JUAN RUIZ DE CHAVEZ

Une remarque sur les processus de Dirichlet forts

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 22 (1988), p. 85
<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1988__22__85_0>

UNE REMARQUE SUR LES PROCESSUS DE DIRICHLET FORTS

par Juan Ruiz de Chavez

Dans cette note, nous nous proposons de démontrer que les processus de Dirichlet forts (définis par J. Bertoin[1]) admettent une exponentielle de Doléans.

Soit (X_t) un processus de Dirichlet fort. Posons

$$Z_t = \exp(X_t - \frac{1}{2}[X,X]_t) \tag{1}$$

Nous allons montrer que ce processus satisfait à l'équation différentielle stochastique

$$Z_t = 1 + \int_0^t Z_s dX_s \, . \tag{2}$$

Démonstration. Soient $W_t = \exp(X_t)$ et $V_t = \exp(\frac{1}{2}[X,X]_t)$. Le premier est un processus de Dirichlet fort, le second un processus continu à variation finie. D'après la formule d'Ito, on a

$$dW_t = e^{X_t} dX_t + \frac{1}{2} e^{X_t} d[X,X]_t$$

$$dV_t = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}[X,X]_t} d[X,X]_t \, .$$

et de la formule d'intégration par parties, qui s'applique ici puisque l'un des processus est à variation finie, on déduit

$$dZ_t = d(W_t V_t) = W_t dV_t + V_t dW_t + d[W,V]_t \, .$$

Comme V est à variation finie le crochet est nul. On a donc bien $dZ_t = Z_t dX_t$.

[1] On rappelle que la norme de Dirichlet pour les processus de Dirichlet forts est définie au moyen de subdivisions aléatoires. Voir Stochastics, 18, 1986, p. 158.