

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

MARC YOR

Un exemple de J. Pitman

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 13 (1979), p. 624

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1979__13__624_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

UN EXEMPLE DE J. PITMAN

par M. Yor

Soit (X_t) un mouvement brownien issu de 0, et soit H l'ensemble de ses zéros. On peut se demander si toutes les martingales de la filtration naturelle de X qui sont nulles sur H sont de la forme $K_{\tau_t} X_t$, où K est un processus prévisible, et τ_t est le dernier zéro avant t (voir dans ce volume les articles sur le balayage). Lors de son passage à Paris en Juin 1978, Pitman nous a montré un exemple d'une intégrale stochastique $Y_t = \int_0^t h_s dX_s$, où h n'est pas constante sur les intervalles contigus à H , qui a les mêmes zéros que X . Voici cet exemple.

Nous posons $T = \inf\{t : X_t = 1\}$

$U = \inf\{t > T : X_t = 1/2\}$

$D = \inf\{t > T : X_t = 0\}$

de sorte que $T \leq U \leq D$. D'autre part

$V = \inf\{t > T : X_t = 3/2\}$

$W = U \wedge V$

Puis nous posons

$$h_s = 1]_{]0, W]}(s) + 1]_{]W=U, \infty]}(s) + 3 \cdot 1]_{]W < U, \infty]}(s)$$

Ce processus est prévisible. Si $W=U$, i.e. si $U \leq V$, on a $h(\omega) = 1$ et la trajectoire de $Y = \int_0^t h_s dX_s$ est égale à celle de X . Si $W < U$, i.e. si la trajectoire ω monte en $3/2$ avant de redescendre en $1/2$, la trajectoire de Y vaut

$$X_t \text{ pour } 0 \leq t \leq V=W, \quad 3X_t \text{ pour } V \leq t \leq U, \quad X_t \text{ pour } t \geq U$$

Dans les deux cas, elle a les mêmes zéros que la trajectoire de X . Sur le dessin suivant, la trajectoire de X est en trait plein, celle de Y en pointillé :

