

MICHEL MENDÈS FRANCE

Sur le calcul d'une moyenne de Weyl

Séminaire de théorie des nombres de Bordeaux (1969-1970), exp. n° 1, p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=STNB_1969-1970___A1_0

© Université Bordeaux 1, 1969-1970, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de théorie des nombres de Bordeaux implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LE CALCUL D'UNE MOYENNE DE WEYL

par

Michel MENDES FRANCE

-:-:-:-

Ceci est un résumé de [2] :

Soit $n \geq 0$ un entier écrit en base 2 :

$$n = \sum_{p=0}^{\infty} e_p(n) 2^p .$$

On lui associe le nombre

$$\lambda_n(c) = \sum_{p=0}^{\infty} e_p(n) c_p$$

où $c \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ est donné. On montre :

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \exp 2i\pi \lambda_k(c) \right| = \prod_{p=0}^{\infty} |\cos \pi c_p| . \quad (1)$$

On en déduit les résultats suivants :

(i) Si $\sum_{\alpha_s} \frac{1}{2} < \infty$, alors $B_1 = \cup (\alpha_s \mathbb{Z}^*)$ est un ensemble normal.

En particulier, soit $B \subset \mathbb{Z}^*$. Une condition nécessaire et suffisante pour que B soit normale est que pour tout $q \in \mathbb{Z}^*$, on ait $qB \subset B$ et $0 \notin B$ (On retrouve ainsi les résultats de [1]).

(ii) Si β_1, β_2, \dots sont des réels non nuls, $B_i = \bigcap_j (\mathbb{R} - \beta_j \mathbb{Q})$ est normal, et de même $B_1 \cup B_2$.

Ces deux résultats ont été améliorés indépendamment par Rauzy [4] et Zame [5] (la condition $\sum_s \frac{1}{2} < \infty$ est superflue).

Quant à la formule (1), elle sert de point de départ à de nouvelles recherches [3].

-:-:-

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DRESS F. et MENDES FRANCE M. - Caractérisation des ensembles normaux dans \mathbb{Z}^* . Acta Arithmética, 17, 1970, p. 115-120.
- [2] MENDES FRANCE M. - La réunion des ensembles normaux. Journal of number theory, 2, 1970, 345-351.
- [3] MENDES FRANCE M. - Les suites à spectre vide et la répartition (mod 1). Journal of number theory, à paraître.
- [4] RAUZY G. - Caractérisation des ensembles normaux. Bull. Soc. math. France, 98, 1970, p. 401-414.
- [5] ZAME A. - On normal sets of numbers. (à paraître).

-:-:-

Université de Bordeaux I
U. E. R. de mathématiques et informatique
351, cours de la Libération
33 - TALENCE