SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

ROLANDO REBOLLEDO

Décomposition des martingales locales et raréfaction des sauts

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 13 (1979), p. 138-146

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1979__13__138_0>

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (http://portail.mathdoc.fr/SemProba/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

DECOMPOSITION DE MARTINGALES LOCALES

ET RAREFACTION DES SAUTS

par

Rolando REBOLLEDO

Il est bien connu que toute martingale locale se décompose localement en somme d'une martingale de carré intégrable et d'une martingale à variation intégrable. C'est une propriété essentielle dans la théorie de l'intégrale stochastique (c.f. [2], chap. IV). MEYER présente dans [3] une meilleure version de cette décomposition, dûe à YEN : toute martingale locale se décompose en somme d'une martingale locale localement à variation intégrable et d'une martingale locale à sauts uniformément bornés par 2 ; cette dernière est donc une martingale locale localement de carré intégrable. On remarque que pour tout $\varepsilon > 0$ la méthode de [3] permet de trouver une décomposition où l'une des martingales locales de la somme est à sauts uniformément bornés par 2ε (ε-décomposition). Cette propriété est fondamentale dans l'étude de la convergence en loi des suites de martingales locales. Elle permet de définir une notion de "raréfaction asymptotique des sauts" voisine de la "condition de Lindeberg" classique. Lorsqu'une telle condition est vérifiée, on peut se ramener à considérer des suites de martingales locales (M_n) où $\sup_{t \in \mathbb{R}_+} |\Delta M_n(t)| \leqslant C_n$ et $C_n \downarrow 0$ quand $n \uparrow \infty$.

Dans [4] et [5] nous avons exposé la ε-décomposition comme un résultat auxiliaire mais l'énoncé que nous y donnons présente une difficulté : il n'est vrai que pour les martingales locales quasi-continues à gauche. Or le Théorème Central Limite présenté dans [4] ne nécessite pas une telle hypothèse supplémentaire, sa démonstration repose sur la propriété d'approximation que nous developpons dans la 2è partie du Lemme 5 ci-dessous, qui est vraie sans hypothèse de quasi-continuité à gauche.

Le but de cette note est de donner quelques précisions supplémentaires sur la ε-décomposition et de démontrer le lemme fondamental sur la raréfaction des sauts.

1. NOTATIONS. Tout le long de cet article nous considérons un espace probabilisé complet $(\Omega, \underline{\underline{F}}, \mathbb{P})$. $\mathbb{F} = (\underline{\underline{F}}_t ; t \in \mathbb{R}_+)$, $\mathbb{F}_n = (\underline{\underline{F}}_{n,t} ; t \in \mathbb{R}_+)$ ce sont des filtrations satisfaisant aux conditions habituelles de DELLACHERIE et telles que $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}_\infty = \underline{\underline{F}}_{n,\infty}$ $(n \in \mathbb{N})$.

Nous adoptons toutes les notations et conventions de [2] précisant (lorsqu'il y aura lieu) la filtration que l'on considère.

Nous rappelons la définition de la relation de domination entre deux processus étudiée par LENGLART dans [1] :

Un processus X, $\mathbb{F}$-adapté, positif, à trajectoires continues à droite est dominé par un processus croissant $\mathbb{F}$-prévisible A si pour tout $\mathbb{F}$-temps d'arrêt fini T, $\mathbb{E}(X(T)) \leqslant \mathbb{E}(A(T))$.
On note $X \prec A$.

Si X est un processus continu à droite on note X^* le processus $(\sup_{s \leqslant t} |X(s)| ; t \in \mathbb{R}_+)$.

Soit M une $\mathbb{F}$-martingale locale nulle en 0, $\varepsilon > 0$. On considère les processus croissants suivants :

$$\alpha^\varepsilon(M) = (\alpha^\varepsilon(M,t) ; t \in \mathbb{R}_+), \quad \sigma^\varepsilon(M) = (\sigma^\varepsilon(M,t) ; t \in \mathbb{R}_+)$$

où

$$(1) \quad \alpha^\varepsilon(M,t) = \sum_{s \leqslant t} |\Delta M(s)| \, I_{[|\Delta M(s)| > \varepsilon]}$$

$$(2) \quad \sigma^\varepsilon(M,t) = \sum_{s \leqslant t} (\Delta M(s))^2 \, I_{[|\Delta M(s)| > \varepsilon]} \quad , \quad (t \in \mathbb{R}_+).$$

On montre comme dans [3] que $\alpha^{\varepsilon}(M)$ est localement intégrable. Cette propriété nous permet de définir le processus à variation localement intégrable $A^{\varepsilon} = (A^{\varepsilon}(t); t \in \mathbb{R}_+)$, où

$$(3) \qquad A^{\varepsilon}(t) = \sum_{s \leq t} \Delta M(s)\, I_{[|\Delta M(s)| > \varepsilon]}, \quad (t \in \mathbb{R}_+)$$

et son compensateur $\mathbb{F}$-prévisible $\tilde{A}^{\varepsilon}$, ainsi que le compensateur $\mathbb{F}$-prévisible $\tilde{\alpha}(M)$ de $\alpha(M)$.

On pose

$$(4) \qquad \overline{M}^{\varepsilon} = A^{\varepsilon} - \tilde{A}^{\varepsilon}, \quad \underline{M}^{\varepsilon} = M - \overline{M}^{\varepsilon}$$

Si M est localement de carré intégrable, alors $\sigma^{\varepsilon}(M)$ est localement intégrable et on peut définir son compensateur $\mathbb{F}$-prévisible $\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M)$.

2. LEMME (ε-décomposition). 1) <u>Soit M un martingale locale (relative à $\mathbb{F}$) nulle en 0 et soit $\varepsilon > 0$. Alors les sauts de $\underline{M}^{\varepsilon}$ sont uniformément bornés par 2ε, $\underline{M}^{\varepsilon}$ et $\overline{M}^{\varepsilon}$ sont orthogonales (au sens que $[\underline{M}^{\varepsilon}, \overline{M}^{\varepsilon}] = 0$), et</u>

$$(1) \qquad (M - \underline{M}^{\varepsilon})^* = (\overline{M}^{\varepsilon})^* \prec 2\,\tilde{\alpha}(M).$$

2) <u>Si M est une martingale locale, nulle en 0, quasi-continue à gauche, alors les sauts de $\underline{M}^{\varepsilon}$ sont uniformément bornés par ε, $\underline{M}^{\varepsilon}$ et $\overline{M}^{\varepsilon}$ sont orthogonales et nous avons (1) et</u>

$$(2) \qquad [\overline{M}^{\varepsilon}, \overline{M}^{\varepsilon}] = \sigma^{\varepsilon}(M)$$

3) <u>Si M est une martingale locale, nulle en 0, localement de carré intégrable $\underline{M}^{\varepsilon}$ et $\overline{M}^{\varepsilon}$ vérifient 1) et en outre</u>

$$(3) \qquad (M - \underline{M}^{\varepsilon})^* = (\overline{M}^{\varepsilon})^* \prec 2\,\tilde{\alpha}(M) \prec \frac{2}{\varepsilon}\,\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M)$$

$$(4) \qquad 0 \leq \langle M, M \rangle - \langle \underline{M}^{\varepsilon}, \underline{M}^{\varepsilon} \rangle = \langle \overline{M}^{\varepsilon}, \overline{M}^{\varepsilon} \rangle \prec 3\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M).$$

DEMONSTRATION. 1) La première partie a été entièrement démontrée (pour $\varepsilon=1$) par MEYER dans [3]. On se ramène par arrêt au cas où M est une martingale uniformément intégrable nulle en 0 et A^{ε} est à variation intégrable. $\tilde{A}^{\varepsilon}$ est alors à variation intégrable et $\underline{M}^{\varepsilon}$ est une martingale uniformément intégrable.

On remarque que en un temps totalement inaccessible T on a

(5) $\quad \Delta \overline{M}^{\epsilon}(T) = \Delta A^{\epsilon}(T) = \Delta M(T)\, I_{[|\Delta M(T)| > \epsilon]}$

(6) $\quad \Delta \underline{M}^{\epsilon}(T) = \Delta M(T)\, I_{[|\Delta M(T)| \leq \epsilon]}$

En un temps prévisible T on a

(7) $\quad \Delta \overline{M}^{\epsilon}(T) = \Delta(A^{\epsilon}-\tilde{A}^{\epsilon})(T) = \Delta M(T) I_{[|\Delta M(T)| > \epsilon]} - \mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}(\Delta M(T) I_{[|\Delta M(T)| > \epsilon]})$

(8) $\quad \Delta \underline{M}^{\epsilon}(T) = \Delta M(T) I_{[|\Delta M(T)| \leq \epsilon]} - \mathbb{E}^{T-}(\Delta M(T)\, I_{[|\Delta M(T)| \leq \epsilon]})$

Il est alors facile de voir que $\underline{M}^{\epsilon}$ et $\overline{M}^{\epsilon}$ n'ont pas de discontinuité commune et puisque $\overline{M}^{\epsilon}$ est une somme compensée de sauts il s'en suit l'orthogonalité de $\underline{M}^{\epsilon}$ et $\overline{M}^{\epsilon}$.

Définissons les processus $A^{\pm}$ par

$$A^{\pm}(t) = \sum_{s \leq t} (\Delta M(s))^{\pm}\, I_{[|\Delta M(s)| > \epsilon]} \qquad (t \in \mathbb{R}_+)$$

Alors,

$$A^{\epsilon} = A^{+} - A^{-} \qquad \text{et} \qquad \alpha^{\epsilon}(M) = A^{+} + A^{-}$$

Par conséquent

$$|\tilde{A}^{\epsilon}| = |\tilde{A}^{+} - \tilde{A}^{-}| \leq \tilde{A}^{+} + \tilde{A}^{-} = \tilde{\alpha}^{\epsilon}(M)$$

et puisque $|A^{\epsilon}| \leq \alpha^{\epsilon}(M)$, nous avons

$$|A^{\epsilon} - \tilde{A}^{\epsilon}| \leq |A^{\epsilon}| + |\tilde{A}^{\epsilon}| \leq \alpha^{\epsilon}(M) + \tilde{\alpha}^{\epsilon}(M)$$

Or $\alpha^{\epsilon}(M) + \tilde{\alpha}^{\epsilon}(M)$ est un processus croissant, il s'en suit que

$$(\overline{M}^{\epsilon})^{*} = (A^{\epsilon} - \tilde{A}^{\epsilon})^{*} \leq \alpha^{\epsilon}(M) + \tilde{\alpha}^{\epsilon}(M)$$

De cette relation et de la définition du compensateur prévisible d'un processus on obtient

$$(\overline{M}^{\epsilon})^{*} \prec 2\, \tilde{\alpha}^{\epsilon}(M).$$

2) Si M est quasi-continue à gauche, M ne possède que des sauts totalement inaccessibles et $\tilde{A}^{\epsilon}$ est continu. Donc les expressions (5) et (7) (resp. (6) et (8)) coïncident et l'on déduit que $|\Delta \underline{M}^{\epsilon}(t)| \leq \epsilon$ pour tout $t \in \mathbb{R}_+$.

Par ailleurs,

$$[\bar{M}^{\epsilon},\bar{M}^{\epsilon}](t) = \sum_{s\leqslant t} (\Delta\bar{M}^{\epsilon}(s))^2 = \sum_{s\leqslant t} (\Delta M(s))^2\, I_{[|\Delta M(s)|>\epsilon]} \quad , \quad (t\in\mathbb{R}_+)$$

c'est-à-dire $[\bar{M}^{\epsilon},\bar{M}^{\epsilon}] = \sigma^{\epsilon}(M)$.

3) Montrons d'abord que

$$\tilde{\alpha}(M) \prec \frac{1}{\epsilon}\, \tilde{\sigma}^{\epsilon}(M)$$

Nous avons l'inégalité élémentaire suivante

$$\frac{|\Delta M(s)|}{\epsilon}\, I_{[|\Delta M(s)|>\epsilon]} \leqslant \frac{|\Delta M(s)|^2}{\epsilon^2}\, I_{[|\Delta M(s)|>\epsilon]} \quad , \quad (s\in\mathbb{R}_+)$$

d'où l'on déduit

$$\frac{1}{\epsilon}\,\alpha^{\epsilon}(M) \leqslant \frac{1}{\epsilon^2}\,\sigma^{\epsilon}(M)$$

et par conséquent $\tilde{\alpha}^{\epsilon}(M) \prec \frac{1}{\epsilon}\,\tilde{\sigma}^{\epsilon}(M)$.

L'inégalité (4) est un peu plus longue à démontrer. On se ramène par arrêt au cas M de carré intégrable et nulle en 0.

Soit $(T_n;n\in\mathbb{N})$ une suite de $\mathbb{F}$-temps d'arrêt à graphes disjoints, épuisant les sauts de M, chaque T_n étant soit prévisible, soit totalement inaccessible. Nous décomposons $[\bar{M}^{\epsilon},\bar{M}^{\epsilon}]$ sous la forme

$$[\bar{M}^{\epsilon},\bar{M}^{\epsilon}] = S^p + S^i \quad , \quad \text{où}$$

$$S^p(t) = \sum_{T_n \text{ prévisibles}} \Phi(T_n)\, I_{[T_n\leqslant t]}$$

$$S^i(t) = \sum_{T_n \text{ tot. inacc.}} \Phi(T_n)\, I_{[T_n\leqslant t]}$$

$$\Phi(T_n) = (\Delta\,\bar{M}^{\epsilon}(T_n))^2 \qquad (n\in\mathbb{N},\ t\in\mathbb{R}_+)$$

D'après (5), on déduit que

$$0 \leqslant S^i \leqslant \sigma^{\epsilon}(M)$$

D'où

$$0 \leqslant \tilde{S}^i \prec \tilde{\sigma}^{\epsilon}(M)$$

Si T est un temps prévisible, remarquons que

$$\mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}(\Delta\,\bar{M}^{\epsilon}(T))^2 = \mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}(\Delta M(T))^2\, I_{[|\Delta M(T)|>\epsilon]} - (\mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}(\Delta M(T) I_{[|\Delta M(T)|>\epsilon]}))^2$$

$$\leqslant 2\,\mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}(\Delta\, M(T))^2\, I_{[|\Delta M(T)|>\epsilon]} = 2\,\mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T-}}\,\Delta\,\sigma^{\epsilon}(M,T)$$

Or, pour tout $t \in \mathbb{R}_+$,

$$\tilde{S}^{P}(t) = \sum_{T_n \text{ prev.}} \mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T_n-}} \Phi(T_n)\, I_{[T_n \leqslant t]} \leqslant 2 \sum_{T_n \text{ prev.}} \mathbb{E}^{\underline{\underline{F}}_{T_n-}} \Delta\,\sigma^{\epsilon}(M,T_n) I_{[T_n \leqslant t]} \leqslant$$

$$\leqslant 2\,\tilde{\sigma}^{\epsilon}(M,t)$$

Par conséquent,

$$<\bar{M}^{\epsilon}, \bar{M}^{\epsilon}> \prec 3\,\tilde{\sigma}^{\epsilon}(M). \qquad \blacksquare$$

3. DEFINITION. Soit (M_n) une suite de processus telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_n est une $\mathbb{F}_n$-martingale locale, localement de carré intégrable, nulle en 0.

Nous dirons que (M_n) <u>vérifie la condition de raréfaction asymptotique des sauts</u> si pour tout $t \in \mathbb{R}_+$,

(1) $\quad <\bar{M}_n^{\epsilon}, \bar{M}_n^{\epsilon}>(t) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} 0$ (convergence en probabilité).

Nous dirons que (M_n) <u>vérifie la condition forte de raréfaction asymptotique des sauts</u> si pour tout $t \in \mathbb{R}_+$,

(2) $\quad \tilde{\sigma}^{\epsilon}(M_n,t) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{P} 0$

Nous dirons que (M_n) <u>vérifie la condition de Lindeberg</u> si pour pour tout $t \in \mathbb{R}_+$,

(3) $\quad \mathbb{E}(\sigma^{\epsilon}(M_n,t)) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{} 0.$

4. DEFINITION. Soient f,g deux fonctions c.à.d.l.à.g. sur $\mathbb{R}_+$, à valeurs réelles. On pose $\rho_N(f,g) = \sup_{t\in[0,N]} |f(t)-g(t)|$, $(N \in \mathbb{N}^*)$ et

$$\rho(f,g) = \sum_{N=1}^{\infty} \frac{1}{2^N} \frac{\rho_N(f,g)}{1+\rho_N(f,g)}.$$

Soient (X_n), (Y_n) deux suites de processus à trajectoires c.à.d.l.à.g. . Nous dirons que (X_n) et (Y_n) sont <u>C-contigües</u> si $\rho(X_n,Y_n) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} 0$ (ce qui est équivalent à $\mathbb{E}(\rho(X_n,Y_n)) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{} 0$, car $0 \leqslant \rho(X_n,Y_n) \leqslant 1$).

Voici maintenant le lemme fondamental sur la raréfaction des sauts, dont la démonstration est assez élémentaire.

5. LEMME. <u>Soit (M_n) une suite de processus telle que chaque M_n soit une $\mathbb{F}_n$-martingale locale localement de carré intégrable, nulle en 0.</u>

<u>1) La condition de Lindeberg entraîne la condition forte de raréfaction asymptotique des sauts et celle-ci entraîne la condition de raréfaction asymptotique des sauts. Si les M_n sont quasi-continues à gauche, ces deux dernières conditions coïncident.</u>

<u>2) Si (M_n) vérifie la condition de raréfaction asymptotique des sauts, alors pour toute suite $(C_k;k \in\mathbb{N})$ de constantes positives décroissant vers zéro, existent une sous-suite (M_{n_k}) et une suite (N_k) telle que chaque N_k est une $\mathbb{F}_{n_k}$-martingale locale nulle en 0 à sauts uniformément bornés par C_k et les suites (M_{n_k}) et (N_k) (resp. $(<M_{n_k},M_{n_k}>)$ et $(<N_k,N_k>)$) sont C-contigües.</u>

DEMONSTRATION. 1) Puisque $\mathbb{E}(\sigma^{\varepsilon}(M_n,t)) = \mathbb{E}(\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M_n,t))$ $(n\in\mathbb{N},\ t\in\mathbb{R}_+)$, la première implication est claire.

Supposons $\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M_n,t) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} 0 \quad , \quad (t\in\mathbb{R}_+)$.

Comme $<\bar{M}_n^{\varepsilon}, \bar{M}_n^{\varepsilon}> \prec 3\,\tilde{\sigma}^{\varepsilon}(M_n)$, le Corollaire I du § 1 de [1] s'applique et

$$<\bar{M}_n^{\varepsilon}, \bar{M}_n^{\varepsilon}>(t) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} 0 \qquad (t\in\mathbb{R}_+)$$

La dernière assertion de la première partie est évidente d'après 2.2).

2) Soit $C_k \downarrow 0$ quand $k\uparrow\infty$ et posons $\varepsilon_k = C_k/2$. Pour tout $k\in\mathbb{N}$, tout $N\in\mathbb{N}^*$

$$\rho_N(<M_n,M_n>, <\underline{M}_n^{\varepsilon_k}, \underline{M}_n^{\varepsilon_k}>) = <\bar{M}_n^{\varepsilon_k}, \bar{M}_n^{\varepsilon_k}>(N) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{} 0$$

et

$$\rho_N(M_n, \underline{M}_n^{\epsilon_k}) = (\bar{M}_n^{\epsilon_k})^*(N) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} 0$$

en vertu de la Proposition I du §3 de [1].

Donc pour tout $k \in \mathbb{N}$,

$$e(k,n) = \mathbb{E}(\rho_N(M_n, \underline{M}_n^{\epsilon_k})) + \mathbb{E}(\rho_N(< M_n, M_n >, < \underline{M}_n^{\epsilon_k}, \underline{M}_n^{\epsilon_k} >)) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{} 0$$

Choisissons une suite d'entiers $(n_k; k\in\mathbb{N})$ telle que

$$e(k,n_k) \leqslant \frac{1}{2^k}$$

Posons $N_K = \underline{M}_{n_k}^{\epsilon_k}$, $(k \in \mathbb{N})$.

(M_{n_k}) et (N_k) satisfont alors les propriétés requises dans l'énoncé. ∎

6. REMARQUES. Voici une illustration sur l'utilisation de ce lemme. Appelons D l'espace des fonctions c.à.d.l.à.g. de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}$ muni de la topologie de Skorokhod sur tout compact ; $\underline{\underline{B}}(D)$ désigne sa tribu borélienne. Supposons que la suite (M_n) du lemme 5 vérifie la condition de raréfaction asymptotique des sauts et que la suite $(\mathcal{L}(M_n))$ des lois respectives est tendue sur $(D, \underline{\underline{B}}(D))$. Alors toute probabilité P sur $(D,\underline{\underline{B}}(D))$ qui est un point d'adhérence (au sens de la topologie étroite) de $(\mathcal{L}(M_n))$ sera également la limite étroite d'une suite $(\mathcal{L}(N_k))$ où (N_k) vérifie 5.2). Or il est facile de démontrer qu'une telle limite doit être portée par C, (l'espace des fonctions continues de $\mathbb{R}_+$ dans $\mathbb{R}$ muni de la topologie usuelle). Il en résulte que le point d'adhérence P est porté par C.

Grâce au lemme 5 nous avons pu démontrer le Théorème Central Limite pour les martingales locales dont voici l'énoncé :

Soit (M_n) une suite de processus telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, M_n soit une $\mathbb{F}_n$-martingale locale localement de carré intégrable, nulle en 0. Soit A une fonction réelle définie sur $\mathbb{R}_+$, continue, croissante et $A(0) = 0$.

Si (M_n) vérifie la condition de raréfaction asymptotique des sauts et si $< M_n, M_n > (t) \xrightarrow[n\uparrow\infty]{\mathbb{P}} A(t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}_+$, alors (M_n) converge en loi vers une martingale continue (canonique), gaussienne, de processus croissant associé A.

Une démonstration succinte est présentée dans [4], une démonstration plus détaillée paraîtra dans [6].

Dans [5] nous avons énoncé la ε-décomposition sous la forme 2.2) sans faire explicitement l'hypothèse de la quasi-continuité à gauche. Cependant nous l'appliquons aux martingales locales qui s'écrivent comme des intégrales stochastiques par rapport à une suite de processus ponctuels compensés, dont les compensateurs prévisibles sont continus. Autrement dit, ce sont des martingales locales quasi-continues à gauche, et l'omission faite dans l'énoncé de la ε-décomposition n'a pas de conséquence sur le reste de l'article [5].

REFERENCES

[1] LENGLART, E. Relation de domination entre deux processus. Ann. Inst. Henri Poincaré 13 (1977), 171-179.

[2] MEYER, P. A. Un cours sur les Intégrales Stochastiques. Sém. de Proba. X, Lect. Notes in Math. 511, (1976), 245-400.

[3] MEYER, P. A. Le théorème fondamental sur les martingales locales. Sem. de Proba. XI, Lect. Notes in Math. 581 (1977), 463-464.

[4] REBOLLEDO, R. Remarques sur la convergence en loi des martingales vers des martingales continues. C. R. Acad. Sci. Paris 285, sér. A, (1977), 517-520.

[5] REBOLLEDO, R. Sur les applications de la théorie des martingales à l'étude statistique d'une famille de processus ponctuels. Proceedings du Colloque de Statistique de Grenoble, Lect. Notes in Math. 636 (1978), 27-70.

[6] REBOLLEDO, R. La méthode des martingales appliquée à l'étude de la convergence en loi de processus. A paraître.

Rolando REBOLLEDO
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences de Reims
Moulin de la House-B.P. 347
51062-REIMS-CEDEX.