

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

CLAUDE DELLACHERIE

Erratum et addendum : « Les dérivations en théorie descriptive des ensembles et le théorème de la borne »

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 12 (1978), p. 523

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1978__12__523_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ERRATUM ET ADDENDUM À "Les dérivations en
théorie descriptive des ensembles et le théorème de la borne"
par C. Dellacherie

Dans l'exemple probabiliste, à la page 42, il manque une hypothèse essentielle sur S pour que Θ_S soit une dérivation, à savoir :

$$(\circ) \quad \forall \omega \in \Omega \quad \forall t \in [0, \infty] \quad S(\omega) \leq t + S(\Theta_t(\omega))$$

propriété vérifiée, par exemple, si S est un temps terminal. Si S , coanalytique, ne vérifie pas cette condition, $S' = \inf_{t > 0} t + S \circ \Theta_t$, qui est plus petit que S , la vérifie, et est encore coanalytique. Le t.d'a. S_n défini à la ligne 14 ne vérifie pas la condition (\circ) , mais ce n'est pas grave car l'on a $S_n \geq S'_n \geq S_{2n} \geq \dots$, si bien que l'on peut retrouver le résultat de bornitude de Hillard à l'aide du th.4.

Par ailleurs, dans l'appendice, j'ai complètement loupé la bonne présentation du théorème fondamental pour des probabilistes, quoiqu'elle soit implicite dans l'association d'un arbre à une relation. Je me contente de reprendre ici l'énoncé du théorème.

Soit E un ensemble et posons $\Omega = E^{\mathbb{N}}$. Disons que T , fonction de Ω dans $\mathbb{N} \cup \{\infty\}$, est un temps d'arrêt si elle vérifie le test de Galmarino :

$$\forall \omega \in \Omega \quad \forall w \in \Omega \quad T(\omega) > n \text{ et } \omega|_n = w|_n \Rightarrow T(w) > n$$

où $\omega|_n$ est la suite finie des n premiers éléments de ω . Définissons le dérivé T' du t.d'a. T par $T' = \inf \{S : S \geq T-1 \text{ et } S \text{ est un t.d'a.}\}$, puis la suite transfinie des dérivés successifs (T^i) du t.d'a. T par $T^1 = T'$, $T^{i+1} = (T^i)'$, $T^j = \inf_{i < j} T^i$ si j est limite. Lorsque E est dénombrable et muni de la topologie discrète, il est facile de voir que T , temps d'arrêt, est une fonction continue pour la topologie produit sur Ω , et que l'on a "T est fini ssi \exists ordinal dénombrable tel que $T^i \equiv 1$ " (cf "Ensembles analytiques et temps d'arrêt" in Sém. IX).

Le théorème fondamental est équivalent au résultat suivant

THEOREME.- Soit E un espace souslinien et munissons Ω de la topologie produit. Si T est un t.d'a. analytique sur Ω (i.e. $\{T > n\}$ est analytique pour tout n), alors T est fini ssi il existe un ordinal dénombrable i tel que $T^i \equiv 1$.