

4) La propriété suivante "les entiers i tels que $G_i \neq G_{i+1}$ sont congrus entre eux modulo p " n'est pas vraie en général, mais elle l'est "fréquemment" (en particulier, lorsque G est abélien).

5) Il semble raisonnable de conjecturer que le théorème de Hasse-Arf (si G est abélien, les nombres supérieurs de ramification sont entiers) est encore vrai. On le sait si G est fini ou si G est isomorphe à $\mathbb{Z}_p$ (cf. [3]).

3. CORPS DE SERIES FORMELLES ASSOCIE A UNE EXTENSION APF.

Dans tout ce paragraphe, on note K un corps local à corps résiduel parfait de caractéristique p ($\neq 0$) et L une extension galoisienne APF de K. On note G le groupe de Galois de l'extension.

3.1. Supposons le groupe d'inertie G_o fini. Soit $\hat{L}$ le complété de L (si G/G_o est fini, $\hat{L} = L$). Soit π une uniformisante de $\hat{L}$. Alors tout élément s de G_o est complètement déterminé par la donnée de $s(\pi)$ et on peut écrire $s(\pi)$ d'une manière et d'une seule sous la forme

$$s(\pi) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \pi^n$$ (les a_n appartenant au système de représentants multiplicatifs du corps résiduel de L dans $\hat{L}$).

On se propose de montrer que, si maintenant G_o n'est pas fini, on peut identifier de manière canonique G à un groupe d'automorphismes d'un corps de séries formelles.

3.2. Nous aurons besoin du résultat suivant :

Lemme.

Soit K un corps local et soit L une extension galoisienne finie totalement ramifiée ayant un seul nombre de ramification i (> 0). Soit N la norme de L à K. Soit r un entier $\leq (p-1)i/p$.

i) on a $N(\alpha+\beta) \equiv N(\alpha) + N(\beta) \pmod{\mathfrak{p}_K^r}$, pour $\alpha, \beta \in A_L$;

ii) pour tout a dans A_K, il existe $\alpha \in A_L$ tel que $N(\alpha) \equiv a \pmod{\mathfrak{p}_K^r}$.

Le principe de la démonstration est le suivant :

- l'assertion (ii) est une conséquence immédiate des propriétés de la norme étudiées dans [4] (chap. 5, §6).

- pour démontrer (i), il suffit de vérifier que, si $\gamma \in A_L$, alors $N(1+\gamma) \equiv 1 + N(\gamma) \pmod{\mathfrak{p}_K^r}$. On se ramène immédiatement au cas où L/K est cyclique de degré p, auquel cas on sait (cf. [4], lemme 5, p. 91) que $N(1+\gamma) \equiv 1 + N(\gamma) \pmod{Tr_{L/K}(A_L)}$ et on vérifie que la trace de L à K de A_L est contenue dans $\mathfrak{p}_K^r$.

3.3. Construction d'un anneau de séries formelles associé à l'extension L/K .

On suppose désormais que G_o n'est pas fini.

Pour tout entier $i \geq 1$, soient L_i le corps fixe de G_i , A_i l'anneau des entiers de L_i , $\underline{p}_i$ l'idéal maximal de A_i . Donnons-nous une suite d'entiers $r_1, r_2, \ldots, r_n, \ldots$ vérifiant

a) $r_i \leq (p-1)i/p$;

b) $r_{i+1} \geq r_i$;

c) $r_i \to \infty$ quand $i \to \infty$.

(une telle suite existe : par exemple, on peut prendre $r_i = [(p-1)i/p])$.

Pour $i \geq 1$, posons $\overline{A}_i = A_i/\underline{p}_i^{r_i}$.

Pour $i \geq 1$, la norme de L_{i+1} à L_i définit, par passage au quotient, une application $\nu_i : \overline{A}_{i+1} \to \overline{A}_i$ (puisque la norme de $\underline{p}_{i+1}^{r_{i+1}}$ est $\underline{p}_i^{r_{i+1}}$ qui est contenue dans $\underline{p}_i^{r_i}$, d'après b)). Cette application est, comme la norme, multiplicative. D'après la première partie du lemme, la condition a) implique qu'elle est aussi additive. Finalement ν_i est un homomorphisme d'anneaux. Posons

$$A_\Lambda = \varprojlim \overline{A}_i \ .$$

3.4. Structure de A_Λ .

Pour tout i , soit v_i la valuation de L_i normalisée par $v_i(L_i^*) = \underset{\sim}{Z}$. Tout élément a de A_Λ provient d'une suite d'éléments

$$(a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots) \quad \text{avec} \quad a_i \in A_i \quad \text{et} \quad N_{L_{i+1}/L_i}(a_{i+1}) \equiv a_i \pmod{\underline{p}_i^{r_i}} \ .$$

Posons

$$v(a) = \begin{cases} +\infty & \text{si} \quad a = 0 \\ \lim\limits_{i\to\infty} v_i(a_i) & \text{si} \quad a \neq 0 \end{cases}$$

(Cette limite existe car

- si pour tout i , $a_i \in \underline{p}_i^{r_i}$, alors $a = 0$;
- s'il existe un entier n tel que $a_n \notin p_n^{r_n}$, il est immédiat que, pour tout $i \geq n$, $v_i(a_i) = v_n(a_n)$;

et le nombre entier ainsi obtenu ne dépend pas du choix des représentants des a_i).

Proposition.

L'application v munit A_Λ d'une structure d'anneau de valuation discrète pour laquelle il est complet. Sa caractéristique est p . Son corps résiduel est isomorphe au corps résiduel k de A_L et on a $v(A_\Lambda^*) = \mathbb{N}$ (en particulier, si X est un élément de A_Λ tel que $v(X) = 1$, A_Λ peut s'identifier à l'anneau $k[[X]]$ des séries formelles à coefficients dans k).

Démonstration :

i) Si a provient de $(a_1,a_2,\ldots)$, pa provient de $(pa_1,pa_2,\ldots)$. Si on pose $e_i = v_i(p)$, on a $v_i(pa_i) \geq e_i \geq (p-1)i/p$ (cf. [4], ex.3, p. 79), donc $pa_i \in \underline{p}_i^{r_i}$, pour tout i , et $pa = 0$.

ii) Montrons que v est bien une valuation : on a déjà vu que $v(a) = +\infty$ si et seulement si $a = 0$. Soient a et b des éléments de A_Λ ; supposons que a (resp. b) soit l'image de $(a_1,a_2,\ldots,a_i,\ldots)$ (resp. $(b_1,b_2,\ldots,b_i,\ldots)$) :

- ou bien, pour tout i , $a_i+b_i \in \underline{p}_i^{r_i}$ et $a+b = 0$; en particulier $v(a+b) \geq \min\{v(a),v(b)\}$;

- ou bien il existe un entier n tel que $a_n+b_n \notin \underline{p}_n^{r_n}$ et le fait que $v_n(a_n+b_n) \geq \min\{v_n(a_n),v_n(b_n)\}$ entraîne que $v(a+b) \geq \min\{v(a),v(b)\}$.

De même, si a et b sont différents de zéro et si $v(a) = m$, $v(b) = m'$, alors pour i suffisamment grand $v_i(a_i) = m$, $v_i(b_i) = m'$ et $v_i(a_ib_i) = m+m' < r_i$, puisque les r_i tendent vers l'infini. Pour un tel i , $a_ib_i \notin \underline{p}_i^{r_i}$ et $v(ab) = v_i(a_ib_i) = m+m' = v(a) + v(b)$.

iii) Si $a^{(n)}$ est une suite de Cauchy d'éléments de A_Λ , il est clair que, pour chaque i , pour n suffisamment grand, la projection $\bar{a}_i$ de $a^{(n)}$ sur $\bar{A}_i$ ne dépend pas de n . La famille des $\bar{a}_i$ définit un élément a de A qui est la limite de la suite des $a^{(n)}$ et A_Λ est complet.

iv) Il est clair que $v(A_\Lambda^*) \subset \mathbb{N}$ car $v(A_i^*) = \mathbb{N}$, pour tout i . Le fait que $v(A_\Lambda^*) = \mathbb{N}$ résulte de ce que la condition a) implique (deuxième partie du lemme) que les applications ν_i sont toutes surjectives.

v) Soit, pour tout $i \geq 1$, $\hat{A}_i$ le complété de A_i. Soit $\hat{\underline{p}}_i$ l'idéal maximal de $\hat{A}_i$. Il est clair que $\hat{A}_i/\hat{\underline{p}}_i^{r_i}$ s'identifie canoniquement à $A_i/p_i^{r_i}$. Pour tout $i \geq 1$, posons $e_i = (G_1:G_i)$. Pour tout λ dans k et pour tout i, soit λ_i l'unique élément de k tel que $\lambda_i^{e_i} = \lambda$. Soit $\hat{\lambda}_i$ le représentant multiplicatif de λ_i dans $\hat{A}_i$ et soit $\bar{\lambda}_i$ son image dans $\bar{A}_i$. Il est clair que $\varphi(\lambda) = (\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \ldots, \bar{\lambda}_i, \ldots)$ est un élément de A_Λ, que l'application φ de k dans A_Λ est un homomorphisme non nul et que $\lambda \neq 0$ implique $v(\varphi(\lambda)) = 0$. Enfin, il est immédiat que, pour tout a dans A_Λ, il existe $\lambda \in k$ tel que $v(a-\varphi(\lambda)) > 0$. On en déduit que le corps résiduel de A_Λ est isomorphe à k.

Dans toute la suite, on notera Λ le corps des fractions de A_Λ.

Remarque : la construction de Λ est canonique, c'est-à-dire que, si on construit un autre corps Λ' à partir d'une suite d'entiers $r'_1, r'_2, \ldots$ vérifiant les conditions a), b) et c), on vérifie que Λ et Λ' sont canoniquement isomorphes.

3.5. Action de G sur Λ.

Théorème.

Le groupe G opère fidèlement sur Λ et s'identifie ainsi à un groupe d'automorphismes de Λ, qui est APF. De plus les filtrations de G, comme groupe de Galois d'une extension APF d'un corps local et comme groupe APF d'automorphismes de Λ coïncident.

Démonstration : Le groupe G opère sur chaque A_i, donc aussi sur chaque $\bar{A}_i$ car $s(\underline{p}_i^{r_i}) = \underline{p}_i^{r_i}$, pour tout s dans G. L'invariance des G_i dans G entraîne que, pour tout s dans G, pour tout i et pour tout a_{i+1} dans A_{i+1}, on a $N_{L_{i+1}/L_i}(s(a_{i+1})) = s(N_{L_{i+1}/L_i}(a_{i+1}))$. On en déduit que l'action de s commute aux applications ν_i et que, par conséquent, G opère sur $\varprojlim \bar{A}_i = A_\Lambda$ et aussi sur Λ.

Si X est une uniformisante de Λ, X provient d'un élément de la forme $(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n, \ldots)$ avec π_n uniformisante de A_n.

Si $s \notin G_o$, s n'opère pas trivialement sur k et, par conséquent, son image dans le groupe des automorphismes de Λ n'est pas un k-automorphisme.

Si $i \geq 1$ et si $s \in G_i - G_{i+1}$ (filtration du groupe de Galois), alors, pour $n > i$, $v_n((s-1)\pi_n) = i+1$ (cf. [4], cor. à la prop.3, p.71). Pour n suffisamment grand, on a $r_n > i+1$ et, par conséquent, $v((s-1)X) = i+1$ ou encore $v((s-1)X/X) = i$. Par conséquent, les deux filtrations sont les mêmes et, en particulier, G opère fidèlement.

3.6. Exemple.

Donnons, pour terminer, un exemple : $K = \mathbb{Q}_p$ et L = corps engendré sur $\mathbb{Q}_p$, dans une clôture algébrique de $\mathbb{Q}_p$, par toutes les racines de l'unité d'ordre une puissance de p . Pour tout entier $n \geq 0$, soit L^n le corps des racines p^n-ièmes de l'unité. On a

$$L^o = L_o = K = Q_p ,$$
$$L^1 = L_1 = \dots = L_{p-1} ,$$
$$L^2 = L_2 = \dots = L_{p^2-1} ,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$L^n = L_{p^{n-1}} = \dots = L_{p^n-1} ,$$

soit $(\varepsilon', \varepsilon'', \dots, \varepsilon^{(n)}, \dots)$ une suite d'éléments de L tels que :

$$(\varepsilon')^p = 1 \quad , \quad \varepsilon' \neq 1$$
$$(\varepsilon^{(n+1)})^p = \varepsilon^{(n)} \quad , \text{ pour } n \geq 1 .$$

Pour $p^{n-1} \leq i \leq p^n - 1$, posons $\pi_i = \varepsilon^{(n)} - 1$. Alors on montre que, si X désigne l'image dans A de $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots)$, $\Lambda = \mathbb{F}_p((X))$.

Le groupe de Galois de l'extension L/K s'identifie au groupe U_p des unités p-adiques et si, pour tout $u \in U_p$, s_u désigne l'unique élément de $Gal(L/K)$ tel que $s_u(\varepsilon^{(n)}) = (\varepsilon^{(n)})^u$, pour tout n , on vérifie que

$$s_u(X) = (1+X)^u - 1 .$$

Remarque : cette situation se généralise au cas où K est une extension finie de $\mathbb{Q}_p$ et L est l'extension de K engendrée par les points d'ordre fini d'un groupe formel de Lubin-Tate.

3.7. Remarque.

Soit G un groupe APF d'automorphismes d'un corps de séries formelles Λ, de caractéristique p. On peut se demander à quelles conditions il existe une extension galoisienne APF d'un corps local dont le groupe de Galois s'identifie à G par la construction qui précède.

On peut conjecturer que la condition $\limsup i/(G_o:G_i) \neq 0$ est suffisante et on peut montrer que si $\limsup i/(G_o:G_i) = +\infty$, alors il existe une extension galoisienne APF d'un corps local de caractéristique p qui répond à la question.

La restriction $\limsup i/(G_o:G_i) \neq 0$ est raisonnable car on peut montrer (cf. [2], dans le cas d'inégale caractéristique) que si L est une extension galoisienne d'un corps local K dont le groupe d'inertie est un groupe de Lie p-adique, alors elle est satisfaite. De plus, dans ces conditions les $i/(G_o:G_i)$ sont bornés si et seulement si K est de caractéristique 0.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] - FONTAINE J.M. - "Un résultat de Sen sur les automorphismes des corps locaux". Séminaire Delange-Pisot-Poitou, 11e année, 1969-70, n°6.

[2] - SEN S. - "Ramification in p-adic Lie Extensions (à paraître aux Inventiones Mathematicae).

[3] - SEN S. - "On automorphisms of local fields". Annals of Math. t.90, 1969, p. 33-46.

[4] - SERRE J.P. - "Corps locaux". Paris, Hermann 1968 (2e édition).