SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

GÉRARD BEN AROUS

MICHEL LEDOUX

Grandes déviations de Freidlin-Wentzell en norme höldérienne

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 28 (1994), p. 293-299

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1994__28__293_0>

GRANDES DÉVIATIONS DE FREIDLIN-WENTZELL EN NORME HÖLDERIENNE

G. Ben Arous et M. Ledoux

RÉSUMÉ. — *Nous démontrons que le principe de grandes déviations de M. Freidlin et A. Wentzell sur les petites perturbations de systèmes dynamiques peut être étendu à la topologie hölderienne d'indice* α *pour tout* $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

Freidlin-Wentzell large deviations in Hölder norm

ABSTRACT. — *We prove that the Freidlin-Wentzell large deviation principle for small perturbations of dynamical systems can be extended to the Hölder topology of index* α *for all* $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

Soient, sur $\mathbb{R}^d$, un champ σ de matrices $d \times p$ et un champ b de vecteurs uniformément lipschitziens et uniformément bornés; soient en outre des champs de vecteurs b_ε, $\varepsilon > 0$, convergeant uniformément vers b. On désigne par X_ε^x, $\varepsilon > 0$, $x \in \mathbb{R}^d$, la solution de l'équation différentielle stochastique d'Itô

$$X_\varepsilon^x(t) = x + \varepsilon \int_0^t \sigma\big(X_\varepsilon^x(s)\big)\, dW(s) + \int_0^t b_\varepsilon\big(X_\varepsilon^x(s)\big)\, ds, \quad 0 \le t \le 1,$$

où W est un mouvement brownien à valeurs dans $\mathbb{R}^p$. Dans leur article fondamental, M. Freidlin et A. Wentzell [F-W1] (*voir* aussi [F-W2]) établissent des estimations asymptotiques des probabilités $\mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\}$ lorsque ε tend vers 0. Ils démontrent le principe de grandes déviations suivant: soit $C_x([0,1];\mathbb{R}^d)$ l'espace des fonctions continues sur $[0,1]$ à valeurs dans $\mathbb{R}^d$ et issues de x muni de la topologie de la norme uniforme $\|\cdot\|$; alors, pour tout x de $\mathbb{R}^d$ et tout partie borélienne A de $C_x([0,1];\mathbb{R}^d)$,

$$-\Lambda(\mathring{A}) \le \liminf_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} \le \limsup_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} \le -\Lambda(\bar{A})$$

où $\mathring{A}$ et $\bar{A}$ désignent respectivement l'intérieur et l'adhérence de A (pour la topologie uniforme) et où Λ est la fonctionnelle de grandes déviations définie par : si $A \subset C_x([0,1];\mathbb{R}^d)$,

$$\Lambda(A) = \inf\{\tfrac{1}{2}|h|^2; h \in H, \Phi^x(h) \in A\}$$

où H est l'espace de Cameron-Martin de W et, pour $h \in H$, $\Phi^x(h)$ est la solution de l'équation différentielle ordinaire

$$\Phi^x(h)(t) = x + \int_0^t \sigma\big(\Phi^x(h)(s)\big)\dot{h}(s)\, ds + \int_0^t b\big(\Phi^x(h)(s)\big)\, ds, \quad 0 \le t \le 1.$$

Divers travaux récents ont étudié le rôle de la topologie sur l'espace de Wiener, notamment pour les grandes déviations du mouvement brownien [B-BA-K], [BA-L] et le théorème du support pour les diffusions [A-K-S], [BA-G-L], [M-S]. En particulier, ces propriétés ont été étendues à la topologie höldérienne d'indice α, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$, plus forte que la topologie uniforme habituelle. Dans cette note, nous nous proposons d'effectuer le même travail pour les grandes déviations de Freidlin et Wentzell. La clef en sera une version simplifiée du lemme crucial de l'article [BA-G-L] sur la probabilité que le mouvement brownien ait une grande norme höldérienne sachant, ou plus simplement étant donné, que sa norme uniforme est petite.

Pour toute fonction $w : [0,1] \to \mathbb{R}^d$, on définit la norme höldérienne d'indice $0 < \alpha < 1$ par

$$\|w\|_\alpha = \sup_{0 \le s < t \le 1} \frac{|w(t) - w(s)|}{|t-s|^\alpha}$$

(où nous considérons $\mathbb{R}^d$ muni par exemple de sa norme euclidienne $|\cdot|$). Nous ferons usage de l'équivalent de Z. Ciesielski [C] : pour toute fonction continue $w : [0,1] \to \mathbb{R}^d$ telle que $w(0) = 0$, soient, pour $m = 2^n + k - 1$, $n \ge 0$, $k = 1, \dots, 2^n$,

$$\xi_m(w) = \xi_{2^n+k}(w) = 2^{n/2}\Big[2w\Big(\frac{2k-1}{2^{n+1}}\Big) - w\Big(\frac{k}{2^n}\Big) - w\Big(\frac{k-1}{2^n}\Big)\Big]$$

et $\xi_0(w) = w(1)$ les évaluations de w dans la base de Schauder sur $C_0([0,1];\mathbb{R}^d)$; alors, pour tout $0 < \alpha < 1$, $\|w\|_\alpha$ est équivalent à

$$\|w\|'_\alpha = \sup_{m \ge 0} m^{\alpha - \frac{1}{2}} \big|\xi_m(w)\big|.$$

Théorème. — *Soit $0 < \alpha < \frac{1}{2}$; pour tout x de $\mathbb{R}^d$ et tout borélien A de $C_x([0,1];\mathbb{R}^d)$,*

$$-\Lambda(\mathring{A}) \le \liminf_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} \le \limsup_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} \le -\Lambda(\bar{A})$$

où $\mathring{A}$ et $\bar{A}$ désignent respectivement l'intérieur et l'adhérence de A pour la topologie höldérienne d'indice α.

Il est bien connu que les solutions X_ε^x sont effectivement höldériennes sous les hypothèses considérées. Le schéma de preuve initié par R. Azencott [A] montre qu'il suffit, afin d'établir le théorème, de démontrer la condition de continuité exponentielle suivante. Nous suivons la présentation (et les améliorations) de P. Priouret [P], mais toute autre approche "classique" permettrait sans doute d'établir de même le résultat. Dans ce qui suit, α est fixé dans l'intervalle $]0, \frac{1}{2}[$.

Proposition. — *Soit $h \in H$; pour tout $R > 0$ et tout $\rho > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que pour tout ε suffisamment petit,*

$$\mathbb{P}\big\{\big\|X_\varepsilon^x - \Phi^x(h)\big\|_\alpha \ge \rho, \|\varepsilon W - h\| \le \delta\big\} \le \exp\big(-R/\varepsilon^2\big).$$

Rappelons en quelques mots comment le théorème de grandes déviations se déduit de la proposition. Le raisonnement est identique au raisonnement habituel en norme uniforme. Soit A fermé pour la topologie hölderienne et soit $0 < r < \Lambda(A)$. Si $h \in H$ est tel que $\frac{1}{2}|h|^2 \leq r$, alors $\Phi^x(h) \notin A$ par définition de $\Lambda(A)$. Comme le complémentaire A^c de A est ouvert, il existe $\rho_h > 0$ tel que la boule hölderienne ouverte $B_\alpha(\Phi^x(h), \rho_h)$ soit contenue dans A^c. D'après la proposition, il existe $\delta_h > 0$ et $\varepsilon_h > 0$ tels que pour tout $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_h$,

$$\mathbb{P}\left\{\left\|X_\varepsilon^x - \Phi^x(h)\right\|_\alpha \geq \rho_h, \|\varepsilon W - h\| \leq \delta_h\right\} \leq \exp\left(-r/\varepsilon^2\right).$$

Par compacité, il existe enfin une famille finie $h_1, \ldots, h_N$ dans H avec $\frac{1}{2}|h_i|^2 \leq r$ pour tout $i = 1, \ldots, N$ telle que

$$\left\{h; \tfrac{1}{2}|h|^2 \leq r\right\} \subset \bigcup_{i=1}^N B(h_i, \delta_{h_i})$$

où les boules $B(h_i, \delta_{h_i})$ sont ouvertes en topologie uniforme. Soit alors U l'ouvert $\bigcup_{i=1}^N B(h_i, \delta_{h_i})$; comme, pour tout $i = 1, \ldots, N$, $A \subset B_\alpha(\Phi^x(h_i), \rho_{h_i})^c$, on peut écrire

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} &\leq \mathbb{P}\{\varepsilon W \notin U\} + \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A, \varepsilon W \in U\} \\
&\leq \mathbb{P}\{\varepsilon W \notin U\} + \sum_{i=1}^N \mathbb{P}\left\{\left\|X_\varepsilon^x - \Phi^x(h_i)\right\|_\alpha \geq \rho_{h_i}, \|\varepsilon W - h_i\| \leq \delta_{h_i}\right\} \\
&\leq \mathbb{P}\{\varepsilon W \notin U\} + N \exp\left(-r/\varepsilon^2\right)
\end{aligned}$$

dès que $\varepsilon \leq \min(\varepsilon_{h_i}, i = 1, \ldots, N)$. D'après les grandes déviations browniennes (en topologie usuelle), il s'ensuit que

$$\limsup_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} \leq \max\left(-r, -\inf_{h \notin U} \tfrac{1}{2}|h|^2\right) \leq -r$$

et donc la conclusion puisque r est arbitraire plus petit que $\Lambda(A)$.

Pour la minoration, si A est ouvert, soit h tel que $\Phi^x(h) \in A$. Il existe donc $\rho > 0$ tel que la boule hölderienne ouverte $B_\alpha(\Phi^x(h), \rho)$ soit contenue dans A. Ainsi,

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\{X_\varepsilon^x \in A\} &\geq \mathbb{P}\left\{\|X_\varepsilon^x - \Phi^x(h)\| < \rho\right\} \\
&\geq \mathbb{P}\left\{\|\varepsilon W - h\| \leq \delta\right\} - \mathbb{P}\left\{\left\|X_\varepsilon^x - \Phi^x(h)\right\|_\alpha \geq \rho, \|\varepsilon W - h\| \leq \delta\right\}.
\end{aligned}$$

En vertu des grandes déviations du mouvement brownien,

$$\liminf_{\varepsilon \to 0} \varepsilon^2 \log \mathbb{P}\left\{\|\varepsilon W - h\| \leq \delta\right\} \geq -\tfrac{1}{2}|h|^2.$$

Les inégalités précédentes jointes à la proposition fournissent alors immédiatement le résultat puisque h est arbitraire.

Nous démontrons à présent la proposition.

Démonstration de la proposition. Nous traitons d'abord le cas $h = 0$. Le pas important de la démonstration réside alors dans la propriété suivante : pour tout $R > 0$ et tout $\rho > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que pour tout ε suffisamment petit,

$$\mathbb{P}\Big\{\Big\|\varepsilon \int_0^{\cdot} \sigma(X_\varepsilon^x(s))\, dW(s)\Big\|_\alpha \geq \rho, \|\varepsilon W\| \leq \delta\Big\} \leq \exp(-R/\varepsilon^2). \tag{1}$$

À cet effet, nous faisons usage des deux lemmes suivants sur les normes hölderiennes. Le premier est donc une version simplifiée du lemme crucial de [BA-G-L] dans l'étude du support en norme höldérienne des diffusions. Le résultat de [BA-G-L] évalue en effet des probabilités conditionnelles alors que nous nous contentons ici d'une estimation de la probabilité que le mouvement brownien ait de grandes oscillations quand celui-ci est contrôlé en norme uniforme. À noter également que ce lemme est utilisé pour des grandes valeurs des paramètres (alors qu'il l'était pour des petites dans le cadre du théorème du support).

LEMME 1. — *Il existe une constante $C > 0$ ne dépendant que de p et α telle que pour tout $u > 0$ et tout $v > 0$,*

$$\mathbb{P}\{\|W\|_\alpha \geq u, \|W\| \leq v\} \leq C \max\Big(1, \Big(\frac{u}{v}\Big)^{1/\alpha}\Big) \exp\Big(-\frac{1}{C} \cdot \frac{u^{1/\alpha}}{v^{(1/\alpha)-2}}\Big).$$

LEMME 2. — *Il existe une constante $C > 0$ ne dépendant que de p et α telle que pour tout $u > 0$ et tout processus continu K sur $[0,1]$,*

$$\mathbb{P}\Big\{\Big\|\int_0^{\cdot} K(s)\, dW(s)\Big\|_\alpha \geq u, \|K\| \leq 1\Big\} \leq C \exp(-u^2/C).$$

Pour le premier lemme, on utilise la norme équivalente $\|\cdot\|'_\alpha$ pour écrire que, si $u, v > 0$,

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\{\|W\|'_\alpha \geq u, \|W\| \leq v\} &\leq \sum_{m\geq 0} \mathbb{P}\{|\xi_m(W)| \geq u m^{\frac{1}{2}-\alpha}, \|W\| \leq v\}\\ &\leq \sum_{m\geq m_0} \mathbb{P}\{|\xi_m(W)| \geq u m^{\frac{1}{2}-\alpha}\}\end{aligned}$$

où $m_0 = \max(1, (u/4v)^{1/\alpha})$ puisque, sur $\{\|W\| \leq v\}$, $|\xi_m(W)| \leq 4v\sqrt{m}$. Comme les $\xi_m(W)$ forment une suite de variables aléatoires suivant la loi gaussienne canonique sur $\mathbb{R}^p$, le lemme 1 se déduit d'un calcul élémentaire. Pour le second, on note de la même façon que

$$\begin{aligned}&\mathbb{P}\Big\{\Big\|\int_0^{\cdot} K(s)\, dW(s)\Big\|'_\alpha \geq u, \|K\| \leq 1\Big\}\\ &\qquad \leq 2\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{2^n} \mathbb{P}\Big\{\Big|\int_{(k-1)/2^n}^{k/2^n} K(s)\, dW(s)\Big| \geq u 2^{-\alpha n-1}, \|K\| \leq 1\Big\},\end{aligned}$$

et, par l'inégalité exponentielle des martingales, cette probabilité est majorée par

$$4\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n+1} \exp\left(-u^2 2^{n(1-2\alpha)-3}\right).$$

Le lemme 2 s'ensuit.

Démontrons alors (1) en suivant [P]. Pour tout entier $\ell \geq 1$, soit la discrétisation

$$X_\varepsilon^{x,\ell}(t) = X_\varepsilon^x(j/\ell) \quad \text{si } j/\ell \leq t < (j+1)/\ell, \quad j = 0, \ldots, \ell-1.$$

Il est aisé de constater (*cf.* [P]) que, sous les hypothèses considérées, pour tout $R > 0$ et tout $\gamma > 0$, il existe $\varepsilon_0 > 0$ et ℓ tels que si $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$,

$$\mathbb{P}\left\{\|X_\varepsilon^x - X_\varepsilon^{x,\ell}\| \geq \gamma\right\} \leq \exp\left(-R/\varepsilon^2\right). \tag{2}$$

Il va suffire alors d'estimer les probabilités

$$P_1 = \mathbb{P}\left\{\left\|\varepsilon \int_0^{\cdot} \left[\sigma\left(X_\varepsilon^x(s)\right) - \sigma\left(X_\varepsilon^{x,\ell}(s)\right)\right] dW(s)\right\|_\alpha \geq \rho, \|X_\varepsilon^x - X_\varepsilon^{x,\ell}\| \leq \gamma\right\}$$

et

$$P_2 = \mathbb{P}\left\{\left\|\varepsilon \int_0^{\cdot} \sigma\left(X_\varepsilon^{x,\ell}(s)\right) dW(s)\right\|_\alpha \geq \rho, \|\varepsilon W\| \leq \delta\right\}.$$

En vertu de la propriété de Lipschitz du champ σ et du lemme 2, la probabilité P_1 est de l'ordre de $\exp(-\rho^2/C\gamma^2\varepsilon^2)$ où $C > 0$ ne dépend que de p, α et σ. Par ailleurs, si σ est borné par M,

$$\begin{aligned}
&\left\|\int_0^{\cdot} \sigma\left(X_\varepsilon^{x,\ell}(s)\right) dW(s)\right\|_\alpha \\
&\qquad = \left\|\sum_{j=0}^{\ell-1} \sigma\left(X_\varepsilon^{x,\ell}(j/\ell)\right)\left[W\left(((j+1)/\ell) \wedge (\cdot)\right) - W\left((j/\ell) \wedge (\cdot)\right)\right]\right\|_\alpha \\
&\qquad \leq 2\ell M \|W\|_\alpha
\end{aligned}$$

de sorte que par le lemme 1,

$$P_2 \leq C' \max\left(1, \left(\frac{\rho}{\delta}\right)^{1/\alpha}\right) \exp\left(-\frac{1}{C'\ell^{1/\alpha}\varepsilon^2} \cdot \frac{\rho^{1/\alpha}}{\delta^{(1/\alpha)-2}}\right) \tag{3}$$

où $C' > 0$ dépend de p, α, M.

Étant donnés $R > 0$ et $\rho > 0$, on choisit alors $\gamma > 0$ suffisamment petit pour que $\rho^2/C\gamma^2 \geq R$, puis ℓ tel que (2) soit satisfait et enfin $\delta > 0$ tel que, dans (3), $\rho^{1/\alpha}/\delta^{(1/\alpha)-2} \geq C'\ell^{1/\alpha} R$. La démonstration de (1) se complète alors aisément.

Pour conclure à la proposition quand $h = 0$, il suffit de faire appel au lemme de Gronwall en norme höldérienne (*voir* [BA-G-L], Lemme 2). Dans le cas général, on effectue une translation sur l'espace de Wiener par la formule de Cameron-Martin pour se ramener à $h = 0$. Dans cette opération, les champs b_ε, $\varepsilon > 0$, prennent la forme $b_\varepsilon(s,x) = b_\varepsilon(x) + \sigma(x)\dot{h}(s)$ et sont donc amenés à dépendre du temps. Comme $\int_0^1 |\dot{h}(s)|^2\, ds < \infty$, il est aisé de constater que ce lemme de Gronwall höldérien s'étend à cette situation. Vérifions brièvement ce point pour terminer. Soit L un majorant des constantes de Lipschitz de b et σ. Posons $|h|^2 = \int_0^1 |\dot{h}(s)|^2 ds$ pour simplifier les notations. Soient alors X_ε et Y tels que

$$X_\varepsilon(t) = x + I(t) + \int_0^t b_\varepsilon\big(s, X_\varepsilon(s)\big)\, ds, \quad 0 \le t \le 1,$$

et

$$Y(t) = x + \int_0^t b\big(s, Y(s)\big)\, ds, \quad 0 \le t \le 1,$$

où $x \in \mathbb{R}^d$, $I(0) = 0$, et $\|I\|_\alpha \le \delta$, $\sup_{x\in\mathbb{R}^d} |b_\varepsilon(x) - b(x)| \le \delta$, $\delta > 0$. D'après le lemme de Gronwall usuel, et comme $\|I\| \le \|I\|_\alpha \le \delta$,

$$\begin{aligned}\|X_\varepsilon - Y\| &\le \big(\|I\| + \sup_{x\in\mathbb{R}^d} |b_\varepsilon(x) - b(x)|\big) \exp\Big(L\int_0^1 \big(1 + |\dot{h}(s)|\big)\, ds\Big)\\ &\le 2\delta\, \mathrm{e}^{L(1+|h|)}.\end{aligned}$$

Pour tout $0 \le t \le 1$ et toute fonction $w : [0,1] \to \mathbb{R}^d$, posons

$$\|w\|_{\alpha,t} = \sup_{0\le u<v\le t} \frac{|w(v) - w(u)|}{|v-u|^\alpha}.$$

Nous pouvons alors écrire

$$\begin{aligned}\|X_\varepsilon - Y\|_{\alpha,t} &\le \|I\|_\alpha + \Big\|\int_0^\cdot \big[b_\varepsilon\big(s, X_\varepsilon(s)\big) - b\big(s, Y(s)\big)\big]\, ds\Big\|_{\alpha,t}\\ &\le \|I\|_\alpha + \sup_{x\in\mathbb{R}^d} |b_\varepsilon(x) - b(x)|\\ &\qquad + \sup_{0\le u<v\le t} \frac{L}{|v-u|^\alpha} \int_u^v \big(1 + |\dot{h}(s)|\big)\big|X_\varepsilon(s) - Y(s)\big|\, ds.\end{aligned}$$

En utilisant que

$$\big|X_\varepsilon(s) - Y(s)\big| \le \big|X_\varepsilon(u) - Y(u)\big| + \big|(X_\varepsilon - Y)(s) - (X_\varepsilon - Y)(u)\big|,$$

il vient

$$\begin{aligned}\|X_\varepsilon - Y\|_{\alpha,t} \le \|I\|_\alpha &+ \sup_{x\in\mathbb{R}^d} |b_\varepsilon(x) - b(x)| + L\big(1 + |h|\big)\|X_\varepsilon - Y\|\\ &+ L\int_0^t \big(1 + |\dot{h}(s)|\big)\|X_\varepsilon - Y\|_{\alpha,s} ds.\end{aligned}$$

Par une nouvelle application du lemme de Gronwall, nous obtenons finalement

$$\|X_\varepsilon - Y\|_\alpha \le 2\delta\big(1 + L(1 + |h|)\mathrm{e}^{L(1+|h|)}\big)\mathrm{e}^{L(1+|h|)},$$

justifiant ainsi la fin de la démonstration de la proposition, et donc aussi du théorème.

BIBLIOGRAPHIE

[A-K-S] S. Aida, S. Kusuoka, D. Stroock. On the support of Wiener functionals. In : Asymptotic problems in probability theory: Wiener functionals and asymptotics. K. D. Elworthy, N. Ikeda, Editors. Pitman Research Notes in Math. Series 284, 1–34 (1993). Longman.

[A] R. Azencott. Grandes déviations et applications. École d'Été de Probabilités de St-Flour 1978. Lecture Notes in Math. 774, 1–176 (1980). Springer-Verlag.

[B-BA-K] P. Baldi, G. Ben Arous, G. Kerkyacharian. Large deviations and the Strassen theorem in Hölder norm. Stochastic Processes and Appl. 42, 171–180 (1992).

[BA-L] G. Ben Arous, M. Ledoux. Schilder's large deviation principle without topology. In : Asymptotic problems in probability theory: Wiener functionals and asymptotics. K. D. Elworthy, N. Ikeda, Editors. Pitman Research Notes in Math. Series 284, 107–121 (1993). Longman.

[BA-G-L] G. Ben Arous, M. Gradinaru, M. Ledoux. Hölder norms and the support theorem for diffusions (1993). À paraître in Ann. Inst. H. Poincaré.

[C] Z. Ciesielski. On the isomorphisms of the spaces H_α and m. Bull. Acad. Pol. Sc. 8, 217–222 (1960).

[F-W1] M. Freidlin, A. Wentzell. On small random perturbations of dynamical systems. Russian Math. Surveys 25, 1–55 (1970).

[F-W2] M. Freidlin, A. Wentzell. Random perturbations of dynamical systems. Springer-Verlag (1984).

[M-S] A. Millet, M. Sanz-Solé. A simple proof of the support theorem for diffusion processes. Dans ce volume.

[P] P. Priouret. Remarques sur les petites perturbations de systèmes dynamiques. Séminaire de Probabilités XVI. Lecture Notes in Math. 920, 184–200 (1982). Springer-Verlag.

G. Ben Arous, Département de Mathématiques, Bâtiment 425, Université de Paris-Sud, 91405 Orsay cedex, France

M. Ledoux, Département de Mathématiques, Laboratoire de Statistique et Probabilités, Université Paul-Sabatier, 31062 Toulouse, France