Séminaire de philosophie et mathématiques

Pierre Dugnac

Jean Dieudonné (1906 - 1992)

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1994, fascicule 3
« Jean Dieudonné (1906 - 1992) », , p. 1-31
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1994___3_A1_0>

JEAN DIEUDONNÉ (1906-1992)* PAR PIERRE DUGAC

Mon exposé comportera trois parties : l'homme, le mathématicien et l'historien des mathématiques. Je ne reviendrais pas, bien sûr, sur des faits déjà relatés par Laurent Schwartz dans sa passionnante conférence *Souvenirs sur Jean Dieudonné* du 7 mars ([58]).

Jean Dieudonné a écrit près de 400 livres et articles sur les mathématiques et leur histoire ([45])- sans parler du nombre qu'il m'est impossible à préciser de ses comptes rendus - et il n'est pas question d'en épuiser, même de façon la plus résumée, la richesse et la profondeur.

Dans ses dernières volontés, il a laissé le soin aux futures historiens des mathématiques d'évaluer son apport aux mathématiques. Je ne sais pas, par contre, si je donnerai ce soir même une idée très approximative de l'ampleur de sa contribution à l'histoire des mathématiques qui le place au tout premier rang des historiens des mathématiques de tous les temps.

J'espère que les nombreux documents que Madame Jean Dieudonné a mis généreusement à ma disposition donneront une image pas entièrement connue de Jean Dieudonné. C'est d'ailleurs un grand et redoutable honneur de parler ce soir devant elle.

L'HOMME

Laurent Schwartz a signalé dans sa conférence que Jean Dieudonné s'est éteint à son domicile 120 avenue de Suffren à Paris entouré des siens. Comme peu de temps avant sa mort il déclarait à la journaliste Guillemette de Sairigné ([56],339) :

"La vie m'a souri de bout en bout ; je n'en voudrais pas autre s'il me fallait recommencer",

il se considérait donc comme un homme heureux. Il répond ainsi à la définition qu'en donne Ovide dans *Les métamorphoses* ;

"C'est le dernier jour qu'il faut toujours attendre : aucun homme ne doit être appelé heureux avant qu'il ait quitté la vie."

* Conférence donnée le 9 mai 1994 au Séminaire de Philosophie et Mathématique à l'Ecole Normale Supérieure.

De plus, depuis son séjour pendant l'année scolaire 1919-1920 à l'école anglaise de Bembridge, dans l'île de Wight ([57], 97), où l'étude de l'algèbre l'a "enthousiasmé", il a "toujours voulu être mathématicien". Il a réalisé pleinement ce souhait et répond aussi à ce que disait Alfred de Vigny dans son roman *Cinq-mars* :

"Qu'est-ce qu'une grande vie, sinon une pensée de la jeunesse exécutée par l'âge mûr."

Quelle était donc cette vie qui a commencé le 1er juillet 1906 15 avenue Simone à Lille et s'est achevée dans l'après-midi du dimanche 29 novembre 1992.

Son grand-père paternel était venu s'établir dans le Nord de la France après l'annexion de l'Alsace-Lorraine par l'Allemagne en 1871. Son père Ernest Dieudonné, soutien de famille à 12 ans ([32],t.I,1), "avait dû renoncer à poursuivre ses études, et, à force de travail", il est devenu "le directeur général d'un important groupe d'industriels textiles". Il a eu une profonde influence sur son fils, "vivant exemple de ce que peuvent faire l'effort et la volonté". Sa mère, Léontine Lebrun, était institutrice et l'est restée jusqu'à la naissance de son fils.

Evacuée fin 1915 de Lille occupée par les Allemands, la famille rejoint le père qui se trouve à Paris. Jean Dieudonné entre alors au lycée Condorcet, et il a toujours aimé l'école, apprenant facilement et récoltant des prix sans se donner beaucoup de mal.

Pendant l'année scolaire 1919-1920, son père l'envoie dans l'école anglaise de Bembridge. Dans le journal de l'école, *Bembridge School Newspaper*, rédigé et imprimé par les élèves, on apprend dans le numéro de Pâques 1920 que l'élève Jean Dieudonné, en tant que footballer, "est très inégal ; quelquefois il joue très bien". C'est que, probablement, l'algèbre l'emportait sur le sport.

Dans ce même numéro se trouve la traduction par Jean Dieudonné du poème *Les asphodèles* du poète anglais du XVII^{e} siècle Robert Herrick. Il s'agit des plantes dont la tige se termine par une grappe de grandes fleurs étoilées très ornementales. Cette traduction montre que Jean Dieudonné a été toujours sensible à la poésie :

"Asphodèles d'or pur, ô belles éphémères,
Nous pleurons de vous voir, avant que dans les cieux,
Phoebus, sur ses coursiers de flamme, radieux
Ait atteint le midi de son cours de lumière.

Perdre cette fraîcheur, ce parfum, cette grâce
Qui vous rend à jamais, parmi toutes vos soeurs
Des jardins et des bois, les princesses des fleurs.
Hélas ! vous vous fanez, comme l'homme ; et tout passe.

Restez, ô restez nous, charmantes infidèles,
Restez nous seulement jusques au chant du soir,
Jusqu'à l'heure où s'endorment les bois, asphodèles !

Alors, ayant prié, nous irons nous assoir
Sur la mousse des bois, pour vous écouter, belles,
Etaler vos soupirs comme d'un encensoir."

Il retourne à la fin de cette année scolaire à Lille, au lycée Faidherbe, où il refaisait les démonstrations mathématiques "deux fois pour le plaisir". Il obtient le premier prix de mathématiques au Concours général de 1923 et passe la seconde partie du baccalauréat en juillet, série mathématiques, avec la mention très bien. Son père aurait voulu qu'il devienne industriel, mais son fils n'avait d'intérêt que pour les mathématiques et il a fini par accepter de le laisser continuer dans cette voie.

Aux concours de 1924, il est reçu à l'Ecole Polytechnique et à l'Ecole Normale Supérieure, optant pour cette dernière. Il y rencontre Jean Delsarte et André Weil (promotion 1922), Henri Cartan et René de Possel (1923), Marcel Brelot, Charles Ehresmann, Jean-Paul Sartre et Raymond Aron (1924), et Claude Chevalley et Jean Leray (1926).

Il avait ainsi la chance de vivre en contact journalier avec les esprits "qui seront parmi les plus distingués" de sa génération :

"J'ai compris donc vite que si je voulais rester dans le sillage des camarades brillants qui m'entouraient et des aînés qui déjà se faisaient un nom dans la recherche, il me faudrait travailler ferme. Cela ne m'était pas pénible."

Il obtient en juillet 1925 la licence ès-sciences mathématiques. Il passe en octobre l'analyse supérieure et en juin 1926 la mécanique rationnelle.

En 1927, le *Théâtre des Folies-Normaliennes* présente *Fossiles et marteaux*, où jouent Raymond Aron et Jean-Paul Sartre, avec une "musique arrangée" de Jean Dieudonné.

Il se présente cette année à l'agrégation des mathématiques, où il est reçu premier, et rédige le *Cours de cinématique* de Gaston Julia.

Il fait son service militaire pendant l'année scolaire 1927-1928 comme sous-lieutenant au 205^{e} régiment d'artillerie, et

Ernest Vessiot, directeur de l'Ecole Normale Supérieure, écrit à son propos au doyen de la *Graduate School* de Princeton, dans le but de lui faire attribuer la bourse *Proctor Visiting Fellow* à l'Université de Princeton :

"Il me paraît avoir des dispositions remarquables pour la recherche mathématique.

M. Dieudonné est, d'autre part, un jeune homme tout à fait distingué comme éducation et très vigoureux physiquement. Il est célibataire, comme l'exigent les conditions de la bourse. Il parle l'anglais couramment."

Il passe à Princeton l'année universitaire 1928-1929, où il rédige son premier mémoire publié *Sur une généralisation du théorème de Rolle aux fonctions d'une variable complexe* ([1]). A cette occasion, il remercie Einar Hille, professeur à l'Université de Princeton, d'avoir bien voulu s'intéresser à ses recherches et de lui avoir donné de "bons conseils" pour la rédaction de son travail.

C'était l'époque où Alexander avait établi "les théorèmes fondamentaux" de la topologie combinatoire, et Jean Dieudonné se souvient en 1988 ([39]) :

"En France, presque personne ne connaissait alors Alexander ; en fait, j'étais une exception, puisque je venais de passer à Princeton l'année scolaire 1928-29 ; mais, hélas, je n'en avais retiré qu'un dégoût prononcé pour les méthodes combinatoires de l'école de Princeton, dont je ne comprenais pas alors la portée."

L'année universitaire 1929-1930, il est agrégé préparateur de mathématiques à l'Ecole Normale Supérieure, et il suit le cours, qu'il rédigera, d'Emile Picard *Quelques applications de la théorie des surfaces algébriques*.

Du 1er novembre 1930 au 15 juin 1931, il a une bourse *Rockfeller Foundation Fellowship*, dont le but était le suivant :

"Poursuivre les études sur la question de trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour une fonction d'une variable complexe d'être univalente dans le cercle unité, à l'Université de Berlin avec le professeur Ludwig Bieberbach, pendant le semestre d'hiver 1930, et à l'Université de Zurich avec le professeur Goerge Polya, durant les semestres de printemps et d'été 1931."

Il a passé, en 1931, sa thèse *Recherches sur quelques problèmes relatifs aux polynômes et aux fonctions bornées* ([2]) ; le président du jury était Emile Picard et les examinateurs Ernest Vessiot et Paul Montel. Sa seconde thèse concernait *Les équations de définition des groupes continus (infinis) de* *transformation.*

Paul Montel écrit dans son rapport de thèse du 30 avril 1931 :

"Ce travail démontre chez son auteur de remarquables qualités d'invention, des connaissances très étendues et une réelle habileté analytique. Les idées sont presque toujours simples, les méthodes naturelles et souvent élégantes, les raisonnements rigoureux et les résultats précis. L'ensemble décèle un esprit mathématique de haute qualité."

En 1931-1932, il est au Centre National de la Recherche Scientifique qui venait d'être créé. Après avoir été chargé de cours à la Faculté des Sciences de Bordeaux pendant l'année universitaire 1932-1933, il est nommé à la Faculté des Sciences de Rennes, où il enseigne de 1933 à 1937.

Pendant l'année universitaire 1933-1934, il participe au Séminaire de Gaston Julia, dont s'était la première année, en faisant les exposés sur l'*Algèbre des matrices* et la *Théorie des corps gauches*.

"Les deux événements les plus importants" de sa vie se sont produits à l'automne 1934 : c'est la rencontre de la jeune fille qui devait devenir sa femme et la création du groupe Bourbaki.

Comme l'a déjà signalé Laurent Schwartz, il a rencontré sa future épouse aux Concerts Lamoureux qui ont toujours lieu, à la Salle Pleyel, le dimanche à 17 h 45. La jeune fille, Mademoiselle Odette Clavel, a fait tomber son programme et un "grand beau jeune homme l'a ramassé". Il se sont mariés le 22 juillet 1935.

Il a déclaré à la fin de sa vie à propos de ce premier événement :

"C'est comme l'illumination scientifique. Quand je l'ai rencontrée - elle travaillait à l'époque dans un laboratoire de chimie - j'ai tout de suite su que c'était la bonne. Après cinquante-six ans de mariage,nous sommes toujours heureux ensemble."

Mais il reconnaissait que son épouse, son fils et sa fille ont dû pâtir de sa passion pour les mathématiques :

"Ma femme et mes enfants n'ont guère eu de contacts avec moi quand j'étais absorbé par mes recherches mathématiques, et ils ont souffert de cette situation."

La naissance du groupe Bourbaki est liée aux Séminaires de Jacques Hadamard et de Gaston Julia ([59],158) :

"Depuis qu'Hadamard se fut retiré en 1934, le Séminaire a continué, sous une forme légèrement différente, sous la direction de Gaston Julia. Il s'agissait d'étudier sous une forme plus systématique les grandes idées qui provenaient désormais de toutes les directions. Les choses en étaient là lorsque naquît le projet de publier un ouvrage d'ensemble qui ne comprendrait plus sous forme de séminaire mais sous celle de traité les idées principales de la mathématique moderne. C'est l'origine des *Eléments de mathématique*."

C'est sa passion pour les encyclopédies et les classifications qui a été assouvie dans le travail du groupe Bourbaki :

"Bizarre passion, mais qui seule peut expliquer l'ardeur avec laquelle je me mis à rédiger les multiples états par lesquels doit passer tout chapitre du Traité avant d'être définitivement approuvé par la confrérie. Mais j'étais loin d'escompter l'effet qui en résulta sur mon développement intellectuel. L'entreprise exigeait que chaque membre du groupe se chargeât de mettre en forme des théories sur lesquelles il ne savait souvent à peu près rien. Pour moi, ce fut une gymnastique intellectuelle d'une extraordinaire efficacité. Livré à moi-même, je serais sans doute resté toute ma vie cantonné dans un étroit secteur de l'analyse ; obligé d'apprendre sans cesse du nouveau et d'essayer de le repenser avec un esprit vierge, je fus amené, presque sans le vouloir, et tout en assouvissant à plaisir ma manie classificatrice, à travailler moi-même dans des parties de plus en plus étendues des mathématiques. En outre, je ne cessais de bénéficier, au cours des multiples réunions de notre groupe, des idées souvent extrêmement originales et pénétrantes de mes coéquipiers, et ce n'est pas une exagération de dire qu'ils sont certainement de moitié dans tout ce que j'ai pu faire."

Ainsi, comme Dirichlet avait fait de Dedekind un "homme nouveau" lorsqu'il a été nommé à Göttingen ([44],16), amenant dans son sillage le jeune Riemann, en lui ouvrant les horizons de la mathématique en train de se faire, on peut dire que le groupe Bourbaki a fait de Jean Dieudonné un mathématicien nouveau.

Le titre du traité de Nicolas Bourbaki *Eléments de mathématique* a été choisi, bien sûr, à cause des *Eléments* d'Euclide. Mais est-ce compatible avec le cri de Jean Dieudonné : "A bas Euclide !"? C'est au cours d'un congrès organisé par la Communauté Economique Européenne sur l'enseignement de la géométrie dans les classes du secondaire que ce slogan fut lancé : Jean Dieudonné a été "effaré" par les programmes de 1950 et il a déclaré qu'il ne faut pas "suivre Euclide aveuglément, il faut faire autrement, à bas Euclide" !

C'est lui qui a rédigé la plupart des notices historiques des *Eléments de mathématique* de Bourbaki.

En 1937, il est nommé maître de conférences à la Faculté des Sciences de Nancy, puis professeur, où il enseignera de 1937 à

1946 et de 1948 à 1952, après deux années passées à l'Université de Sao Paulo au Brésil de 1946 à 1948.

L. Schwartz notait dans sa conférence à propos de l'enseignement de Jean Dieudonné à Nancy :

"Dieudonné enseignait à dix élèves dont deux environ étaient reçus chaque année."

A la fin de ma conférence, un ancien élève de Nancy est venu me dire que l'année où il avait passé son examen avec Jean Dieudonné - sur un sujet dont uniquement la première question était faisable, car il s'agissait d'une question de cours - il avait était le seul admissible à l'écrit, mais refusé à l'oral.

Marcel Roubault, ancien doyen de la Faculté des Sciences de Nancy, a rappelé en 1969 la participation de Jean Dieudonné aux réunions du Conseil de la Faculté ([55]) :

"Les aspects de ta personnalité, qui se dégageaient dans un tel cadre, se résument en deux mots : une *honnêteté* sans défaillance et une *franchise* dans l'expression qui parfois surprend, mais qui est pour moi une qualité bien rare."

Jean Dieudonné est mobilisé en septembre 1939 et, officier derrière la ligne Maginot, il fait "descendre un piano dans son cagibi", où il logeait. Envoyé à Tours, comme lieutenant de la défense antiaérienne, il rejoint ensuite Nevers, au moment de l'avance des Allemands, et traverse la Loire :

"A deux heures près, j'étais fait prisonnier."

C'est ensuite l'armistice de 1940 :

"Je n'ai pas pu retourner aussitôt à Nancy qui se trouvait en zone décrétée interdite par les Allemands. Le ministère de l'Education nationale m'a alors envoyé à l'Université de Clermont-Ferrand, où j'ai donné des cours jusqu'en 1942, date à laquelle j'ai pu regagner Nancy."

Vers 1946, sa recherche mathématique est en panne :

"Il arrive aussi à l'homme de science de traverser de longues périodes de sécheresse : pendant une année entière - j'avais alors quarante ans, et, professeur à Nancy, j'avais déjà publié pas mal de choses - je me suis retrouvé vide d'idées. Mais *vide*, vraiment."

Pendant l'année universitaire 1952-1953, il est professeur à l'*University of Michigan* et de 1953 à 1959 à la *Northwestern University*.

Dans un livre, paru en 1993, il raconte une de ses illuminations mathématiques :

"Je me vois encore dans la bibliothèque de l'Université où je me trouvais près de Chicago, brusquement envahi par la *certitude*. Je m'intéressais à l'époque aux "modules sur un anneau non commutatif". C'est un bonheur prodigieux qui vous tombe dessus. Un peu comme une illumination mystique : le dieu mathématique est là qui entre dans votre vie. J'imagine assez bien les évangélistes transportés de la même manière."

De 1959 à 1964 il est professeur à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques à Bures-sur-Yvette, qu'il a aidé à fonder, en exigeant que A. Grothendieck en fasse partie.

Enfin, de 1964 à 1969,il est professeur à la Faculté des Sciences qui venait d'être créée à Nice. Ainsi se réalise son rêve de jeunesse :

"Ma venue à Nice est l'heureux, bien que tardif, aboutissement d'un amour de jeunesse : le garçon du Nord que j'étais avait littéralement été ébloui quand à 14 ans le miracle de la Côte d'Azur lui avait été révélé. J'en suis resté marqué toute ma vie, en dépit des nombreux voyages qui m'ont permis de connaître les paysages les plus variés de notre planète ; et j'ai souvent maudit le mauvais sort qui voulait que la seule ville où je souhaitais me fixer n'eût pas d'université. C'est au seuil de la soixantaine seulement que mon rêve ancien s'est matérialisé."

Mais il finira ses jours à Paris.

Il sera le premier doyen de la nouvelle Faculté des Sciences et Robert Davril, recteur de l'Université de Nice, décrit ainsi en 1969 ce doyen de choc :

"J'ai plutôt découvert un lutteur pacifique, allant droit son chemin, mû par une énergie implacable, secoué parfois d'énormes colères qui faisaient trembler les vitres, avant que ne revienne l'apaisement, la conciliation, et pour tout dire la bonté agissante. J'ai aimé en vous cette force et cette droiture, ou si vous préférez votre caractère."

Un colloque international en l'honneur de Jean Dieudonné doit être organisé fin 1995 ou début 1996 à Nice à l'occasion de l'inauguration du bâtiment de mathématiques portant son nom. Le thème de ce colloque est *Matériaux pour servir à l'histoire des mathématiques du XX^e^ siècle*, et son comité scientifique est composé de A. Borel, H. Cartan, F. Hirzebruch, S. Iyanaga, J. Leray, Y.I. Manin, L. Schwartz, J.-P. Serre et A. Weil.

Jean Dieudonné est élu correspondant de l'Académie des Sciences en 1965 et il sera élu membre de l'Académie en 1968.

A soixante ans, ainsi que pour ses soixante-dix ans, il subira "la seule véritable épreuve" de sa vie ; la mort de ses parents et l'impuissance ressentie devant leurs souffrances.

En 1969 et 1970, il est professeur à *Notre-Dame University*.

Peu de temps avant son décès, il affirmait dans une interview à propos de la mort :

"Elle ne m'angoisse pas, je suis persuadé que, comme tous les animaux, je disparaîtrai intégralement. Aujourd'hui, je suis prêt à partir. On me dirait "dans un mois", ce serait parfait. Je n'en réclame pas plus, j'ai eu tout ce que je voulais de la vie."

Selon son habitude, les derniers jours de sa vie il lisait plusieurs livres, passant de l'un à l'autre. Sur sa table de chevet se trouvaient le jour de son décès *La comédie humaine* de Balzac, tome IV de la Pléiade, les *Oeuvres* de Clément Marot, tome IV, publiées par Delarue, le tome I des *Oeuvres complètes* de Montaigne dans la Pléiade, tome III de *A la recherche du temps perdu* de Marcel Proust dans la Pléiade, les *Oeuvres* de Malarmé publiées par Garnier, les *Romans et contes* de Voltaire dans la Pléiade, ainsi que la *Géométrie non commutative* d'Alain Connes.

Il écoutait les disques de Jean-Sébastien Bach, Mozart et Bartok.

LE MATHÉMATICIEN

THÉORIE DES FONCTIONS

Le *Choix d'oeuvres mathématiques* de Jean Dieudonné, publié en 1981, est une excellente source pour connaître son oeuvre mathématique, d'autant plus qu'on est guidé par sa remarquable *Notice sur les travaux scientifiques*, dont l'analyse s'arrête en 1967.

Dans sa thèse de 1931, *Recherches sur quelques problèmes relatifs aux polynômes et aux fonctions bornées d'une variable complexe*, il démontre ([2],318) un cas particulier de la célèbre conjecture de L. Bieberbach : on a $|a_n| \leq n$ pour les fonctions univalentes

$$(1) \qquad f(z) = z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n + \dots, \qquad z \in \mathbb{C},$$

à coefficients *réels*, définies et convergentes pour $|z| < 1$.

Il détermine ensuite le rayon minimum de p-valence d'une fonction analytique, bornée par M et de la forme (1), en fonction de M et de p : c'est le rayon du plus grand cercle de centre origine dans lequel (1) prend p fois la même valeur.

En 1938, Jean Dieudonné publie *La théorie analytique des polynômes d'une variable* ([3]), qui est la première monographie sur la localisation des zéros d'un polynôme d'une variable. Il dégage, en 1939, une idée générale permettant de résoudre, au point de vue qualitatif, le problème posé ([32],t.I,77) :

"On considère une famille F de polynômes d'une variable complexe, de degré *borné*, et qui dépendent d'un certain nombre de *paramètres* variables ; il s'agit de savoir *s'il existe*, et dans l'affirmative de *déterminer*, des régions du plan complexe (non indentiques au plan entier) telles que *tout* polynôme de la famille possède, dans une telle région, *un nombre de zéros au moins égal à un nombre donné* $r > 0$."

TOPOLOGIE GÉNÉRALE

Le 4 octobre 1937, dans son premier travail de topologie générale, *Sur les fonctions continues numériques définies dans un produit de deux espaces compacts*, il introduit ([32],t.I,141) la notion de partition de l'unité, dont a déjà parlé L. Schwartz. Cette notion est utilisée en topologie et en géométrie différentielle pour "localiser" les problèmes, sans introduire des discontinuités.

Dans son mémoire de 1939 *Sur les espaces complets* il démontre ([32],t.I,150) qu'il est possible de munir d'une structure d'espace complet un espace localement compact, réunion dénombrable d'espaces compacts.

Il introduit ([32],t.I,166), en 1944, la notion d'espace paracompact, également signalée par L. Schwartz, et démontre que tout espace métrisable séparable est paracompact. A. Stone démontrera en 1948 ([60],979) qu'un espace métrique quelconque est paracompact. Cette notion joue un rôle important en topologie générale et en topologie algébrique.

ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES

Dans deux notes aux *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, des 12 et 26 août 1940, *Topologies faibles dans les espaces vectoriels* ([6]) et *Equations linéaires dans les espaces* *normés* ([5]) - Jean Dieudonné - généralisant le travail de Köthe et Toeplitz ([51],197) - expose la théorie des espaces vectoriels topologiques, et il étudie la dualité dans les espaces vectoriels topologiques munis de la topologie faible. Il énonce en particulier le théorème suivant :

"Pour qu'une topologie d'un espace localement convexe soit une topologie d'espace normé, il faut et il suffit qu'il existe un voisinage de l'origine faiblement borné."

Il développe ces deux notes dans *La dualité dans les espaces vectoriels topologiques* ([32],t.I,235), paru en 1942, où il donne un exposé d'ensemble de la théorie de la dualité.

Après avoir donné la définition d'un espace dual d'un espace vectoriel topologique localement convexe, il introduit la topologie faible d'espace localement convexe. Il étudie ensuite les propriétés de cette topologie, avant d'aborder la dualité dans les espaces normés.

Il continuera l'étude des problèmes de dualité dans l'article de 1949 ([32],t.I,300), écrit en collaboration avec Laurent Schwartz. Il s'agit de la dualité dans les espaces de Fréchet - espaces localement convexes, métrisables et complets - et dans les espaces, introduits par eux, qui sont limites inductives de suites croissantes d'espaces de Fréchet, et qui jouent un rôle important dans la théorie des distributions.

Gottfried Köthe a exprimé en 1969 sa "profonde admiration" pour les contributions de Jean Dieudonné au développement de l'analyse fonctionnelle ([55]) :

"Ces travaux étaient écrits pendant la guerre et pendant les premières années après la guerre. Je me souviens très bien de l'impression profonde qu'ils faisaient sur moi et de l'influence décisive sur l'orientation de mes propres recherches dans l'analyse fonctionnelle.

Rappelons la situation de la théorie des espaces vectoriels topologiques avant la guerre. D'une part, on avait la théorie de Banach et de son école, très développée et avec des applications dans l'analyse ; d'autre part, il existait une théorie parallèle des espaces de suites de Toeplitz et moi-même où la dualité jouait un certain rôle. De la théorie plus générale des espaces localement convexes n'existaient que quelques résultats préliminaires dus à von Neumann.

C'est Monsieur Dieudonné qui a développé les idées fondamentales d'une théorie puissante des espaces localement convexes qui contient les deux théories mentionnées comme cas spéciaux."

INTÉGRATION

En 1941, Jean Dieudonné fait dans son article *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym* ([7]) une étude abstraite de ce théorème et il montre qu'il caractérise essentiellement l'intégrale parmi les fonctionnelles linéaires positives sur un anneau de Riesz.

Dans son mémoire *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym (II)* de 1944 ([8],206), il donne une condition nécessaire et suffisante pour que le théorème de Lebesgue-Nikodym abstrait soit vrai. De plus, les seuls anneaux de Riesz pour lesquels ce théorème est vrai sont, à une isomorphie près, les anneaux de fonctions sommables pour une mesure complètement additive sur un ensemble.

Il étend, dans *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym (III)* publié en 1948 ([10],30), ce théorème et ses conséquences aux intégrales des fonctions vectorielles.

ALGÈBRE

Dans son mémoire *Sur le socle d'un anneau et les anneaux simples infinis*, de 1942 ([32],t.II,36), il démontre que la topologie faible est également l'instrument principal "dans la théorie purement algébrique des anneaux simples à idéaux minimaux, mais sans condition de finitude".

En 1943, dans *Les déterminants sur un corps non commutatif* ([32],t.II,85), il montre qu'on peut développer une théorie des groupes classiques sur un corps quelconque non commutatif dans le cas d'un groupe linéaire.

C'est en 1948, dans *La théorie de Galois des anneaux simples et semi-simples* ([32],t.II,147), qu'il élargit le cadre où s'étaient placés Emil Artin, Henri Cartan et Nathan Jacobson.

Voici comme Jean Braconnier a jugé en 1969 ses travaux en algèbre ([55]) :

"Parmi ces découvertes, je citerai des propriétés des extensions transcendantes d'un corps, une généralisation des corps ordonnables, une étude des extensions de groupes décomposables en sommes directes de groupes cycliques, une analyse de la notion de dimension d'un module sur un anneau quelconque, l'interprétation géométrique des résultats de Kronecker sur la réduction des couples de matrices et, surtout, l'introduction et l'usage des produits tensoriels de modules, qui prépara largement les développements que l'on sait des propriétés des foncteurs associés à de tels produits.

Une des contributions les plus originales de Monsieur Jean Dieudonné à l'algèbre générale est constituée par ses travaux sur les anneaux non commutatifs, simples ou semi-simples : l'introduction du socle d'un anneau, la généralisation des théorèmes de Wedderburn et l'utilisation de méthodes d'algèbre topologique liées à la complétion faible d'anneaux d'endomorphismes, lui ont permis de donner à la théorie de ces anneaux une généralisation et une simplicité de grandes portées.

Un autre apport important est la théorie de Galois des anneaux simples et semi-semples."

De plus, à la suite des travaux de Jordan et de Dickson sur les groupes classiques, il a découvert "des résultats nouveaux" concernant de tels groupes, "tant sur les corps non commutatifs que sur les corps commutatifs de caractéristique nulle ou égale à deux."

GROUPES DE LIE FORMELS

Jean Dieudonné a initié en 1952 la théorie des groupes de Lie formels dans le cas d'un corps algébriquement clos de caractéristique $p > 0$. D'après Jean Braconnier, c'est dans cette partie des mathématiques qu'il a obtenu "les résultats les plus profonds et les plus riches de développements".

Ces résultats de Jean Dieudonné sur les groupes de Lie et les hyperalgèbres de Lie ont été généralisés et complétés par Y. Manin et P. Cartier. Ce dernier écrit à leur propos :

"Dans une longue série d'articles parus entre 1954 et 1959, Dieudonné a fondé la théorie des groupes formels. Il s'agit, en revenant aux sources de la théorie de Lie, de procéder à une étude algébrique des séries de puissances qui expriment la multiplication au voisinage de l'origine dans un groupe de Lie. Dieudonné obtient, surtout pour les groupes commutatifs, une série de résultats fort nouveaux, dont on n'aperçut pas tout de suite la signification et les conséquences pour les autres domaines de l'algèbre."

Ces résultats sont aussi utiles dans la théorie moderne des variétés abéliennes sur un corps quelconque et à leurs applications à la théorie des nombres.

FONDEMENTS, LOGIQUE ET PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES

Dans son article sur les fondements des mathématiques de 1939, Jean Dieudonné défend la méthode axiomatique contre l'objection de sa stérilité, et exprimant probablement l'opinion du groupe Bourbaki écrit ([4],225) :

"L'histoire du développement des mathématiques, au cours des trente dernières années, suffit à la réduire à néant : l'emploi de la méthode axiomatique, en montrant clairement d'où provenait chaque proposition, quelles étaient, dans chaque cas, les hypothèses essentielles et les hypothèses superflues, a révélé des analogies insoupçonnées et permis des généralisations étendues ; les développements modernes d'algèbre, de topologie, de théorie des groupes, n'ont d'autre origine que la généralisation de l'emploi des méthodes axiomatiques."

Il décrit dans cet article la méthode formaliste et renvoie, en note, "pour un exposé plus détaillé", à son ouvrage intitulé *Esquisse d'un développement formel de la science mathématique*, "qui paraîtra prochainement", précise-t-il, chez Hermann. Cette note a disparu de la nouvelle publication de cet article après la guerre. Par contre, il y renvoie aux *Eléments de mathématique* de Bourbaki, livre I, *Théorie des ensembles*, chapitres I et II. Je ne sais pas ce qu'il est devenu ce livre annoncé et s'il a été intégré dans l'ouvrage de Bourbaki.

Les travaux de Gödel et de Paul Cohen ont convaincu Jean Dieudonné de donner raison en 1976 aux mathématiciens qui furent réservés sur les raisonnements fondés sur le transfini, l'axiome du choix non dénombrable et l'hypothèse du continu ([44],10) :

"La preuve par Gödel et Paul Cohen de l'indécidabilité de l'axiome du choix et de l'hypothèse du continu, et les travaux métamathématiques nombreux qui ont suivi, ont sérieusement changé les opinions de beaucoup de mathématiciens à cet égard. Il y a maintenant, au delà de l'analyse classique (basée sur le système d'axiomes de Zermelo-Fraenkel, augmenté de l'axiome du choix *dénombrable*), une *infinité* de mathématiques possibles, et aucune raison bien convaincante ne s'impose pour le moment d'en choisir une de préférence à d'autres. En outre, on s'est aperçu qu'en fait les progrès les plus spectaculaires réalisés en mathématiques depuis 1950 se situent tous à l'intérieur du système d'axiomes classiques et sont totalement indépendants de l'introduction d'axiomes supplémentaires."

Au cours d'une émission radiophonique en 1978, parlant des paradoxes de la théorie des ensembles qui posaient des problèmes aux mathématiciens au début de ce siècle, Jean Dieudonné avoue "avoir passé une année entière" dans sa jeunesse pour s'assurer que vraiment il avait "le droit de dire un certain nombre de choses" sans risquer la contradiction.

Il a vigoureusement combattu en 1980 l'idée que les mathématiques soient une partie de la logique, comme l'avait affirmé Bertrand Russell en 1903 en soutenant que "toute mathématique est logique symbolique", ce qui était pour lui "une des plus grandes découvertes de notre époque".

A cette occasion il a porté un jugement trop sévère sur Russell ([31],16) :

"Je ne veux pas juger ici Russell comme philosophe - je laisse aux philosophes la tâche d'évaluer son importance - mais je dois dire que, comme mathématicien, il était médiocre et très insuffisant. Il n'a jamais démontré un théorème et chaque fois qu'il parlait des mathématiques il disait quelque sottise. Quand ensuite il a voulu écrire les *Principia mathematica*, un livre très volumineux, il s'est limité à prendre les idées de Frege et de Peano, qui étaient très profondes et intéressantes, et il en a fait un fatras illisible dont aucun mathématicien à ma connaissance ne s'est jamais servi. Donc la phrase de Russell "la mathématique est une partie de la logique" est une bêtise qu'il faut ajouter aux autres qu'il a dites sur les mathématiques. A mon avis, c'est aussi absurde que de dire que l'oeuvre de Goethe et celle de Shakespeare sont de la grammaire, parce que le problème est celui-ci : la logique en ces temps, et encore aujourd'hui, est la langue des mathématiques ; on ne peut pas écrire un texte mathématique correct sans utiliser la logique, ainsi qu'on ne peut pas écrire correctement un texte sans utiliser la grammaire ; on démontre l'exacte similitude : la logique est langage des mathématiques, mais elle est très loin d'en être la substance."

Dans cette même conférence sur la logique et les mathématiques dans les années 1980, Jean Dieudonné répond aux logiciens qui ennuient les mathématiciens avec un formalisme excessif par une histoire due à André Weil :

"Les premiers colons américains entouraient leurs maisons avec des palissades pour s'y réfugier lors des incursions des Indiens. Pendant le jour, ils sortaient, cultivaient leurs champs et s'occupaient de leurs bêtes, mais près de la palissade se trouvait toujours une sentinelle qui sonnait le clairon dès que les Indiens apparaissaient dans le lointain. Immédiatement, tous les Américains se réfugiaient derrière la palissade et attendaient que les Indiens se fussent éloignés pour reprendre leurs occupations. Il est évident que pour nous les Indiens représentent les philosophes et les logiciens qui nous embêtent avec les antinomies. Quand commenceront leurs incursions, on se retranchera derrière la palissade, c'est-à-dire derrière le système formel, et on dira : "voici le système formel, examinez si tout cela est parfaitement correct, ne cherchez pas à nous ennuyer". Et effectivement, ils ne dépasseront pas la palissade."

Ce système formel est bien entendu celui de Zermelo-Fraenkel.

Sa position sur la philosophie des mathématiques est bien connue des participants de ce Séminaire. Je rapelle seulement sa proposition faite en 1976 pour mettre fin au divorce entre les mathématiciens et les philosophes ([26],34) :

"Il n'est pas niable que la complexité et l'étendue des disciplines mathématiques actuelles nécessitent un gros effort d'information pour en saisir l'agencement et l'évolution ; mais l'exemple de Lautman montre que cet effort n'est pas surhumain et ne demande que de la résolution et un esprit clair. L'avenir d'une collaboration féconde entre mathématiciens et philosophes en matière d'épistémologie me paraît être à ce prix."

MATHÉMATICIEN EN ARTISTE, MATHÉMATIQUES NOBLES ET MATHÉMATIQUES MOTIVÉES

Vers 1969, il fait une conférence dans laquelle il souligne la différence qui existe entre un mathématicien et un autre scientifique, différence qui est caractérisée par le fait que ce sont les "considérations esthétiques" qui dominent chez le premier :

"On peut donc dire que le mathématicien se sent beaucoup plus près de l'artiste ou du poète que de l'homme de science (si l'on met à part les règles très strictes qu'il doit observer dans son travail). C'est en artiste qu'il a tendance à apprécier ses propres oeuvres et celles de ses confrères, et, comme chez les artistes, il ne manque pas d'écoles rivales parmi les mathématiciens d'aujourd'hui. De l'artiste, et peut-être à un plus haut degré encore, il partage un certain détachement vis-à-vis du monde extérieur."

Dans son *Orientation générale des mathématiques pures en 1973*, il tire des conséquences de cette conception ([23],76) :

"Puisqu'il s'agit d'esthétique, nous dirons qu'il y a des *mathématiques nobles* et des *mathématiques serviles*. Comment classer ? Il n'y a pas de vote.Les mathématiques, c'est une question d'aristocratie. Les bonnes mathématiques sont faites par très peu de gens (150 au 20ème siècle au plus). Il y a une poignée de "leaders". Les bonnes orientations sont celles données par ces gens-là exemples : Riemann, Elie Cartan, Siegel ; au total 7 à 8 au 18ème siècle ; 30 au 19ème ; 1 par an au 20ème siècle. Une théorie noble est une théorie considérée comme bonne par ces mathématiciens : l'opinion des autres est sans importance."

Cette conception a été critiquée ([52]), de façon aussi péremptoire, par S. Mac Lane.

Roger Godement, qui demande à Jean Dieudonné un tiré à part de sa conférence, écrit dans sa lettre du 19 décembre 1973 :

"Eh bien - tout le monde porte aux nues tes points de vue éminement libéraux et même démocratiques."

Jean Dieudonné lui répond le 6 janvier 1974 :

"Il me paraît évident que "mes points de vue démocratiques" sont mis là par antiphrase, vu que tu sais pertinemment depuis longtemps que je suis un champion sans vergogne de ce que tu appelles ma "méritocratie",si l'on entend par là le principe qui veut qu'on mette dans une position quelconque l'homme le plus qualifié pour l'occuper en raison de ses *mérites*, précisément, et sans considération de race, religion, origine, situation de fortune ou opinion politique. Jusqu'il y a une vingtaine d'années, il était même admis que ce principe était l'une des grandes "conquêtes" *démocratiques* du XIX^{e} siècle, et nous trouvions tous excellent de voir également honorés et admirés les enfants de familles pauvres qu'étaient Gauss Riemann et Elie Cartan à côté de Kronecker, riche financier, et d'Henri Poincaré, cousin du Président de la République, ou le Juif Jacobi et le radical-socialiste Painlevé à côté du légitimiste et bigot Cauchy."

Il s'est également posé en défenseur des mathématiques motivées dans sa correspondance avec Marc Krasner. Dans sa lettre du 23 août 1972, Jean Dieudonné expose ses idées sur l'appréciation d'un travail mathématique, à propos d'un vote au Comité consultatif des universités (dont il ne faisait pas partie) concernant l'inscription sur la liste d'aptitude au poste de professeur, Krasner ayant fait appel à lui pour protester contre la non-inscription d'un de ses élèves :

"Il y a essentiellement là-dessus deux conceptions opposées. L'une qui est la vôtre, et sans doute celle d'Ehresmann, des Dubreil et de nombreux Américains, est qu'un travail, où l'auteur montre qu'il sait vaincre de sérieuses difficultés techniques, est un bon travail mathématique. L'autre est celle de Hilbert et de Bourbaki, mais aussi de beaucoup de mathématiciens qui n'ont rien à voir avec Bourbaki, tels Emil Artin, Hermann Weyl, Siegel, Harish-Chandra, Iwasawa, pour ne citer que quelques noms très connus. Dans cette seconde conception, pour qu'un travail soit apprécié, il faut non seulement qu'il témoigne d'imagination et de compétence technique, mais *en outre* que le sujet traité ait un rapport direct avec des problèmes *déjà posés* dans de *bons* ouvrages mathématiques antérieurs ; c'est ce qu'on appelle généralement une *motivation*. C'est un fait qu'une majorité de mathématiciens français adoptent le second point de vue ; vous pouvez considérer qu'ils ont tort, mais vous n'y changerez rien ; de leur point de vue, ils ont parfaitement raison de défendre les mathématiques *motivées* contre l'invasion des mathématiques *non motivées*, et si j'avais été membre du Comité consultatif, j'aurais certainement voté dans le même sens."

Mais pour qu'une théorie mathématique soit de noblesse éminente, il faut non seulement qu'elle soit motivée, mais aussi qu'elle ait des retombées significatives. Dans son compte rendu ([43]) de l'article de Halmos de 1990 *Est-ce que le progrès des mathématiques s'est ralenti* ([48]), il est d'accord avec l'auteur sur son scepticisme à propos des fractals et de la "marotte actuelle" concernant l'analyse non standard qui "a encore à prouver sa valeur de façon décisive". A la fin de son article, Halmos signale cinq théorèmes "dont chacun a été salué comme une percée", lorsqu'il a été démontré : la solution du cinquième problème de Hilbert sur les groupes de Lie, la démonstration par Carleson que la série de Fourier d'une fonction appartenant à L^2 est convergente presque partout, la découverte par Enflo d'un espace de Banach séparable qui n'a pas de base de Schauder, le théorème de quatre couleurs et la démonstration par de Branges de la conjecture de Bieberbach. Comme Halmos affirme que le théorème de quatre couleurs "termine le sujet et ne mène actuellement nulle part", Jean Dieudonné ajoute qu'il craint qu'il n'en soit de même pour "les quatre autres résultats".

Enseignement des mathématiques

Je vais rappeler très brièvement sa très vaste activité déployée dans ce domaine.

En 1964 il publie son livre *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire* ([15]) qui, pour employer un euphémisme, n'a pas convaincu ni Gustave Choquet ni Hans Freudenthal.

Son remarquable *Calcul infinitésimal* ([17]), paru en 1964, est un ouvrage consacré à l'analyse enseignée dans la seconde année du premier cycle de l'université.

Mais c'est évidemment son imposant traité *Eléments d'analyse* ([16]) qui a eu une grande influence dans l'enseignement universitaire, et dont le premier volume a été publié en 1960, le deuxième en 1968 et le neuvième en 1982.

Dans la *Préface* au premier tome, *Fondements de l'analyse moderne* ([12]), il affirme que le but de son cours est de "fournir la base élémentaire nécessaire pour toutes les branches mathématiques modernes concernant l'analyse" et d'"exercer l'étudiant à utiliser l'outil mathématique le plus essentiel de notre temps, la méthode axiomatique".

Le mathématicien russe Chilov n'était pas du tout d'accord avec cette conception des mathématiques et il écrit dans son compte rendu de ce livre :

"Nous rendons justice à la méthode axiomatique, mais nous considérons que la formulation d'axiomes corrects signifie plutôt la fin dans ce domaine des mathématiques que son début. Le développement des mathématiques et la formulation de nouveaux domaines se définissent plus souvent ces derniers temps par la pénétration des mathématiques dans le domaine des sciences voisines que par des formulations réussies d'axiomes."

Par contre, John Kelley ([50]) souligne à propos de ce livre "la formulation géométrique conséquente des résultats" et sa "magnifique" organisation mathématique. Tandis que Guy Hirsch indique

([49],214) que les lecteurs aurons le plaisir, "hélas trop rare, de découvrir ici une présentation abstraite et générale dont la motivation ne cesse jamais d'être apparente".

Le critique du bulletin de la société mathématique américaine a bien caractérisé l'esprit qui domine ce long traité ([54], 724) :

"Il est rare qu'un mathématicien fasse un effort sérieux pour abattre les barrières et favoriser le développement des mathématiques en enseignant de façon vivante et compréhensible aux mathématiciens avides d'apprendre. Je crois que Jean Dieudonné est un des rares de cette lignée."

Le traité a été traduit en anglais et en allemand, et les tomes VII et VIII forment la partie la plus concrète de cet ouvrage, le tome VII étant le premier exposé complet de la théorie des opérateurs pseudo-différentiels.

Combien était grand en 1984 l'écho de l'activité protéiforme de Jean Dieudonné dans la communauté mathématique internationale, le petit "poème" publié dans *The American Mathematical Monthly*, intitulé *Kronecker révisé* ([47]), en donne une idée sous une forme gentiment humoristique. C'est une nouvelle version du fameux propos de Kronecker :

"Le bon Dieu a fait les nombres entiers, tout le reste est l'oeuvre de l'homme."

On peut traduire ainsi ce petit poème de la revue américaine :

"Les entiers sont par l'homme donnés,
Le reste est Dieudonné."

L'HISTORIEN DES MATHÉMATIQUES

Les travaux de Jean Dieudonné en histoire des mathématiques, qui abordent en particulier les sujets contemporains, sont d'autant plus pertinants qu'il possédait de vastes connaissances, comme l'écrivait déjà en 1968 René Garnier :

"Il serait difficile de trouver quelqu'un qui connaisse l'état actuel des mathématiques d'une manière aussi approfondie que Monsieur Dieudonné."

Il va de soi que mon exposé de ce soir sur ses travaux en histoire des mathématiques sera très fragmentaire et assez impressioniste.

Je pense qu'il est nécessaire de mentionner le rôle qu'il assignait à l'abstraction et aux structures en mathématiques, comme il l'a bien résumé dans son article de 1969 *Les grandes inovations des années 50 sont venues de France* ([20]) :

"En gros, il y a deux styles d'attaque : l'un, qu'on peut appeler "tactique", consiste par une utilisation nouvelle de méthodes déjà connues, à surmonter les barrières qui paraissent s'opposer à une application moins ingénieuse et plus routinière de ces méthodes. L'autre, la "stratégie", est une étude en profondeur de la situation, par laquelle on cherche à déceler exactement où se cache, sous une accumulation de détails contingents, le vrai noeud du problème. Cette recherche, qui impose donc de distinguer l'essentiel de l'adventice, se fait invariablement par une "abstraction au second degré" des notions (déjà abstraites) à la base du problème étudié, et par la création de *théories nouvelles*, portant sur les "structures" que le mathématicien dégage ainsi. C'est de cette façon par exemple que, de l'étude de la résolution des équations algébriques, est née la notion abstraite de "groupe" une des plus fondamentales de la mathématique actuelle. Ces nouvelles théories posent à leur tour des problèmes, qui parfois exigent une nouvelle "montée dans l'abstraction", et l'expérience prouve qu'il n'y a pas de raison que ce processus s'arrête."

Jean Dieudonné est élu membre de l'Académie des Sciences le 24 juin 1968, et très rapidement il deviendra un des éléments moteurs de la Section de mathématiques.

Lorsque Szolem Mandelbrojt - qui a fait partie du groupe Bourbaki à ses débuts - est élu membre de l'Académie des Sciences, Jean Dieudonné lui écrit, peu de temps après, le 28 novembre 1972 :

"Ton arrivée dans la Section de géométrie va, j'espère, permettre de défendre dans les meilleures conditions la cause des mathématiciens à l'Académie ; jusqu'ici il n'y avait que Garnier pour tenir ce rôle, les autres membres de la Section ne participant guère aux discussions depuis pas mal de temps."

Le 29 janvier 1973, il adresse au bureau de l'Académie des Sciences une liste d'associés étrangers possibles et, probablement à la même époque, celle des membres possibles. Il me semble intéressant de donner les noms, par ordre alphabétique, de ceux qui ont été élus et qui y figurent : Atiyah, Armand Borel, Calderon, Carleson, Henri Cartan, Chern, Choquet, Gelfand, Hironaka, Hirzebruch, Lax, Lelong, Jacques-Louis Lions, Malgrange, Malliavin, Nirenberg, de Rham, Serre, Schwartz, Siegel, Tate, Thom et André Weil.

Je me bornerai ce soir à évoquer ici essentiellement ses livres sur l'histoire des mathématiques.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

C'est en 1960 que commencent à paraître dans les *Publications mathématiques* de l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques de Bures-sur-Yvette les *Eléments de géométrie algébrique* ([11]), écrits avec Alexandre Grothendieck, et que Serge Lang considère comme "un événement marquant majeur dans le développement de la géométrie algébrique".

Jean Dieudonné a toujours exprimé des avis très élogieux sur les travaux de A. Grothendieck. Lorsqu'il les présente au Congrès international des mathématiciens à Moscou en 1966, où Grothendieck a reçu la médaille Fields, il le compare à Hilbert ([19],24), et, si la comparaison est lourde à porter, "Grothendieck est de taille à n'en pas être accablé".

Dans son article de 1989 sur les premiers travaux de Grothendieck, à partir de 1950, il écrit ([40],300) :

> "En moins de trois ans furent créés des concepts et obtenus des résultats dont l'impact, selon moi, peut être comparé à l'oeuvre de Banach lui-même."

En 1990, il souligne l'importance des travaux de Grothendieck en géométrie algébrique ([42],14) :

> "Il y a peu d'exemple en mathématiques d'une théorie aussi monumentale et aussi féconde, édifiée en si peu de temps et essentiellement due à un seul homme."

En 1985 s'engage une correspondance entre Jean Dieudonné et Alexandre Grothendieck a propos du manuscrit de celui-ci *Récoltes et semailles*, que je n'ai pas à commenter. Mais, dans sa lettre du 17 novembre 1985, Jean Dieudonné énonce un de ses principes "au sujet des mathématiques", qui, à mon avis, est vérifié dans tous ses écrits et qu'il me semble intéressant de citer :

> "Je me suis toujours refusé à discuter de quoi que ce soit concernant les questions de priorité, de citations absentes ou d'attributions fausses, au sujet de mes articles. La raison est que je pense que ces questions ne peuvent être traitées que par les historiens futurs, qui disposent du recul nécessaire et de tous les documents, publiés ou du moins écrits mais datés et authentifiés de façon certaine. Bien entendu tout ce qui n'est que verbal (cours, conversations, etc.) est sans valeur quand aucun document ne peut l'appuyer."

Lorsque Jean Dieudonné cesse, comme il le dit lui-même, "de faire de la recherche mathématique proprement dite", il se lance de façon beaucoup plus décidée dans l'étude de l'histoire des mathématiques et, en particulier, en 1972, dans celle du développement historique de la géométrie algébrique. Il publie, en 1974, son *Aperçu historique sur le développement de la géométrie algébrique*, tome I du *Cours de géoëmtrie algébrique* ([24]). Il tente d'y montrer "comment, progressivement, les géomètres ont été amenés à élargir leurs conceptions", pour aboutir à ce qu'aujourd'hui la géométrie algébrique apparaisse "comme l'une des composantes d'une trinité dont les deux autres sont la théorie des nombres et la théorie des espaces analytiques". Dans ce travail, il a eu la "rare aubaine" d'obtenir la "coopération" de Jean-Pierre Serre, l'un "des acteurs principaux des événements" exposés dans ce livre. Je dois dire que j'ai entendu ce dernier faire quelques réserves sur cet ouvrage.

L'étude historique de Jean Dieudonné commence avec la *Préhistoire* de la géométrie algébrique qui débute 400 ans avant Jesus-Christ et elle se termine par le chapitre *Faisceaux et schémas*, où il décrit quelques résultats récents, ainsi que "quelques-uns des problèmes encore sans solution".

"LE CHOIX BOURBACHIQUE"

C'est dans son *Panorama des mathématiques pures. Le choix bourbachique* ([29]), publié en 1977, que Jean Dieudonné a pu céder à son "irrésistible attrait pour la compilation" qui remonte à son enfance et donner "une idée *extrêmement sommaire* d'une partie assez considérable des théories mathématiques actuelles".

Quelles sont les mathématiques qui font partie du choix bourbachique :

"A très peu de choses près, l'ensemble des questions qui ont été exposées dans les séances du Séminaire Bourbaki."

Ce Séminaire a été fondé en 1948 et, au moment où Jean Dieudonné rédige ce livre, il y a eu environ 500 exposés. Jean Dieudonné groupe l'ensemble des problèmes mathématiques en six classes ; I:les problèmes morts-nés ; II:les problèmes sans postérité ; III: les problèmes qui engendrent une *méthode* ; IV:les problèmes qui s'ordonnent autour d'une *théorie générale*, féconde et vivante ; V: les théories en voie d'*étiolement* ; VI: les théories en voie de *délayage*.

Les sujets exposés dans le Séminaire Bourbaki lui semblent appartenir à la catégorie IV et "dans une moindre mesure" à la catégorie III. De plus, "une des caractéristiques de la mathématique bourbachique est son extraordinaire *unité*".

La passion classificatrice de Jean Dieudonné lui fait introduire la notion de "densité bourbachique" : c'est "la proportion des questions exposées au Séminaire Bourbaki par rapport à la littérature mathématique touchant la rubrique concernée". Ainsi figurent dans le tableau de densité bourbachique nulle : théorie des ensembles, algèbre générale, topologie générale, analyse classique, espaces vectoriels topologiques et intégration.

Quant à la topologie algébrique et la topologie différentielle, de densité bourbachique maximum, et "le XX^{e} siècle restera dans l'histoire des mathématiques comme le siècle de la *topologie*", elles envahissent, à partir de 1930, "progressivement toutes les autres parties des mathématiques, sans que l'on puisse encore discerner le moindre ralentissement dans cette marche conquérente".

Une autre théorie mathématique de densité bourbachique maximum est celle des équations différentielles, qui, "depuis 300 ans", continue à "être une des plus intensément étudiées de toutes les mathématiques". De même, la théorie des équations aux dérivées partielles, de noblesse suprême également, "étudiée sans relâche depuis plus de deux siècles", elle est l'"un des domaines les plus vastes et les plus divers de toute la mathématique actuelle, et l'énormité de sa bibliographie défie l'imagination".

Je ne dirai rien de l'*Abrégé d'histoire des mathématiques* ([30]), paru en 1978, conçu et dirigé par Jean Dieudonné, qui a eu deux éditions, traduit en allemand et en japonais, et qui est bien connu de tous ceux qui s'intéressent à l'histoire des mathématiques.

HISTOIRE DE L'ANALYSE FONCTIONNELLE

Le livre *History of functional analysis* ([33]), publié en 1981, est, à mon avis, le meilleur ouvrage existant sur ce sujet, écrit par un mathématicien qui a joué un rôle important dans le développement de l'analyse fonctionnelle.

D'après Jean Dieudonné, si l'on veut réduire l'histoire "embrouillée" de l'analyse fonctionnelle à quelques "mots clés", alors il faudrait insister "sur l'évolution de deux concepts : *théorie spectrale* et *dualité*". Toutefois, son histoire peut se résumer en une série de "sauts discrets" qui furent des "pas décisifs" dans son développement.

La première "discontinuité" se situe vers les années 1896-1900, lorsque Le Roux, Volterra et Fredholm, "au lieu d'étudier des équations intégrales *spéciales*", choisirent "d'utiliser les hypothèses *minimales* sur les noyaux".

Le pas suivant est accompli par Hilbert en 1906, lorsqu'il soumit "la théorie très spéciale des équations intégrales symétriques à un concept beaucoup plus général de formes quadratiques "bornées" infinies".

La troisième "discontinuité" provient de la découverte de "l'intégrale de Lebesgue", des "concepts géométriques et topologiques introduits par Fréchet" et de la définition vers 1910-1913 par F. Riesz des espaces L^p et ℓ^p et de sa "découverte de la dualité naturelle entre les espaces *différents* L^p et L^q ".

Le quatrième "saut" fut accompli par Helly en 1921 "en généralisant la théorie des systèmes d'équations linéaires des espaces spéciaux ℓ^p à un sous-espace normé *quelconque* de $\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ".

C'est entre 1900 et 1910 qu'il se produisit "une cristallisation soudaine de toutes les idées et méthodes qui furent assimilées lentement" pendant le XIX^e siècle. "Cela est dû essentiellement" à la parution de "quatre écrits fondamentaux" : ce sont le mémoire de Fredholm de 1900 sur les équations intégrales, la thèse de Lebesgue de 1902 sur l'intégration, le mémoire de Hilbert de 1906 sur la théorie spectrale et la thèse de Fréchet de 1906 sur les espaces métriques.

Lors de la préparation du colloque qui a eu lieu à Luxembourg en juin 1992 sur *Le développement des mathématiques au cours de la période 1900-1950* - et dont les Actes viennent de paraître chez Birkhäuser - J.-P. Pier a reçu une lettre du mathématicien italien G. Fichera du 20 octobre 1991 dans laquelle il écrit que Jean Dieudonné n'a pas tenu compte dans son livre des "rapports qui étaient très solides dans la première partie de ce siècle avec les domaines appliqués des mathématiques". De plus, les "méthodes directes" du calcul des variations n'y sont pas mentionnées, ainsi que la théorie "des équations intégrales singulières avec des noyaux (non intégrables) de Cauchy sur une courbe lisse" et la théorie des "intégrales harmoniques". En outre,des mathématiciens italiens, tels Caccioppoli, Fantapié et Signorini n'y sont même pas cités. Cette lettre reflète évidemment une conception différente de l'analyse fonctionnelle que celle définie par Jean Dieudonné au début de son livre.

Je mentionne également pour mémoire le livre paru en 1987 de Jean Dieudonné *Pour l'honneur de l'esprit humain* ([38]) - traduit en anglais, espagnol, italien, japonais et portugais - et dont on a projeté la présentation à la télévision chez Bernard Pivot lors de la conférence de L. Schwartz.

De même, je rappelle pour mémoire, entre autres, ses articles sur d'Alembert ([36]), Gauss ([14]), "un des hommes les plus extraordinaires de tous les temps" ; Cauchy ([18]), "moins profond et moins universel que Gauss, Dirichlet, Abel ou Galois", mais "son influence a été décisive dans la formation du style des mathématiques actuelles" ; Galois ([35]), Dedekind ([34]),"Bourbaki de l'époque" ; Jordan ([13]), Poincaré ([25]): "le développement des mathématiques au XIX^{e} siècle a commencé à l'ombre d'un géant, Carl Freidrich Gauss, il s'est terminé avec la domination d'un génie de pareille grandeur:Henri Poincaré; Hilbert ([9]), un mathématicien "en qui la profondeur de la pensée s'allie à une universalité sans égale" ; Elie Cartan ([21]), "le mathématicien le plus profond de ces cent dernières années" ; Lebesgue: il n'avait pas "le sens de l'algèbre", c'est "ce qui lui a manqué pour être un mathématicien complet à l'instar de Jordan,Hermite, Poincaré ou Hilbert".

Le jugement de Jean Dieudonné sur Maurice Fréchet a varié au cours du temps. Il me disait en juin 1974 que Fréchet avait publié en 1928 un livre "ahurissant" sur la topologie générale, où l'on trouve 50 définitions différentes d'espace topologique, et que toute sa vie il a "divagué" sur cette partie des mathématiques. Mais en avril 1976 il m'a déclaré qu'il faisait "amende honorable" pour Fréchet, à la suite de la relecture de sa thèse et il ajoutait:

"Le mérite de Fréchet est d'avoir trouvé le bon cadre."

Il avait beaucoup d'admiration pour Hermann Weyl ([28]), l'élève le plus doué de Hilbert, dont le "résultat le plus profond", publié en 1916, est la démonstration de la distribution uniforme de la suite $(P(n))$, où P est un polynôme de degré quelconque dont le coefficient dominant est irrationnel.

Quant à Paul Lévy ([22]), il est, avec Kolmogorov, "universellement considéré comme un des fondateurs du calcul des probabilités moderne". Mais c'est Siegel qui est "l'un des mathématiciens les plus éminents" du XX^{e} siècle.

Le jugement que porte Jean Dieudonné sur von Neumann ([27]) est peut-être un peu abrupt :

"Malgré son contenu encyclopédique, l'oeuvre de von Neumann en mathématiques pures a certainement une portée moindre que celle de Poincaré et Hilbert, ou même celle de Hermann Weyl."

Claude Chevalley ([37]) a été, affirme-t-il, "l'un des plus éminents mathématiciens du XX^{e} siècle", et qui "s'inscrit dans la grande lignée" des élèves de l'Ecole Normale Supérieure qui, avant 1890, comprenait Galois, Darboux, Picard, Painlevé, Hadamard, Elie Cartan et Emile Borel.

Je mentionne ainsi, un peu en style télégraphique, une partie seulement de ses très nombreux articles sur les mathématiciens qui ont joué un rôle important dans le développement de leur science.

HISTOIRE DE LA TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE ET DIFFÉRENTIELLE DE 1900 À 1960

Voici ce que disait Jean Dieudonné sur le livre qu'il était en train d'écrire sur l'histoire de la topologie algébrique :

"Avant Poincaré, on ne disposait que de quelques idées vagues, dépourvues de démonstration, mais à partir de 1900, grâce à lui, la topologie algébrique fit de rapides progrès. Après lui, jusqu'en 1945, les principaux résultats dans ce domaine ont été obtenus à l'étranger, mais entre 1945 et 1955 les progrès les plus remarquables sont dus à des mathématiciens français, Jean Leray, Henri Cartan, Jean-Pierre Serre et René Thom. Je crois que mon livre s'arrêtera aux environs de 1960 : après cette date, en effet, le sujet devient trop vaste. Il convient de préciser qu'un recul d'une vingtaine d'années est nécessaire pour juger de l'importance d'un travail ; bien souvent, des recherches qu'on croyait capitales au moment où elles étaient menées se sont révélées secondaires, tandis que des découvertes auxquelles on attachait peu d'intérêt sont devenues fondamentales."

C'est en 1989 que paraît son histoire de la topologie algébrique et de la topologie différentielle qui est son chef-d'oeuvre et qui nourrira les historiens des mathématiques du XXI^{e} siècle, livre qu'il a mis cinq ans et demi pour l'écrire ([41]).

Ce que Jean Dieudonné a essayé de faire dans cet ouvrage, c'est "de concentrer l'histoire sur l'émergence des idées et des méthodes ouvrant de nouveaux champs de recherche". Il souligne, en particulier, qu'en topologie différentielle la démonstration de la plupart des résultats fondamentaux a été "l'oeuvre d'un seul homme", Hassler Whitney. Il met également en valeur le rôle des notions de foncteur et de catégorie introduites par Eilenberg et Mac Lane en 1942 et 1945, bien qu'il avait émis des réserves en 1970 sur l'ambition de Mac Lane et Birkhoff d'attacher une grande importance à ces deux notions dans leur traité d'algèbre.

Dans son livre Jean Dieudonné fait aussi ressortir l'intérêt des notions de faisceau et de suite spectrale introduites par Jean Leray en 1946. Les applications de ces notions "sont allées certainement, écrit-il, au-delà des rêves les plus fous de l'inventeur de ces notions et elles se placent sans aucun doute au même niveau en histoire des mathématiques que les méthodes de Poincaré et Brouwer".

Mac Lane, qui n'a pas été souvent d'accord avec Jean Dieudonné, écrit à propos de cet ouvrage ([53]) :

"Auparavant, l'histoire de beaucoup de développements scientifiques du XX^{e} siècle semblait un obstacle insurmontable pour la science. Ce livre montre, dans le cas de la topologie, comment cet obstacle peut être surmonté tout en l'expliquant."

Il conclut son compte rendu en soulignant que le domaine considéré a été étudié de façon "magnifique" et donne un conseil impératif aux lecteurs de son compte rendu :

"Lisez-le !"

Hans Freudenthal a analysé dans un très long article ([46]) cet "ouvrage impressionnant" et, écrit-il encore, "unique à bien des égards". Freudenthal, qui a joué un rôle important dans le développement de la topologie et qui était aussi un historien des mathématiques de premier ordre, affirme que ce livre a été écrit "par un spécialiste presque universel" et "un mathématicien éminemment créatif". Il doute "si dans le futur quelqu'un aura le courage d'écrire quelque chose du même genre", et conclut que ce livre est "une mine d'or".

Quant à Jean Leray, dans une lettre du 18 janvier 1991, il qualifie cet ouvrage d'"admirable".

J'ai tracé de façon fort imparfaite le portrait de Jean Dieudonné mathématicien et historien des mathématiques. Je n'ai pas parlé de l'inlassable défenseur des droits de l'homme, du cuisinier averti dont les grandes spécialités étaient le koulbiak de saumon et les rôtis en croûte, et du pianiste qui a transcrit pour cet instrument des oeuvres de Bach, Roussel et Florent Schmitt. Peu optimiste sur l'humanité et sur son avenir, pour lui les mots "Dieu, âme, la vie éternelle" ne signifiaient rien. Il a résumé lui-même sa philosophie de la vie :

"Je prends la vie comme elle vient. Je tâche de faire mon travail le mieux possible, de ne pas causer du tort aux autres, de gagner ma vie honnêtement, de respecter les lois de mon pays et les lois morales en général. Dans tout ce que je fais, je n'attends aucune récompense et je ne me préoccupe pas de l'opinion d'autrui ; je le fais simplement pour être digne de moi-même."

Tel fut un des plus profonds penseurs des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Dieudonné J., *Sur une généralisation du théorème de Rolle aux fonctions d'une variable complexe. Applications aux fonctions entières de genre zéro et un* (Annals Math., (2), 31(1930), 79-116).

[2] Dieudonné J., *Recherches sur quelques problèmes relatifs aux polynômes et aux fonctions bornées* (Annales Sci. Ecole Normale Sup., (3), 48(1931), 247-358).

[3] Dieudonné J., *La théorie analytique des polynômes d'une variable*, Paris(Gauthier-Villars), 1938.

[4] Dieudonné J., *Les méthodes axiomatiques modernes et les fondements des mathématiques* (Revue Scientifique, 77(1939), 224-231) = p.543-555, Le Lionnais F.(présenté par), *Les grands courants de la pensée mathématique*, nouvelle édition, Paris(Albert Blanchard), 1962.

[5] Dieudonné J., *Equations linéaires dans les espaces normés* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 211(1940), 129-131).

[6] Dieudonné J., *Topologies faibles dans les espaces vectoriels* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, 211(1940), 94-97).

[7] Dieudonné J., *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym* (Annals Math., (2), 42(1941), 547-555).

[8] Dieudonné J., *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym (II)* (Bull. Soc. Math. France, 72(1944), 193-239).

[9] Dieudonné J., *David Hilbert*, p.291-297, Le Lionnais F. (présenté par), *Les grands courants de la pensée mathématique*, nouvelle édition, Paris (Albert Blanchard), 1962.

[10] Dieudonné J., *Sur le théorème de Lebesgue-Nikodym (III)* (Annales Univ. Grenoble, 23(1948), 25-53).

[11] Dieudonné J. et Grothendieck A., *Eléments de géométrie algébrique I*, Berlin(Springer-Verlag), 1971.

[12] Dieudonné J., *Foundations of modern analysis*, New York(Academic Press), 1969 = (en français), Paris(Gauthier-Villars), 1963.

[13] Dieudonné J., *Note sur les travaux de C. Jordan relatifs à la théorie des groupes*, p.XVII-XLII, vol.I, Jordan C., *Oeuvres*, Paris (Gauthier-Villars), 1961.

[14] Dieudonné J., *L'oeuvre mathématique de C.F. Gauss*, Paris(Palais de la Découverte), 1962.

[15] Dieudonné J., *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire*, Paris (Hermann), 1968.

[16] Dieudonné J., *Eléments d'analyse*, Paris(Gauthier-Villars), 1968-1982.

[17] Dieudonné J., *Calcul infinitésimal*, Paris(Hermann), 1992.

[18] Dieudonné J., *Cauchy(Augustin-Louis) 1789-1857*, p.1087-1088,vol.III, *Encyclopedia Universalis*, Paris, 1968.

[19] Dieudonné J., *Les travaux de Alexandre Grothendieck*, p.21-24, *Travaux du Congrès international des mathématiciens, Moscou 1966*, Moskva(Mir), 1968.

[20] Dieudonné J., *Les Ecoles mathématiques dans le monde. Les grandes innovations des années 50 sont venues de France* (Le Monde, 24 avril 1969, 13).

[21] Dieudonné J., *Cartan, Elie*, p.95-96, vol.III, *Dictionary of Scientific Biography*, New York(Charles Scribner's Sons), 1971.

[22] Dieudonné J., *Notice nécrologique sur Paul Lévy* (Comptes Rendus Acad. Sci. Paris, Vie académique, 274(1972), 137-144).

[23] Dieudonné J., *Orientation générale des mathématiques pures en 1973* (Gazette Math., n°2, octobre 1974, 73-79).

[24] Dieudonné J., *Cours de géométrie algébrique*, tome I, Paris(Presses Universitaires de France), 1974.

[25] Dieudonné J., *Poincaré, Jules Henri*, p.51-61, vol.XI, *Dictionary of Scientific Biography*, New York(Charles Scribner's Sons), 1975.

[26] Dieudonné J., *Mathématiques vides et mathématiques significatives*, p.15-38, *Penser les mathématiques*, Paris(Seuil), 1982.

[27] Dieudonné J., *von Neumann, Johann (or John)*, p.88-92, vol.XIV, *Dictionary of Scientific Biography*, New York(Charles Scribner's Sons), 1976.

[28] Dieudonné J., *Weyl, Hermann*, p.281-285, vol.XIV, *Dictionary of Scientific Biography*, New York(Charles Scribner's Sons), 1976.

[29] Dieudonné J., *Panorama de mathématiques pures. Le choix bourbachique*, Paris(Gauthier-Villars), 1977.

[30] Dieudonné J. (sous la direction de), *Abrégé d'histoire des mathématiques*, nouvelle édition, Paris(Hermann), 1986.

[31] Dieudonné J., *Logica e matematica nel 1980*, p.15-25, Rossi P. (a cura di), *La nova ragione. Scienza e cultura nella società contemporanea*, Scientia / Il Mulino.

[32] Dieudonné J., *Choix d'oeuvres mathématiques*, Paris(Hermann), 1981.

[33] Dieudonné J., *History of functional analysis*, Amsterdam(North-Holland), 1981.

[34] Dieudonné J., *Richard Dedekind* (La Recherche, 1981).

[35] Dieudonné J., *L'influence de Galois*, p.40-42, *Présence d'Evariste Galois 1811-1832*, Publication de l'A.P.M.E.P., 1982.

[36] Dieudonné J., *Jean le Rond d'Alembert* (Revue Palais Découverte, 12(1984), n°117, 41-50).

[37] Dieudonné J., *Claude Chevalley, 11 février 1909 - 28 juin 1984* (Association Anciens Elèves Ecole Normale Sup., 1986).

[38] Dieudonné J., *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques d'aujourd'hui*, Collection Pluriel, 1991.

[39] Dieudonné J., *Allocution*, 18 novembre 1988, *Journée Louis Antoine*, Publication de l'Institut de Recherche Mathématique de Rennes, 1988.

[40] Dieudonné J., *A. Grothendieck's early work (1950-1960)* (K-Theory, 3(1989), 299-306).

[41] Dieudonné J., *A history of algebraic and differential topology 1900-1960*, Boston(Birkhäuser), 1989.

[42] Dieudonné J., *De l'analyse fonctionnelle aux fondements de la géométrie algébrique*, p.1-14, vol.I, Cartier P. et alii (editors), *The Grothendieck Festschrift*, Boston(Birkhäuser), 1990.

[43] Dieudonné J., *Halmos, Paul R., Has progress in mathematics slowed down ?* (Math. Reviews, 91 j : 01032, 1991).

[44] Dugac P., *Richard Dedekind et les fondements des mathématiques*, Paris(Vrin), 1976.

[45] Dugac P., *Jean Dieudonné mathématicien complet* (à paraître).

[46] Freudenthal H., *History of mathematics - a problem and a paradigm* (Nieuw Archief Wiskunde, (4), 8(1990), 217-234).

[47] Guy R.K., *Kronecker revised* (Amer. Math. Monthly, 91(1984), 155).

[48] Halmos P.R., *Has progress in mathematics slowed down ?* (Amer. Math. Monthly, 97(1990), 561-588).

[49] Hirsch G., J. *Dieudonné, Foundations of modern analysis* (Bull. Soc. Math. Belgique, 14(1962), 212-214).

[50] Kelley J.L., *Dieudonné J., Foundations of modern analysis* (Math. Reviews, 22(1961), 11074).

[51] Köthe G. und Toeplitz O., *Lineare Räume mit unendlichen Koordinaten und Ringe unendldicher Matrizen* (Journal reine angew. Math., 171(1934), 193-226).

[52] Mac Lane S., *Quoiqu'en pense Dieudonné, les mathématiques pures sont encore réelles* (Gazette Math., n°5, octobre 1975, 48-51).

[53] Mac Lane S., *Dieudonné, Jean, A history of algebraic and differential topology 1900-1960* (Math. Reviews, 90 g : 01029, 1990).

[54] Marsden J.E., *Treatise on analysis, by Jean Dieudonné* (Bull. Amer. Math. Soc., new series, 3(1980), 719-724).

[55] *Remise à Jean Dieudonné de son épée d'académicien*, Nice(Imprimerie Meyerbeer), 1969.

[56] de Sairigné G., *Tous les dragons de notre vie*, Paris(Fayard), 1993.

[57] Schmidt M. (entretiens et photographies de), *Hommes de science*, Paris(Hermann), 1990.

[58] Schwartz L., *Souvenirs sur Jean Dieudonné* (Pour la Science, n°200, juin 1994, 8-10).

[59] *Scienziati e technologi contemporanei*, Milano(Mondadori), 1974.

[60] Stone A.H., *Paracompactness and product spaces* (Bull. Amer. Math. Soc., 54(1948), 977-982).