CLAUDE DELLACHERIE

Une propriété des ensembles semi-polaires

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 9 (1975), p. 495

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1975__9__495_0>

Université de Strasbourg
Séminaire de Probabilités 1973/74

UNE PROPRIETE DES ENSEMBLES SEMI-POLAIRES

par C. Dellacherie

Soit (P_t) un semi-groupe fortement markovien vérifiant l'hypothèse de continuité absolue et soit $(\Omega, \underline{\underline{F}}, (\underline{\underline{F}}_t), (X_t), \ldots)$ sa réalisation canonique. Nous entendrons ici par changement de temps un changement de temps par rapport à une fonctionnelle additive strictement croissante.

On sait que beaucoup de notions sont invariantes par changement de temps : fonctions excessives, topologie fine, opérateurs de balayage, ensembles polaires, ensembles semi-polaires, etc D'autres notions ne sont pas invariantes : fonctions surmédianes, potentiels de fonction, ensembles de potentiel nul.

Nous allons démontrer ici le résultat suivant

THEOREME. <u>Soit</u> B <u>un ensemble presque-borélien de potentiel nul pour</u> (P_t). <u>Si</u> B <u>est de potentiel nul pour tout semi-groupe obtenu par changement de temps à partir de</u> (P_t), <u>alors</u> B <u>est semi-polaire</u>.

DEMONSTRATION. En effet, si B n'est pas semi-polaire, il contient un finement parfait K qui n'est pas semi-polaire (cf Dellacherie "Ensembles aléatoires II" Volume III du séminaire, Lecture Notes n°88), et K est alors le support fin d'une fonctionnelle additive continue (A_t) (cf Azéma " Une remarque sur les temps de retour. Trois applications" Volume VI du séminaire, Lecture Notes n°258). Mais alors K, et a fortiori B, n'est pas de potentiel nul pour le semi-groupe obtenu à l'aide du changement de temps défini par la fonctionnelle additive $(A_t + t)$.

La démonstration est courte, mais fait appel à deux résultats difficiles. Cependant, il serait illusoire d'en chercher une élémentaire car on peut déduire aisément les deux résultats difficiles de l'énoncé du théorème.