PAUL-ANDRÉ MEYER

Une note sur la compactification de Ray

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 8 (1974), p. 289

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1974__8__289_0>

Université de Strasbourg
Séminaire de Probabilités 1972/73

UNE NOTE SUR LA COMPACTIFICATION DE RAY

par P.A.Meyer

Les auteurs de l'article Quelques applications des résolvantes de Ray (Invent. Math. 14,1971) se sont mis à deux pour déclarer (bas de la page 154) que rien ne permet d'affirmer que E soit universellement mesurable dans (son compactifié de RAY) F . Effectivement, ces Messieurs avaient raison de ne pas affirmer ce qu'ils ne savaient pas démontrer ! Voici une démonstration de ce fait. Plus précisément, J.F. MERTENS dans un article récent , a montré que E est presque-borélien dans F, mais sa démonstration est plus compliquée.

D'abord, soit μ une mesure bornée sur E : μ est portée par un ensemble A_μ borélien dans E (donc lusinien métrisable) sur lequel toutes les fonctions f_n définissant la compactification sont boréliennes. D'après le th. de Lusin, A_μ (image d'un lusinien par une injection borélienne) est borélien dans F. Alors μ a une mesure image $\overline{\mu}$ dans F, portée par A_μ , donc par E, et E est $\overline{\mu}$-mesurable.

Ensuite, soit λ une mesure bornée sur F , et soit G un borélien de F, contenant E et de mesure minimale pour λ. Alors tout borélien H de E est trace d'un borélien H' de F, et $\lambda(G\cap H')=\mu(H)$ ne dépend que de H, non du choix de H' : μ est une mesure sur E. Il existe alors comme ci-dessus A_μ borélien dans E et dans F portant μ , donc $\lambda(A_\mu)=\mu(A_\mu)=\mu(E)=\lambda(G)$, $G\setminus A_\mu$ est λ-négligeable, et E est λ-mesurable.

(Cette démonstration est empruntée à un travail non publié de L. SCHWARTZ sur les mesures de Radon).