

# SÉMINAIRE DE PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

CLAUDE LEFÈVRE

## **Le labyrinthe**

*Séminaire de Philosophie et Mathématiques*, 1991, fascicule 4  
« Le labyrinthe », , p. 1-46

[http://www.numdam.org/item?id=SPHM\\_1991\\_\\_4\\_A1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1991__4_A1_0)

© École normale supérieure – IREM Paris Nord – École centrale des arts et manufactures,  
1991, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Séminaire de philosophie et mathématiques » implique  
l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute  
utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale.  
Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**LE LABYRINTHE**

**Des labyrinthes spatiaux aux labyrinthes mentaux**

**Claude Lefèvre**

**Communication faite le 16-12-91 à l'Ecole Normale  
Supérieure de Paris au Séminaire de Philosophie et  
Mathématiques.**



## INTRODUCTION

Dans cet exposé le labyrinthe sera défini comme un ensemble d'éléments plus ou moins abstraits (carrefours spatiaux, actes, événements, concepts, assertions logiques, ou toute autre chose...) interconnectés par des "couloirs", c'est-à-dire des conducteurs, des "lieux" de passage obligés, faisant que la transition d'un élément à un autre ne peut se faire dans n'importe quel ordre, mais obéit à des règles précises d'enchaînement. Il s'agit donc d'un graphe avec de surcroît la prise en compte, dans certains cas, de coudes ou encore de stimuli orienteurs incitant à certains cheminements plutôt que d'autres.

Nous distinguerons essentiellement deux cas particuliers :

1/ Les labyrinthes concrets de notre environnement.

2/ Les labyrinthes abstraits ou immatériels au sens défini ci-dessus.

Parmi ces derniers nous étudierons deux types :

a/ les "labyrinthes de la pensée" avec des applications à l'induction.

b/ les labyrinthes associés aux influences qui se propagent entre les éléments interconnectés d'un système, avec des applications au décryptage de ce système en présence des manifestations diverses qu'il offre.

## I LES ASPECTS MYTHOLOGIQUES DU LABYRINTHE

Le mot "labyrinthe" est lié pour nous à une légende funeste à certains égards (la tragédie de Thésée et du Minotaure, la mort d'Icare, fils de Dédale dans une tentative d'évasion). Il véhicule à partir de ses origines toute une connotation négative : dans un labyrinthe, on se perd. Si une affaire est compliquée, emmêlée, on dit "c'est labyrintique" ou encore : "délabyrinthez votre pensée". Pourtant le labyrinthe a, durant toute une époque, été lié à l'idée de jeu initiatique, d'épreuve, et aussi de difficulté surmontée, de plaisir à dominer par l'esprit.

Thésée, héros solaire du mythe antique, a franchi le seuil du labyrinthe du palais crétois de Minos par un acte volontaire. Il a pénétré la nuit dans le labyrinthe et n'a réussi à en sortir que grâce au fil que lui avait confié Ariane, fille de Minos. C'est l'ingénieur Dédale, constructeur du labyrinthe, qui avait inspiré à Ariane, la ruse du fil. Avec Dédale, nous passons du labyrinthe naturel au labyrinthe construit. Celui-ci, avec la construction de Dédale, s'objective et glisse du symbole (sacralité, puissance ou immortalité) au concept. C'est un schéma produit par l'homme et qui échappe progressivement à la sphère sacrée.

## II LE LABYRINTHE COMME ARCHETYPE DE L'ESPACE CONTRAINT

Disons d'abord que ce travail sur les labyrinthes intervient après toute une étude sur les labyrinthes concrets de notre environnement. Le mot labyrinthe était alors simplement défini comme une suite de couloirs débouchant les uns dans les autres et qui contraignent le mouvement.

---

1. Dans ces couloirs la prise en considération de coudes ou de parois semi-rigides n'est pas exclue, ce qui n'est pas le cas des graphes...

## Le labyrinthe comme archétype de l'espace contraint

Notre angle d'approche n'a cessé d'être celui de la simulation informatique : il est très différent de celui de la psychologie animale.

Dans une déambulation ont été prises en compte non seulement la topologie, c'est-à-dire les règles d'enchaînement possibles des différents carrefours, mais encore tous les éléments perceptifs<sup>2</sup> (conscients ou inconscients) rencontrés par la particule mobile le long des corridors, éléments attractifs ou répulsifs, ayant une incidence en particulier sur le coût généralisé de parcours, mais encore pouvant infléchir voire dicter le déroulement des trajectoires elles-mêmes.

### Différents concepts ont été introduits :

1/ Le concept de coût exploratoire pour aller d'un carrefour A à un carrefour B:

C'est la distance "probable" parcourue pour aller de A à B, compte tenu des tâtonnement et retours en arrière.

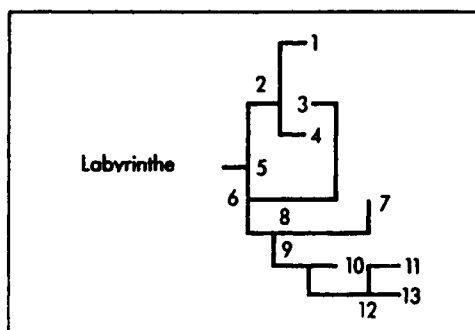
2/ Le concept de transparence sur la structure labyrinthe :

C'est le degré d'apprentissage acquis sur cette structure. Cette dominance cognitive prend en compte les expériences antérieures, ainsi que tous les éléments conscients et inconscients permettant de nous orienter (et par là de diminuer les coûts exploratoires).

3/ Le degré de privatisation d'un lieu :

C'est la difficulté moyenne, en fait le coût exploratoire moyen pour rejoindre ce lieu, ce carrefour, partant de l'un quelconque des autres carrefours possibles. Cette privatisation dépend bien sûr du degré de transparence acquis sur la structure.

A titre d'exemple voici le diagramme des coûts exploratoires relatif au labyrinthe fortement arborescent figurant ci-après.



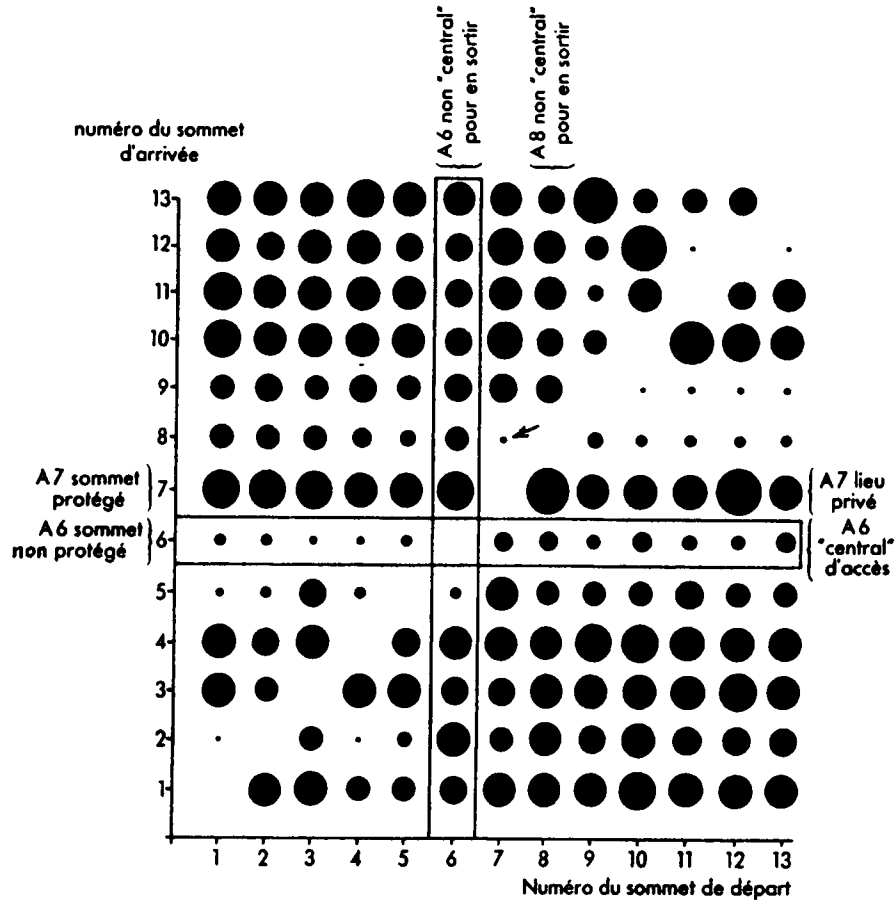
NB : Tout ce qui est en petits caractères et avec marge agrandie peut être omis en première lecture ou supprimé.

---

2. Parmi ces éléments perceptifs notons, entre autres, les coudes où le piéton doit modifier les éléments de son schéma corporel moteur et par là se relocaliser avec son environnement.

**Diagramme des coûts exploratoires entre deux sommets quelconques d'un labyrinthe non transparent**

(la dimension d'un cercle est fonction linéaire croissante de la difficulté partant d'un sommet à retrouver un autre sommet)



Le cercle fléché représente le coût exploratoire pour aller du sommet de départ n°7 (en abscisses) au sommet d'arrivée n°8 (en ordonnées). Ce cercle est petit et montre que le coût exploratoire pour aller de 7 à 8 est faible. ce qui était prévisible car le sommet n°7 est situé sur une branche terminale d'arborescence dont le sommet n°8 est le tronc.

Par contre, partant du n°8 il est difficile de retrouver le n°7 car on risque de se fourvoyer au départ. D'ailleurs tous les cercles de la ligne n°7 sont gros, signifiant par là que le n°7 est long à atteindre d'où qu'on parte. C'est un lieu "protégé", un lieu retiré du fait de la complexité de ses barrières cognitives.

Au contraire, au sommet d'arrivée n°6 correspond une ligne petite, ce qui signifie que ce sommet est facile en moyenne à retrouver d'où qu'on parte : il est "central" lorsqu'on cherche à le rejoindre. Par contre, il est difficile en moyenne, partant du sommet n°6, de retrouver les autres sommets, dont le caractère de "centralité". A l'instant évoqué disparaît lorsqu'on le quitte.

On peut ainsi établir, informatiquement, toute une hiérarchie des différents sommets relativement au degré de privatisation qu'ils offrent.

Pour le calcul des coûts exploratoires nous avons utilisé une stratégie de progression qui s'inspire de l'algorithme dit de Trémaux :

## Le labyrinthe comme archétype de l'espace contraint

Lorsqu'on est en un sommet A du labyrinthe on choisit d'aller vers l'un des sommets adjacents, à condition toutefois qu'il n'ait jamais été rencontré durant ce trajet exploratoire. S'il n'existe aucun sommet adjacent ou si tous ont été déjà parcourus, on revient en arrière. De cette manière on est obligé d'arriver au sommet cherché. S'il n'existait aucun chemin on serait conduit à revenir au sommet de départ...

Nous retrouvons à travers le précédent diagramme toute cette dialectique du caché-montré propre au labyrinthe. Selon que l'on veut faire connaître ou au contraire protéger de la masse une oeuvre d'art, une oeuvre architecturale, ou toute autre chose, on pourrait ainsi jouer sur le degré de privatisation du lieu où il se trouve.

En faisant la somme des coûts exploratoires, on obtient le coût de décodage global, paramètre qui rend compte du sentiment de complexité attaché à une structure topologique déterminée. La présence de stimuli orienteurs (éléments attractifs ou répulsifs) ou encore de sens uniques, qui viennent distordre les trajectoires, peut venir augmenter ce coût de décodage et rendre une structure existante, même si elle est en échiquier, submergeante, c'est-à-dire labyrinthique au sens usuel de ce mot.

Nous avons également appliqué la théorie de l'information aux labyrinthes en introduisant deux paramètres destinés à mesurer, entre autres, la richesse ou complexité d'un parcours :

- le premier appelé complexité topologique ou complexité intrinsèque intéresse la seule expérience motrice.
- le second appelé complexité-valeur est plus subjectif en ce sens qu'il dépend de coefficients de valorisation attribués aux "événements esthétiques" rencontrés sur le parcours. Ces coefficients, qui dépendent d'une table des valeurs propre à l'individu, doivent non seulement rendre compte du caractère symbolique des oeuvres d'art rencontrées, mais aussi de leur complexité structurelle, c'est-à-dire de la complexité, de l'imprévisibilité des assemblages associés.

Le jeu dialectique de ces deux facteurs, entre autres, détermine le comportement des individus dans la ville.

### Applications possibles des labyrinthes réels :

- Construire des labyrinthes répondant à certaines exigences : submergeants ou non par exemple.
- Infléchir les trajectoires, les flux de circulation (piétonniers ou non) dans un labyrinthe donné.
- Créer à volonté des lieux publics ou privés en agissant essentiellement sur la topologie. Ces derniers (les lieux privés) seraient protégés par la complexité des barrières cognitives.
- Gouverner le mouvement des hommes par leur environnement, cet ordre imposé étant de nature statistique et ne contrevenant pas strictement à la perception de liberté individuelle.

Dans le cas particulier où la particule "programme ses trajectoires à courte vue" devant elle (errance pure), on peut admettre que les "stimuli" locaux (éléments perceptifs attractifs ou répulsifs) exercent une influence prépondérante sur le cheminement général. Dans le cas où la particule mobile est submergée, dans un environnement monotone, sans repère, ou encore si son champ mémoriel est suffisamment faible pour que ses trajectoires antérieures soient quasiment sans influence sur ses trajectoires présentes, alors le système labyrinthe-particule peut être vu comme un système de Markov, susceptible d'études systématiques

## Le labyrinthe comme archétype de l'espace contraint

Pour certaines configurations conjointes du labyrinthe et des stimuli on peut alors mettre en évidence des lieux où, statistiquement, par l'effet cumulé de décisions "à courte vue" prises à chaque carrefour, la particule ira plus volontiers à certains endroits qu'à d'autres. Apparaîtront ainsi, dans certains cas et à long terme, des zones d'attraction, des rationalités, des tendances à grande échelle, alors que la particule n'a fait qu'obéir à des tropismes locaux, à des gratifications immédiates...

Les maîtres du labyrinthe, ses constructeurs, peuvent maîtriser ces rationalités à grande échelle (et incoupponnables à l'échelle de l'individu) de la particule en errance pure dans le labyrinthe. De même on peut espérer construire des systèmes topologiques, avec ou sans stimuli, qui conduisent à des diagrammes de coûts exploratoires de configuration donnée, avec par exemple des "pics" ou des "puits" imposés à l'avance. Cette manipulation des flux de circulation permettrait au besoin de doser le degré d'attractivité et de fréquentation d'un lieu (ou encore si l'on préfère son degré de privatisation). Elle rend donc possible, dans une certaine mesure, le gouvernement des hommes par leur environnement.

On entrevoit donc toute une théorie de la manipulation de gens en état aléatoire. Nous avons construit de multiples exemples appliqués au tourisme, à l'urbanisme, au choix des sens uniques dans la cité, à la muséologie, voire même à la publicité et l'éducation (autodidaxie), etc.

On peut considérer par exemple le labyrinthe, lieu spatio-temporel où se meuvent les êtres, comme ce qu'on peut appeler un champ d'autodidaxie, champ peuplé de stimuli-messages à l'intention de ceux qui le parcourent. L'idée est de manipuler les trajectoires spatiales (si le labyrinthe est spatial) ou abstraites (si le labyrinthe est immatériel) pour amener l'individu avec des variations semi-aléatoires à certains parcours réels ou mentaux qui entraînent une sédimentation, un résidu permanent, une mémorisation des stimuli-messages rencontrés.

Par trajectoires abstraites nous voulons alors signifier que le labyrinthe est immatériel avec des séquences engendrées par le programme interactif d'un ordinateur par exemple... Nous envisageons alors en fait dans ce cas une nouvelle forme d'enseignement programmé.

### III LE LABYRINTHE GENERALISE ET LE CONCEPT D'INTRICATION

La notion de labyrinthe peut être étendue à d'autres domaines que le domaine spatial. Par définition, le labyrinthe généralisé (labyrinthe immatériel) se présente rappelons-le comme un ensemble d'éléments plus ou moins abstraits (carrefours spatiaux, actes, événements, concepts, assertions logiques, ou toute autre chose...) interconnectés par des "couloirs", des "lieux" de passage obligés, faisant que la transition d'un élément à un autre ne peut se faire dans n'importe quel ordre, mais obéit à des règles précises d'enchaînement.

En effet la notion de mobilité contrainte telle que nous l'envisageons ne concerne pas seulement les mouvements corporels, elle est partout :

- dans la vie socialisée, où nos actes, nos tâches ne peuvent s'enchaîner de façon arbitraire : souvent elles sont planifiées, coordonnées avec d'autres actes, soumises à des nécessités d'ordre physique, à certains horaires, etc.

- dans l'enchaînement des mots du discours où la grammaire en régit le déroulement,

- dans l'esprit, où les idées, les formes, les concepts, les théories ne s'associent pas entre eux de façon arbitraire, mais obéissent à certains cheminements obligés : les contraintes de la logique,



## Le concept d'intrication

- dans l'enchaînement des influences se propageant d'un élément à un autre d'un système,
- dans un programme d'ordinateur où les instructions sont soumises de temps à autre à des branchements conditionnels ou non,
- etc.

La rupture entre les labyrinthes spatiaux et les labyrinthes abstraits de l'interconnexion est donc beaucoup moins grande qu'il n'y paraît : l'idée essentielle est dans les deux cas celle de mobilité contrainte, de déroulement de séquences pas totalement arbitraire, que ce soit dans l'enchaînement des lieux, des actes, des événements des mots, voire même des idées, etc. Dans le labyrinthe pris dans son sens le plus général, il y a toujours un ordre sous-jacent, cet ordre pouvant être totalement subi (incontournable à l'intérieur des murs de la cité) ou au contraire plus ou moins accepté, voire même voulu: ordre qui peut à la limite être le fruit d'une pure convention : les règles auxquelles on se soumet quand on fait des mathématiques ou lorsqu'on participe à un jeu. Que les règles (qui jouent en quelque sorte le rôle de murs, ou de couloirs du labyrinthe) soient imposées, acceptées, voire recherchées, cela ne change rien à la nature profonde du problème : la plupart des concepts introduits lors de l'étude des labyrinthes spatiaux (coûts exploratoires, transparence, stratégie de progression, apprentissage, complexité ou coût de décodage global) sont immédiatement transposables et applicables aux labyrinthes abstraits : par exemple les labyrinthes associés au monde de l'action (à l'enchaînement contraint de nos actes) ou à notre représentation du monde, etc. Nous ne pouvons passer sous silence cet aspect de grande généralité de notre travail...

### Le concept d'intrication.

Le concept d'intrication que nous avons introduit a un caractère très général : il exprime le lien orienté entre des entités distinctes et dépendantes. Ce lien, plus ou moins fort, constitue un code particulier de description du monde. Il peut être de nature très diverse : influence entre les éléments interconnectés d'un système, association, régularité statistique entre phénomènes, causalité plus ou moins diffuse. Le concept d'intrication est ainsi souvent situé à mi-chemin entre l'implication mathématique et l'association, voire même l'analogie ou la ressemblance : intrication des faits, des actes, des grains de connaissance, des théories (formes stables de déductivité). Cette intrication attachée souvent à un déterminisme flou (ou simplement à des régularités statistiques) est donc de nature plus ou moins lâche, plus ou moins rigide.

Elle possède de surcroît la propriété de se dégrader en fonction croissante du nombre d'intermédiaires nécessaires à son acheminement. Ceci est lié à l'existence de ce que nous appelons la loi proxémique des causes et des effets. Cette dégradation est d'autant plus importante que l'intrication se rapproche d'une ressemblance, d'une analogie ; elle est d'autant plus faible qu'on se rapproche d'une déductivité<sup>3</sup>. On peut alors parler d'une semi-transitivité de

---

3. Notre esprit est donc soucieux de cohérence interne, mais cette cohérence interne est plus ou moins exigeante, elle s'étend dans un champ plus ou moins étendu (on peut aussi se laisser égarer par des préjugés ou des considérations affectives, esthétiques ou normatives). C'est ainsi que si l'on constate (outre les intrications A--->b et B--->C) une autre intrication : C--->D, alors l'intrication indirecte A--->D n'est pas forcément remarquée parce qu'elle fait appel à une chaîne de raisonnement un peu plus long (trois chaînons au lieu de deux). Il est donc naturel d'introduire ce que nous appelons "la distance de cohérence" qui est le nombre d'étapes nécessaires effectuées dans le champ de la pensée au bout duquel apparaîtra nécessairement une discordance entre "ce qui est" et "ce qui doit être" du point de vue du loge universel. Ainsi, il suffit, dans l'exemple précédent, que la distance de cohérence soit de trois étapes pour que de A--->B, B--->C et C--->D, on soit capable de déduire A--->D.

## Le concept d'intrication

l'intrication.

---

Ce qui différencie précisément ce que nous avons appelé culture mosaïque d'une culture intégrée est, entre autres, précisément le fait que dans la première, la distance de cohérence est faible (voire nulle) et grande dans la seconde.

Ce n'est pas la seule différence. La culture intégrée est aussi classifiée, hiérarchisée.

## Le concept d'intrication

### LES DIFFERENTS ASPECTS DU CONCEPT D'INTRICATION

intrication  
(A--->B)

1/ intrication résultant d'associations ou influences empiriquement observées (influences entre les éléments d'un système), de suites ou de séquences plus ou moins réglées, reproductibles et objectivement constatables (B suit A). C'est la conception réaliste et temporelle de l'intrication.

2/ intrication résultant d'associations faites par l'esprit (B s'associe à A). C'est la conception formaliste et atemporelle

2-a/ intrication proche de la ressemblance (B ressemble à A). La loi proxémique existe et est intrinsèque à l'analogie (semi-transitivité de l'intrication propre aux sciences molles).

2-b/ intrication proche de la déductibilité (B se déduit de A) La transitivité est forte : sciences dures

Selon que l'on se rapproche davantage des sciences dures, c'est-à-dire que le type d'intrication envisagé s'éloigne d'une ressemblance pour s'apparenter à une déductibilité, la loi de transitivité s'applique plus volontiers, c'est-à-dire que si nous avons remarqué les intrications directes : A--->B et B--->C, alors nous sommes naturellement portés à en déduire l'intrication indirecte : A--->C.

Si non, et c'est le cas général, elle s'applique moins volontiers, on peut alors parler de semi-transitivité. En raison de cette semi-transitivité, par voie de contamination, de déduction de proche en proche dans le réseau des causes et des effets associé, nous sommes capables d'extrapoler, d'élargir notre savoir propre, en un mot de prévoir, mais là nous nous heurtons alors à un autre problème, celui de la limitation de notre champ mémoriel qui nous empêche de maîtriser cognitivement des chaînes de raisonnement trop longues.

Autrement dit à la loi de dégradation propre au type d'intrication envisagé vient s'ajouter, au stade de la déduction, une autre loi de dégradation due celle-ci à la difficulté de maîtriser cognitivement le réseau des causes et des effets associé.

## Le concept d'intrication

Ce concept d'intrication est utile, et cela nous apparaît comme étant une voie de recherche intéressante, pour comprendre certaines démarches de l'esprit qui sont à l'oeuvre particulièrement lors des mécanismes de création, scientifique ou non, où existe toute une dialectique du global et du local. On peut se reporter à ce sujet aux écrits de Poincaré, Hadamard ou Moles sur la psychologie de l'invention, où il apparaît nettement que la perception de la globalité indispensable au début du processus créatif nécessitait le sacrifice de la précision logique ordinaire... Nous avons imaginé un certain type de "machine à induire" qui assure, dans certains cas, le "passage automatique du global au local", machine qui prend en compte la difficulté de l'esprit à maîtriser des chaînes de raisonnement ou d'intrication longues : ce qui fait entre autres choses obstacle à la découverte. Cette machine constitue, nous le verrons, une aide à la création de modèles (compatibles avec les informations disponibles).

Mais ce schéma d'organisation proposé ne prend en compte que des éléments qui ont émergé dans le champ de conscience de l'observateur. Pourtant des éléments hors système peuvent très bien faire partie des causes efficientes, c'est-à-dire celles sur lesquelles on peut agir. Elles peuvent ne pas avoir été remarquées car nos habitudes mentales qui jouent le rôle de filtre les situent hors du contexte... (cela remet en question la validité du modèle dont la pertinence n'est jamais assurée).

### Représentation graphique du concept d'intrication.

Pour représenter une intrication directe  $A \rightarrow B$  nous proposons de lui associer une flèche, un "couloir" orienté d'un labyrinthe, d'un réseau. Chaque flèche allant de A vers B est accompagnée d'un nombre compris entre 0 et 1 et d'une quantité de chevrons proportionnelle à ce nombre. Ce dernier représente la probabilité d'occurrence ou d'association  $P_{AB}$  (de type markovien) de l'intrication directe  $A \rightarrow B$ , c'est-à-dire, généralement, la fréquence de succession temporelle  $A \rightarrow B$ . Plus ce nombre  $P_{AB}$  est grand plus l'intrication associée est forte, certaine, probable.

Notons que dans ces réseaux de logique floue, nous n'excluons nullement des flèches allant d'un sommet A (d'un élément) vers lui-même. Il s'agit là bien entendu d'un artifice mathématique. Les auto-intrications associées doivent alors être interprétées comme une tendance à ce que peu de chose ne vienne naturellement se déduire de cet élément ou culture A, vu en quelque sorte comme "cause" de lui-même.

## Plaidoyer en faveur d'une logique floue

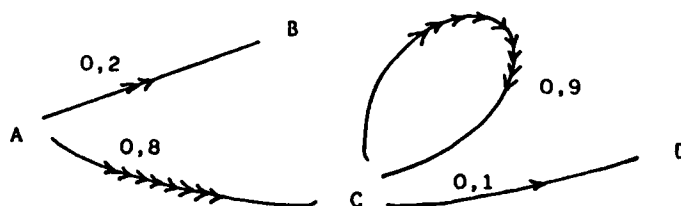


Fig 1

Un exemple d'intrications ou d'influences directes entre quatre éléments ou culturèmes A, B, C, D. Ce réseau signifie que lorsqu'on part de A, la probabilité d'occurrence ou d'association de type markovien A--->B est quatre fois plus forte (huit chevrons contre deux) que A--->C. Lorsqu'on part de C, on est porté à retourner neuf fois plus vers lui-même que vers D. Cette autoinfluence ou autointrication forte de C vers lui-même, fait qu'il est dans une certaine mesure isolé, ce qu'il n'est pas totalement puisque l'intrication C--->D existe aussi. Finalement cette auto-intrication de C vers lui-même doit être interprété dans le sens d'un affaiblissement de l'intrication C--->D (peu de chose se déduit de C)...

### IV PLAIDOYER EN FAVEUR D'UNE LOGIQUE FLOUE (peut être omis en première lecture)

A la recherche d'un mode de pensée proche de la pensée et du langage naturel et qui évite les inconvénients du formalisme.

Malgré tous les progrès de la science, on peut dire (et on est en train de le redécouvrir en intelligence artificielle), que même dans notre société technique une très grande part de notre savoir reste difficilement formalisable. Autrement dit tout ce qui gravite autour de la science pure et de la logique formelle avec tout son axiomaticisme est incapable d'exprimer toutes les démarches de l'esprit, y compris les plus élémentaires.

Citons René Thom : "Tout ce qui est rigoureux est insignifiant. Hilbert avait bien vu dans son axiomatic de la géométrie, qu'on ne pouvait accéder à la pure rigueur qu'en éliminant l'intuition, en privant les symboles de tout sens. Mieux vaut un univers transparent à l'esprit, translucide, où le contour des choses est un peu flou, qu'un univers aux certitudes précises, écrasantes comme c'est le cas dans la physique classique".

Il existe dans la réalité macroscopique à notre échelle d'énormes blocs de phénomènes (des îlots), dont la description verbale est qualitativement très satisfaisante, mais où une description mathématique rigoureuse de type laplacien serait non seulement très difficile, mais de plus non pertinente : tel est en particulier le cas de la description des êtres vivants.

Le causalisme mécaniste jusqu'alors prédominant semble battu en brèche dans la mécanique ondulatoire par exemple.

Par ailleurs, le théorème de Gödel (1931) affirme que tout système, suffisamment complexe dans lequel il est possible de formuler des énoncés authentiques (des assertions vraies), non contradictoire (système consistant), doit nécessairement contenir des propositions qui ne sont pas démontrables. Un tel système est dit "incomplet". Pour prouver sa propre cohérence le système doit importer des hypothèses extérieures (s'ouvrir), et avoir recours à des principes supplémentaires. Mais alors la question de la cohérence va se poser dans le métasystème ainsi constitué..., et ainsi de suite.

## Plaidoyer en faveur d'une logique floue

Aucun système formel ne rend totalement compte de la pensée naturelle. Déjà il y a trois siècles, les auteurs de Port-Royal se moquaient à bon droit de ceux qui veulent "enfermer la logique dans la logique". Le langage naturel, anthropomorphique, qui accepte des sens multiples, fait plutôt pour les usages de la vie que pour la théorie, avec toutes ses approximations constitue néanmoins, à cause de sa souplesse, de sa plasticité, l'ultime référence des langages logiques et formalisés. C'est de lui et de lui seul que ceux-ci peuvent recevoir leur intelligibilité. Il s'affirme qu'on le veuille ou non, comme le véritable métalangage de la science.

Selon G. Steiner (Après Babel, Albin Michel, Paris, 1976) qui rend un hymne hypothétique à la non réalité: "Il est peu probable que l'homme, tel qu'il est aujourd'hui, aurait survécu privé des techniques de l'artifice, de l'antifait, de l'indéterminisme du langage et sans le pouvoir sémantique engendré et tenu à disposition dans les zones "superflues" du cortex, d'imaginer et d'organiser des possibles qui échappent au cercle de la décomposition organique et de la mort"...

Même le scientifique, l'ingénieur, le technicien doit raisonner sur des choses vagues, mal définies. Cela est encore plus vrai pour les sciences dites "molles" comme les sciences biologiques ou les sciences sociales.

Nombre de concepts que manipulent ces sciences sont imprécis, flous par essence et résistent donc à tout effort pour les préciser abusivement, les enserrer dans des définitions qui les décomposent et les détruisent. Pourtant ces concepts imprécis sont en soit des formes résistantes à l'intérieur du champ de conscience proposées à l'exercice de la pensée et de la pratique expérimentale. Ils sont même reliés entre eux par des relations imprécises où la mathématique classique voit des corrélations plus ou moins nettes. Ces sciences molles doivent donc renoncer à l'univers confortable du déterministe de Laplace.

Il faut donc essayer de "penser avec rigueur des concepts flous" plutôt que de suivre une idéologie scientifique qui voudrait refuser les concepts flous en vue de conformer la connaissance à une image de la raison pour laquelle ces sciences du vague ne sont pas faites.

On retrouve au passage l'éternelle dichotomie évoquée par Pascal entre l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse

Ce conflit entre l'esprit de finesse et l'esprit de géométrie retrouve concrètement une actualité dans les problèmes que rencontre l'intelligence artificielle et les systèmes experts, qui pour traiter de grandes masses de connaissances sont amenés à faire des examens exhaustifs de tous les cas possibles. Pour éviter ainsi l'explosion combinatoire ils doivent utiliser des métaconnaissances, c'est-à-dire des connaissances sur les connaissances. Mais le problème de la combinatoire réapparaît pour ces dernières, etc.

On ne peut pas ne pas remarquer le contraste entre l'aptitude des être humains à porter d'emblée leur attention sur certains points significatifs d'un environnement donné, en laissant de côté les myriades de détails sans rapport avec la question du moment, et la difficulté qu'éprouvent les machines pour faire le tri entre ce qui est pertinent et ce qui ne l'est pas. Le boulet que traîne après elle l'intelligence artificielle serait donc bien cette obligation de procéder de la particule élémentaire vers le tout, alors que l'homme, à l'inverse, semble bien percevoir d'abord le tout, pour le décomposer ensuite, si nécessaire, en particules élémentaires. Ce fait provient de ce que l'homme est en situation et est capable d'appréhender globalement, de manière efficace bien qu'essentiellement intuitive, l'énorme masse fournie par l'environnement. Il peut décider rapidement que certains faits sont pertinents, et d'autres pas (cela constitue une bonne part de ce qu'on appelle l'esprit

## Plaidoyer en faveur d'une logique floue

de finesse). Ce qui est tenu pour accessoire (arrière-plan) dépend de ce qui est tenu pour important (premier plan) et vice-versa ; la discrimination ne peut être pratiquée à l'avance, indépendamment d'un problème bien précis, ni même indépendamment d'une phrase bien précise.

L'expérience humaine n'est intelligible que lorsqu'elle s'organise en fonction d'une situation dans laquelle la pertinence et la signification sont déjà données. Cette nécessité d'une organisation préalable réapparaît actuellement en intelligence artificielle dans l'obligation de disposer de contextes hiérarchisés, de telle sorte qu'il y ait toujours un contexte plus vaste ou plus élevé pour déterminer la pertinence et la signification des éléments appartenant à un contexte plus étroit ou d'un niveau inférieur.

Mais, si chaque contexte n'est identifié qu'en fonction de traits dont seul un contexte plus vaste peut indiquer s'ils sont à prendre en considération et dicter l'interprétation, le chercheur en intelligence artificielle est pris dans une régression infinie des contextes...

Les difficultés qu'éprouvent les systèmes experts à traiter de certains problèmes appartenant aux sciences du vague montrent qu'on est encore très peu armé pour aborder ces dernières et que les concepts empruntés aux sciences dures nous sont pour l'instant de bien peu de secours.

Celles-ci constituent un luxe de l'esprit. On ne parle, hélas, d'elles que dans leur état achevé, susceptible de publications, oubliant la science en train de se faire, la science en gestation.

Cette dernière (comme la création artistique d'ailleurs) s'accomplit souvent dans le flou, le nuageux, l'inintelligible, voire même le contradictoire. C'est dans ces régions de contradiction et de rêve que peuvent naître certaines certitudes qui seront à étayer sérieusement plus tard et qu'un trop grand souci de rigueur ou de précision pourrait stériliser.

Il y a dans les processus de la logique en acte tout un aspect dialectique, tout un affrontement des contraires, où le principe du tiers exclu peut être malmené. La logique formelle est au contraire d'essence statique : elle exprime une constitution éternelle et définitive des choses. Cette logique, avec la métaphysique qui la fonde, nous semble inadéquate pour rendre compte de la logique en acte que rencontrent les phénomènes de la vie, où les choses apparaissent à la fois comme demeurant et ne demeurant pas.

Ainsi à côté des logiques formelles, ou plutôt "catégoriques", qui s'identifient partiellement au raisonnement mathématique (logique monovalente et polyvalente, logique binaire ou Algèbre de Boole), ou des logiques de l'induction qui sont des logiques probabilistes (Reichenbach), nous devons placer d'autres systèmes de pensée que nous allons essayer de construire. Ils essayeront d'expliquer, entre autres, les mécanismes mis en oeuvre lors du passage de ce que Moles appelle "la culture mosaïque" (la culture émiettée), à la culture proprement dite, c'est-à-dire la culture intégrée, structurée, opératoire, créatrice.

Nous savons en effet que la logique formelle, la logique déductive néglige systématiquement la vérité ou la fausseté des propositions qui figurent dans la déduction pour se demander seulement à quelles conditions les prémisses garantissent la conclusion.

L'intérêt de la pseudo-logique que nous allons proposer est d'essayer de ne pas perdre de vue le sens, de ne pas totalement rompre avec le raisonnement naturel et avec le mode de pensée mythopoétique, lequel constitue une première tentative de rationalisation. Autocontradictoire, lacunaire, normatif collectif, étroitement lié aux religions primitives, celui-ci se présente néanmoins comme un premier essai de modélisation du réel.

V EMERGENCE ET ORGANISATION DE GRAINS DE CONNAISSANCE : LES SUPERSIGNES -  
VERS LA "MACHINE A INDUIRE"

Il y a une chose plus importante que les plus belles découvertes, c'est la connaissance de la méthode par laquelle on les fait.

(Leibnitz)

V-1 Aspect granulaire de la connaissance

Depuis Aristote le discours qu'emploie notre logique est un discours particulier de l'esprit qui décrit le monde analytiquement par être stables et par relations. Tout se passe comme si admettions implicitement l'existence d'un monde en soi, d'un monde objectif (identique pour tous) dont chacun d'entre nous prend peu à peu conscience par des voies propres.

Cette vision du monde, ce mode de description auquel le monde doit se soumettre pour avoir droit à être accepté par nous rationnellement pèse d'un poids très lourd sur notre culture, ceci à l'opposé par exemple des cultures extrêmes orientales. Un tel mode de pensée tend à évacuer le mode de pensée symbolique (sans lequel il ne saurait y avoir de pensée religieuse) qui fut pourtant largement utilisé dans le monde antique et qui s'efforce de penser la totalité sans désacraliser la nature, ne dissociant pas nécessairement l'ordre moral de l'ordre physique...

Nous nous faisons donc une idée du monde réel, atomisé, parcellisé où émergent à l'attention :

- des "grains de connaissances" ayant un caractère d'assertion,
- des concepts plus ou moins flous,
- des faits, des événements ou actes,
- des théories, ou formes stables de déductivité, c'est-à-dire dans lesquelles la causalité élémentaire : A entraîne B, ou A cause de B, se propage de proche en proche (agrégats de causalité).

Au début de l'analyse ces atomes peuvent apparaître tous différents, disparates, donnant une idée mosaïque du monde, puis, relativement à un certain contexte, nous sommes amenés à constater des liaisons, des similitudes, des intrications entre certaines formes stables ou fragments du monde réel tels que des gens, des étoiles, des événements, des actes, des théories, etc.

Autrement dit, étant recensés un certain nombre d'îlots descriptibles (soit linguistiquement soit mathématiquement), il s'agit de les organiser en îlots plus grands expliquant la concaténation spatio-temporelle qui les lie entre eux. Le problème est alors de construire la "syntaxe" de ces îlots de description afin de rendre compte de leurs modes d'association nécessaires ou probables.

Ces formes (ou îlots) ont été filtrées par l'esprit qui par une autorestriction délibérée ne s'intéresse guère qu'à ce qui lui est bénéfique ou préjudiciable. Ce filtrage laisse évidemment passer que d'étroites bandes de réalité, laissant le reste dans l'ombre et le flou...

V-2 Passage de la culture mosaïque à la culture intégrée

Une culture est donc constituée d'atomes de connaissances (les culturèmes) plus ou moins gros, plus ou moins emboîtés plus ou moins intriqués, interconnectés les uns aux autres. Elle se présente comme un champ mémoriel où se proposent des trajectoires pour aller d'un point (culturèmes) à un autre.



## Emergence et organisation de supersignes

On peut distinguer essentiellement trois stades dans le passage de la culture mosaïque à la culture intégrée.

### V-2-a Premier stade : émergence de groupements, c'est-à-dire de supersignes

Si au début les formes stables, les atomes de connaissance ou culturèmes évoqués peuvent apparaître disparates donnant effectivement une idée mosaïque du monde, peu à peu se fait jour, relativement à un contexte donné, que certains de ces atomes ne sont pas indépendants les uns des autres : des groupements de culturèmes, des supersignes émergent à l'attention.

Par exemple si l'on s'intéresse aux causes du cancer du poumon on peut avoir été amené à remarquer que les culturèmes ou assertions suivantes sont fortement reliés entre eux :

- culturème n°1 : apparition du cancer du poumon,
- culturème n°2 : habitude de fumer,
- culturème n°3 : appartenance à certains groupes sociaux G,
- culturème n°4 : habitudes alimentaires H,
- culturème n°5 : exposition à d'autres agents cancérigènes dûment répertoriés (ce dernier culturème pouvant être vu comme une conjonction d'autres culturèmes, de la forme : p et q et r).

Admettons donc que ces cinq culturèmes, relativement au contexte , à l'aspect de réalité qui nous préoccupe (faire régresser le cancer du poumon) apparaissent comme des éléments pertinents, présentant entre eux une capacité à s'associer peu discutable, qui en fait un système fermé, une forme.

Certes, il peut exister bien d'autres culturèmes tels que par exemple : "soumission à une hérédité donnée (culturème n°6), "existence sous un climat déterminé" (culturème n°7) que l'on soupçonne d'entretenir des rapports plus ou moins distendus avec les précédents, mais ces rapports sont ressentis comme étant tellement lâches qu'on peut les négliger : la "distance" moyenne d'intrication ressentie qui les relie aux précédents est trop élevée : gros cercles situés en bordure du diagramme de la figure ci-dessous).

## Emergence et organisation de supersignes

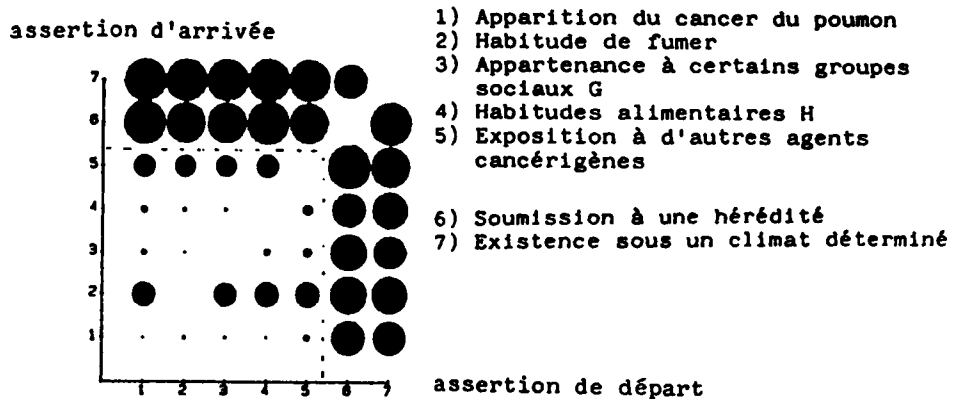


Fig 2

Diagramme des "distances"<sup>4</sup> moyennes d'intrications ressenties entre les différents culturèmes (ou assertions).

La dimension du cercle situé à l'intersection de la colonne n°i et de la ligne n°j représente "l'éloignement causal" moyen ressenti de i vers j.

Rien n'empêche cependant à ces deux éléments "périphériques", plus ou moins hypothétiques, n°6 et 7, (l'éloignement étant ici un éloignement causal) hors système de jouer un rôle véhiculaire dans la transmission des causes et des effets entre les éléments intérieurs au système lui-même, mais le rôle de ces éléments extérieurs, s'il existe, est supposé, en raison de leur passivité apparente, indécélable.

Ceci montre donc que rien n'interdit au système des cinq culturèmes de départ d'être ouvert (en conformité avec le réel où tout semble interférer sur tout) sur le reste de l'univers : mais l'attitude adoptée procède du : "tout se passe comme s'il était fermé", quitte à inventer des couplages ou liaisons arbitraires, mais intérieures au système, qui tout en conservant l'apparence de la fermeture (du système), donnent un modèle explicatif plausible de son fonctionnement. N'est ce pas le but de toute explication de réduire le réel tout en essayant de rendre compte des faits observés ?...

Autrement dit l'ensemble des influences et des effets qui sont ajoutés par tous les éléments qui sont de plus en plus "loin" du lieu de rationalité (celui-ci contenant les éléments du système proprement dit) reste au dessous d'un certain seuil d'une série que l'on sait être - au sens mathématique du terme - convergente. Même si l'on est incapable d'aller jusqu'au bout de cette série on sait qu'elle est limitée...

Remarquons que l'inconscient n'est sans doute pas totalement étranger à l'élaboration de ce diagramme des "distances" moyennes d'intrication ressenties nécessaire pour induire. L'inconscient sait remarquer des associations quasi-imperceptibles, discerner des causalités lointaines, insoupçonnables. Il est multiple : plusieurs choses peuvent se produire simultanément en lui. Il possède la propriété de bréler les étapes. Il peut ainsi très bien nous conduire à la quasi-certitude de l'intrication A--->B en sautant (ou plutôt en oubliant des chaînons intermédiaires). En cela il s'oppose au raisonnement déductif conscient, beaucoup plus lent, mais assuré, reproductible, vérifiable, donc plus convaincant. D'ailleurs les gens intuitifs, possédant un grand discernement, une grande "acuité de perception", si

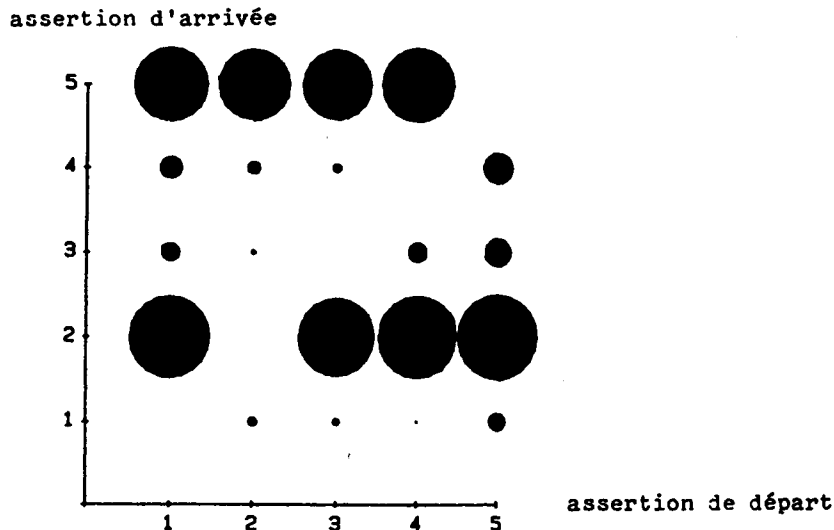
4. Il s'agit en fait du nombre moyen de chaînons nécessaires pour, partant de i arriver pour la première fois en j (coût exploratoire pour aller de i vers j). Les propriétés propres à une vraie distance ne sont pas vérifiées : ainsi par exemple la "distance" moyenne de i vers j est différente de celle de j vers i...

## Emergence et organisation de supersignes

nécessaire à l'induction, ne sont pas forcément de bons déducteurs. Les graphologues nous disent que l'intuition se révèle par des trous dans les mots. Ces trous sont des indicateurs de "motions" inconscientes qui, si elles sont capables de produire des discontinuités dans le graphisme, doivent être tout autant capables de perturber le déroulement de long raisonnements...

Le jaillissement d'une idée ou d'une intrication nouvelle a toujours été décrit comme lié, soit à une fulguration associative venue d'un événement fortuit (la pomme de Newton) et prenant forme d'une inspiration subite, soit comme le fruit d'une rêverie, ou même d'un rêve nocturne. La source de la créativité est dans le jeu aléatoire, infini et multifactorisé de combinaisons guidées par des gradients obsessionnels, où soudain la "compétence heuristique" catalyse et transmet en message, idée, formule, ce qui n'était jusqu'alors que bruissement, c'est bien là le sens de brain storming : réveiller la fantaisie pour happer l'idée, l'association nouvelle.

Abandonnons donc les deux éléments périphériques 6 et 7 d'influence minimale et hypothétique et limitons nous à 5 éléments seulement ( $i = 1 \text{ à } 5$ ) :



### Remarque :

Un diagramme de ce type peut aussi être construit à partir d'observations concrètes prélevées sur un échantillon représentatif de gens pouvant présenter simultanément un ou plusieurs caractères pris dans un éventail de  $n$  caractères intéressants (du type précédent ou autre).

Dans ce cas il est généralement possible d'accéder à des paramètres comme :

$N_{ij...k}$  figurant le nombre de personnes présentant simultanément les caractères indicés  $i, j, \dots, k$  (à chacun de ces caractères indicés correspond un culturème du type de la figure 2 par exemple) et ceci à l'exclusion de tout autre.

Consulter l'annexe mathématique en fin d'article pour plus de détails.

### V-2-b Deuxième stade, celui de l'induction : recherche de l'organisation interne de ces groupements, de ces supersignes.

Il s'agit maintenant, partant de ces informations globales condensées dans un diagramme de ce type, de conjecturer de son organisation interne locale (c'est-à-dire concernant les intrications directes), ceci dans une démarche inductive qui est souvent plus ou moins intuitive, c'est-à-dire inconsciente ou quasi-inconsciente.

## Emergence et organisation de supersignes

De même que nous reconstruisons l'objet spatial à partir des observations et perspectives diverses qu'il offre et en tenant compte de la structure interne de nos systèmes de perception et d'investigation du réel qui "voient" les objets affaiblis s'ils sont loins, il nous faudra construire le modèle causal (forme stable de déductivité) à partir de la diversification des associations observées, en l'occurrence des forces d'intrications ou distances moyennes d'intrication ressenties (résultant de l'ensemble des voies directes et indirectes entre les culturèmes).

Lorsqu'il s'agit ainsi d'induire, c'est-à-dire de trouver un modèle causal de la partie de réalité observée il nous faut démêler l'interférence d'un grand nombre de causes et d'effets, où les effets de certaines causes sont les causes d'autres effets (causalités circulaires). Ces chaînes de causalité, qui de surcroît ne sont pas rigides, mais floues (vraies par exemple mais de façon fréquentielles) s'atténuent vite dans notre esprit du fait de la limitation de notre champ mémoriel : ce qui est causalement loin se dégrade vite, prend moins d'importance. Ainsi se caractérise ce que nous appelé la loi proxémique des causes et des effets.

Afin de contrecarrer les aspects néfastes de cette loi, nous avons mis au point un algorithme et un programme informatique qui, dans certains cas, est capable, partant du diagramme des "distances" moyennes d'intrication ressenties, de conjecturer de l'organisation locale du réseau d'intrication directes associé. Cela correspond à une démarche inductive que l'esprit est sans doute lui-même amené à accomplir spontanément quand l'information globale (condensée dans le précédent diagramme) se fait suffisamment prégnante. Toutefois ce processus inductif devient vite problématique, surtout quand le nombre d'éléments du groupement est élevé : il nous faut en effet dépister des causalités directes rarement objectivables, difficiles à repérer du fait de la longueur des chaînes ou elles sont insérées, intégrées par ailleurs dans des arborescences qui les cachent et qui viennent tout compliquer. D'où l'intérêt de modéliser et d'informatiser cette démarche. Ce faisant nous avons effectivement construit un certain type de machine à induire<sup>5</sup>.

Ainsi nous avons pu montrer que le réseau des causes et des effets associé au diagramme des "distances" d'intrications ressenties de la figure 2 prend la forme ci-dessous :

---

5. Dans l'exemple choisi (fig 2 et 3), le principe de contradiction ne joue aucun rôle. Cependant parmi les culturèmes envisagés (5 ici) rien n'empêche d'en introduire quelques uns qui soient antinomiques. Si après traitement informatique le schéma causal induit montre l'existence d'intrications directes fortes entre deux caractères antinomiques, alors le principe de contradiction est bafoué et le modèle est à reconsidérer. D'ailleurs la distance moyenne ressentie entre deux culturèmes antinomiques devrait à priori être grande, car ces deux culturèmes n'ont guère de raison de s'associer...

## Emergence et organisation de supersignes

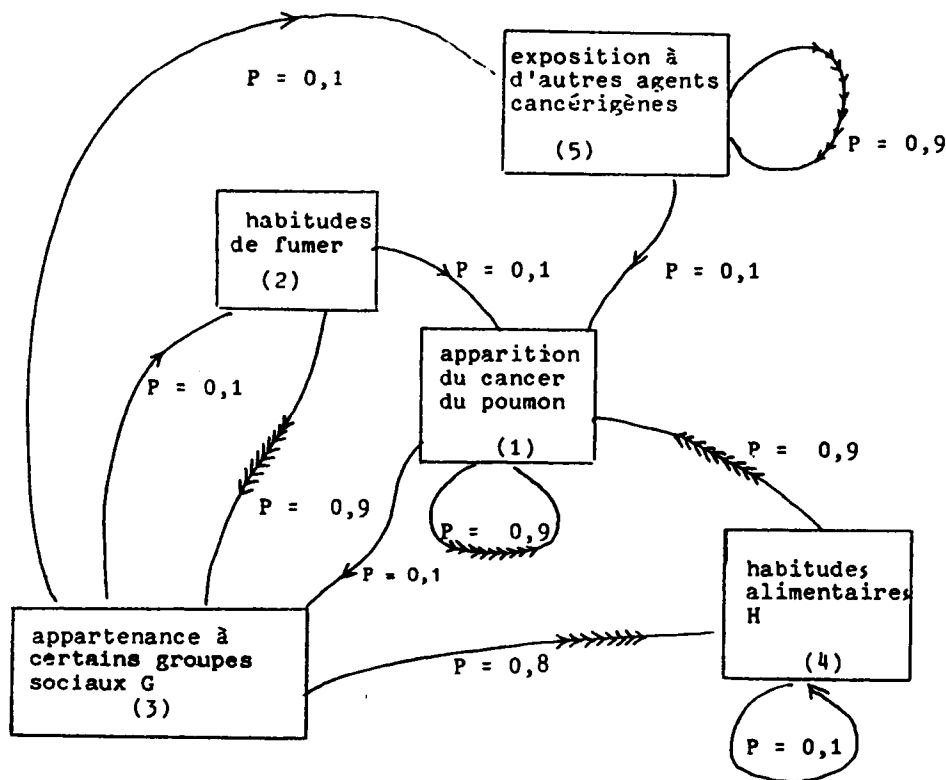


Fig 3

Réseau des intrications directes chargé de rendre compte du diagramme des intrications ressenties de la figure 2.

On peut dire (en gros) que plus il y a de chevrons sur un tronçon plus la force d'intrication associée est grande (cas de 4--->1 par exemple).

\*\*\*

Ce modèle, cette structure causale, apparaît comme un graphe d'un type particulier. Les sommets de ce graphe représentent évidemment les 5 assertions de départ. Une flèche, allant du sommet A à un autre sommet B, représente une intrication directe de A vers B. Chacune de ces flèches est accompagnée d'un chiffre compris entre 0 et 1 et d'un nombre de chevrons proportionnel à ce chiffre. Ce dernier représente la probabilité ou fréquence d'occurrence  $P_{AB}$  de l'intrication directe A--->B. Ainsi il peut fort bien exister une intrication directe de A vers B, mais si la probabilité d'occurrence de cette intrication se trouve être faible, alors celle-ci sera peu remarquée et apparaîtra elle-même faible (c'est le cas de l'intrication 5--->1 à laquelle est associée un seul chevron). Le nombre de chevrons associé à chaque flèche peut donc être interprété dans le sens d'une force d'intrication directe.

Examinons de près le graphe précédent. Il est net que sur celui-ci l'apparition du cancer du poumon (cultureme n°1) est très fortement et directement liée aux habitudes alimentaires H (cultureme n°4) et, dans une moindre mesure, à la fois à l'habitude de fumer (cultureme n°2) et à l'exposition à d'autres agents cancérogènes (cultureme n°5).

Or ce même schéma montre que l'habitude de fumer est elle-même "corrélée" (à sens unique) avec l'appartenance à certains groupes sociaux G.

Le graphe ci-dessus, tout à fait fantaisiste, laisse donc entendre, compte tenu de la matrice des distances moyennes d'intrication ressenties, que les habitudes alimentaires H sont, dans le cadre restreint envisagé, les véritables causes (les causes directes) du cancer du poumon, point qui serait à étayer par la suite de façon plus approfondie en recourant éventuellement à des méthodes scientifiques fines (En neutralisant les autres facteurs on peut par exemple tenter de mesurer la probabilité d'apparition du cancer du poumon en présence des habitudes alimentaires H...).

Ce graphe, pourrait être interprété par exemple en disant que la relation générale peu contestée entre l'habitude de fumer et l'apparition du cancer du poumon, bien qu'il n'y ait aucune relation causale directe probante entre eux, est due au fait que l'habitude de fumer conduit à fréquenter certains groupes sociaux G qui ont justement les habitudes alimentaires H (et communiquent par exemple ces habitudes).

Encore faut-il que la véritable cause figure parmi les hypothèses envisagées, sinon c'est une pseudo-cause qui risque d'être confirmée dans cette démarche inductive... Autrement dit notre "machine à induire n'a aucune prétention à atteindre "la vérité". Elle ne constitue qu'une aide à la création de modèles (une "prothèse" qui pallie à la faiblesse de notre champ mémoriel).

Pour les sciences humaines, ainsi que dans les processus de création, on peut admettre que notre esprit utilise plus volontiers une logique "avec préférences" du type illustré ci-dessus, plutôt qu'une logique formelle qui veut ne laisser aucune place à l'affectif et à l'individuel et où une implication ne peut exister que par tout ou rien. D'ailleurs la logique formelle n'est pas à l'abri des erreurs de raisonnement, car toute erreur sur un maillon entraîne une erreur sur la conclusion... Von Neumann dans "Cérébral mechanism in behavior" (The Hixon symposium, Wiley, 1948) affirme même que : "La logique formelle est par la nature même de son approche de la pensée, coupée des parties les mieux cultivées des mathématiques (l'analyse et les concepts de continuité) et contrainte à vivre dans la partie la plus difficile du terrain mathématique, la combinatoire.". En tous cas ce dernier type de logique s'accommode très mal aux lois de la science en train de se faire.

Entre le oui et le non de la logique habituelle, auxquels on peut associer respectivement la force d'intrication maximum et la force d'intrication nulle, existent dans la logique que nous proposons des tas de cas intermédiaires, assurant ainsi plus de souplesse et permettant de mieux coller au fil du réel. On peut certes reprocher à une telle logique de perdre en clarté et en rigueur dans les démonstrations. L'algorithmique de celles-ci y deviendrait en effet apparemment moins évidente et moins immédiatement contrôlable puisqu'elle ferait appel à des processus mathématiques (de type markovien) tout aussi rigoureux mais bien moins parlants à l'esprit que les familières chaînes du raisonnement cartésien.

Cette esquisse de théorie mise en place, on peut alors l'analyser (passage du global au local) la décrire, la critiquer, la vérifier séquentiellement point par point (ou simplement tenir un discours sur elle : en cela le langage vient conforter la pensée). Nous sommes alors maintenant à l'intérieur d'un autre aspect du processus de création et de compréhension, de type analytique celui-là, processus qui ressemble à une errance dans un dédale de couloirs (ceux de la logique) où le chercheur en situation de "myopie exploratoire" n'a de son trajet qu'une vision limitée. Il se cantonne à l'aspect local des choses et laisse donc provisoirement de côté son souci de cohérence universelle pour s'attacher à ce que nous appellerons volontiers les "chemins vicinaux de l'esprit".

## Emergence et organisation de supersignes

En résumé, nous pensons qu'il y a à l'intérieur du phénomène de compréhension et de création (scientifique ou non) un processus labyrinthique offrant essentiellement deux aspects qui s'interpénètrent et se complètent dans un mouvement dialectique.

-l'aspect synthétique permettant dans un mouvement inductif d'élaborer une image "de ce que pourrait bien être" le réseau maillé associé au pan de connaissance envisagé.

-l'aspect analytique qui vient contrôler et éventuellement remettre en cause le bien fondé de cette image, de ce réseau structurel.

Nous avons, dans un autre travail, abordé également l'étude du troisième stade du passage de la culture mosaïque à la culture intégrée : à savoir la manière dont les conglomerats (ou supersignes) s'associent entre eux pour édifier une structure de niveau de niveau supérieur. Ceci déborde le cadre de cet exposé consulter néanmoins le paragraphe XII à ce sujet).

Les paragraphes V-3 et V-4 sont destinés à prévenir certaines objections.

V-3 Le concept de causalité n'est pas un concept révolu (peut être omis en première lecture).

Nous savons que les concepts quantitatifs ne sont pas donnés par la nature. Ils découlent de la pratique qui consiste à appliquer des nombres aux phénomènes naturels. C'est Galilée qui pour la première fois, utilise la méthode quantitative en association avec une relation fonctionnelle qui présente l'avantage incontestable de réduire considérablement la description (la fonction constitue un assemblage de variables et de paramètres, le tout pouvant être considéré comme un repère d'invariants). Certains philosophes comme Mach en viennent à préconiser le remplacement de la notion de cause par celle de fonction, fonction à plusieurs variables et à plusieurs valeurs. Des sciences "pures" comme la physique ont bien évolué dans ce sens : la fonction y règne en maître et on ne parle pratiquement plus de causes.

Pourtant selon Bachelard ("Le nouvel esprit scientifique", PUF 1984) : "Le savant ne mesure pas toujours : il tâche d'abord de saisir la correspondance des phénomènes et il pense souvent cette correspondance sans en mesurer toutes les variations. C'est dans la liaison de signe à signe, plus souvent que dans la liaison de nombre à nombre qu'il trouve les premières leçons du déterminisme"

Penser c'est trier dans le flux des sensations, repérer des régularités (statistiques ou non), les organiser, dégager des invariants à travers l'inconsistant et le mouvant, à travers la fluidité des choses.

N'en déplaise à Wittgenstein Hume et quelques autres, selon lesquels l'idée de cause serait un concept obscur et inutilisable, le langage causal n'en demeure pas moins indispensable et commode. Primitivement la cause n'est pas un concept métaphysique ou spéculatif, c'est un concept pragmatique : la cause c'est ce sur quoi on peut en principe agir pour contrôler un phénomène, pour le provoquer si on en a besoin, pour l'éviter s'il est néfaste.

On peut objecter que l'enchaînement bouclé des processus lorsqu'interviennent des rétroactions fait perdre tout sens à la relation de cause à effet. C'est oublier que ce bouclage fait de l'ensemble des entités qu'il englobe un système, dont il faut considérer les propriétés globales et l'insertion éventuelle dans d'autres enchaînements qui ne sont pas

## Emergence et organisation de supersignes

tous forcément bouclés. La validité des considérations causales est reportée à un autre niveau...

Toutefois c'est souvent par simplification, habitude et abus de langage que l'on parle de causalité, alors qu'en sciences sociales on ne peut guère observer que des liaisons statistiques. Au mot causalité il faudrait peut-être préférer le terme atténué de dépendance ou de relation. Nous avons adopté celui d'intrication qui se rapproche de celui d'implication emprunté au langage causal. Insistons : celui-ci est difficilement contournable en raison de sa commodité. Une relation statistique où les mêmes antécédents ne sont pas toujours suivis des mêmes conséquents ne prend pour nous véritablement son sens que si elle est interprétable en terme de causalité qui ne cesse d'imprégner nos habitudes mentales. Le type de problème que nous avons essayé de résoudre est le suivant : étant donné un ensemble de phénomènes ou d'individus (au sens large) ou encore de variables dépendantes (ou non), comment déterminer avec rigueur si l'hypothèse d'une structure causale ou multicausale est compatible avec les résultats de l'observation, et comment construire cette structure, même si celle-ci présente un caractère quelque peu artificiel ?

Nous retrouvons ici les problèmes de "l'analyse des données" (J.P. Benzecri) où il s'agit d'interpréter une masse importante de données statistiques. Notre angle d'approche est sans aucun doute différent de celui des méthodes classiques. En particulier il faut bien préciser qu'une fois connu le diagramme des "distances" moyennes d'intrication ressenties, l'interprétation, en l'occurrence l'émergence du réseau causal associé, se déduit sans introduire d'hypothèse supplémentaire pouvant présenter une part quelconque d'arbitraire. En revanche le champ d'applications est sans doute plus restreint que celui de "l'analyse des données" qui utilise des espaces pluridimensionnels. Précisons que ce travail ne constitue pas une théorie scientifique (au sens usuel de ce terme), mais plutôt une méthodologie, une sorte de langage permettant d'organiser les données de l'expérience.

V-4 Il vaut mieux savoir inférer de modèles incertains que de ne pas savoir inférer du tout (peut être omis en première lecture).

Galilée avait construit une lunette astronomique pour amplifier son champ d'observations, ceci dans le but de contrecarrer une loi proxémique bien connue : celle qui atténue la perception visuelle des objets lointains. Notre "machine à induire" a pour but d'amplifier nos capacités inductives qui sont réduites par la faiblesse de notre champ mémoriel (loi proxémique des causes et des effets), ceci afin de pouvoir mieux organiser et interpréter le flux continu des données statistiques qui parviennent à notre cerveau.

Nous connaissons la position de Popper et de la majorité des philosophes des sciences rationalistes non septiques qui maintiennent qu'il n'existe pas et ne peut exister de logique inductive parallèle à la logique déductive. Karl Popper s'est toujours attaché à démontrer l'irrationalité des arguments inductivistes, même lorsque ceux-ci se replient sur le terrain des probabilités. Le dernier épisode de ce combat a son origine dans un court article de 1983, écrit en collaboration avec David Miller : "On the impossibility of inductive Probability" (Nature 302, Avril 21 1983). La conclusion de cet article va plus loin qu'aucun des arguments précédents de Popper : l'induction agirait, mais en sens inverse de ce que croient les inductivistes naïfs ! La philosophie des sciences ne risque-t-elle pas de se dissoudre dans une rhétorique mathématique nous obligeant à troquer nos intuitions naïves contre des révélations démontrées ? Il y a danger nous semble-t-il de noyer ainsi les problèmes de fond dans cette rhétorique... Donc, selon cette thèse de Popper, les seules règles de raisonnement dont nous disposions vraiment sont les règles de la logique déductive : les seules inférences à avoir été codifiées sous forme algorithmique étant les inférences démonstratives. Cela signifie conjointement :

1/ que le concept de validité n'est applicable qu'aux inférences démonstratives,



## Emergence et organisation de supersignes

2/ qu'il est impossible, partant de données observables, d'en inférer, ceci en un nombre fini d'étapes et en suivant une procédure mécanique, une hypothèse universelle explicative.

Le fait qu'il n'existe pas, selon Popper, de logique inductive, au sens formel du terme, ne prouve ni que nous raisonnions toujours de manière déductive ni que nos raisonnements non démonstratifs soient dépourvus de toute justification, ou soient déraisonnables... Il vaut mieux savoir inférer des modèles incertains (et quelquefois reconnus faux par la suite), que de ne pas savoir inférer du tout. C'est dans cet esprit que nous avons conçu notre "machine à induire"...

Ainsi à ce stade de l'induction il s'agit de se préoccuper de l'architecture interne de ces conglomérats de culturèmes, quels qu'ils soient, de savoir par exemple si les intrications, les liaisons entre deux quelconques d'entre eux sont directes ou indirectes, si elles sont faibles ou si elles sont fortes.

Or le réel faisant système il est souvent très difficile d'isoler et d'accéder à des intrications directes. En général, au moins au début de la mise en place de cette architecture, nous ne disposons que d'évaluations globales concernant la façon dont s'associent deux à deux ces culturèmes, c'est-à-dire nous l'avons vu sur leur proximité moyenne (proximité qui prend en compte les voies directes et indirectes de liaison).

Ce sentiment de plus ou moins grande proximité moyenne entre deux culturèmes donnés provient, nous l'avons vu, de sédimentations mémorielles résultant de pratiques vitales ou mentales, ou d'observations répétées (par exemple tel événement est suivi très fréquemment de tel autre), ou encore de résultats consignés à partir d'échantillons représentatifs (voir annexe mathématique).

## VI CONSIDERATIONS GENERALES SUR LA THEORIE DES SYSTEMES

Toutes choses étant causées et causantes, aidées et aidantes, médiatees et immédiates, et toutes s'entretenant par un lien naturel et insensible qui lie les plus éloignées et les plus différentes, je tiens impossible de connaître les parties sans connaître le tout, non plus que de connaître le tout sans connaître particulièrement les parties.

Pascal (éd. Brunschvicg)

On peut définir la notion de système, comme un complexe d'éléments en interaction. Au cours de ces dernières décennies, nous avons assisté à l'émergence du "système" comme concept-clé de la recherche scientifique. Bien sûr, les systèmes ont été étudiés depuis des siècles, mais quelque chose de nouveau a été ajouté. La tendance à analyser les systèmes comme un tout plutôt que comme une agrégation de parties, est compatible avec le penchant de la science contemporaine à ne plus isoler les phénomènes dans des contextes étroitement confinés, à ne plus décortiquer les interactions avant de les examiner, en bref à regarder des tranches de nature de plus en plus larges.

Selon Bertalanffy ("Théorie générale des systèmes" Dunod 1973) "Le problème qui se pose en fait pour les systèmes est essentiellement celui des limites de la procédure analytique appliquée à la science. "Procédure analytique" signifie qu'on peut réduire à des parties l'être étudié et que par conséquent, on peut le reconstituer à partir de celles-ci, ceci aussi bien au sens matériel qu'au sens conceptuel. C'est le principe fondamental de la science "classique", exprimé de manières diverses : résolution en chaînes causales isolables, recherche d'unités "atomiques" dans les divers domaines de la science, etc. Les progrès de la science ont montré que les principes de la science classique énoncée par Galilée et Descartes, expliquaient très bien un grand nombre de phénomènes. L'application de la procédure analytique dépend de deux conditions :

## Considérations générales sur les systèmes

- la première est que les interactions entre les parties soient inexistantes ou assez faibles pour être négligées dans certaines recherches. Sous cette condition seulement, les parties pourraient être "isolées" véritablement, logiquement, mathématiquement, puis ensuite réunies.

- la seconde est que les relations qui décrivent le comportement des parties soient linéaires ; dans ce cas seulement on aura la condition de sommativité, c'est-à-dire que l'équation qui décrit le comportement de l'ensemble à la même forme que celles qui décrivent le comportement des parties ; les processus partiels peuvent être superposés pour obtenir le processus total, etc.

Ces conditions ne sont pas remplies par ces êtres que l'on appelle systèmes, c'est-à-dire formés de parties en "interaction" totale."

Il faut bien dire que la méthode scientifique habituelle procédant par dissection analytique et reconstruction synthétique se révèle de plus en plus difficile à mettre en oeuvre lorsque l'on cherche à comprendre ce qui se passe quand des éléments que nous croyons bien connaître en "eux-mêmes" s'intègrent dans des systèmes complexes. Prenons le cas de la molécule d'eau, molécule simple s'il en est, mais dont les propriétés complexes sont loin d'être entièrement explicables à partir de ce que l'on sait des propriétés de ses constituants : l'oxygène et l'hydrogène. On est donc amené à ne plus se contenter du réductionnisme qui repose sur le postulat selon lequel les éléments constitutifs d'un système, si complexe soit-il, sont entièrement définissables par un certain nombre de caractéristiques stables, qui sont accessibles par l'étude analytique et suffisent à déterminer leur comportement dans n'importe quel assemblage avec d'autres éléments. Or une telle méthode analytique implique pour des raisons pratiques évidentes que les éléments considérés soient quasiment isolés, c'est-à-dire placés dans des environnements ultra-simplifiés. Rien ne permet d'affirmer que les caractéristiques relevées dans ces conditions soient aptes à rendre compte du comportement de ces éléments dans des environnements plus complexes. Il n'est pas exclu que des paramètres apparus comme constants à la suite des observations effectuées de cette manière soient en fait variables dans un milieu constitué d'éléments plus nombreux et plus variés. Ces difficultés du réductionnisme ont réactivé la tendance contraire, celle du globalisme (ou du holisme). A partir du moment où la démarche de décomposition analytique et de reconstruction synthétique ne permet plus de retrouver les propriétés du tout, elle perd en effet son pouvoir explicatif.

En résumé, on peut dire que les caractéristiques constitutives de tout système ne peuvent s'expliquer à partir de caractéristiques des parties prises isolément, d'où l'expression banale et un peu isotérique : "le tout est plus que la somme des parties".

### VII PRECISION SUR LES TYPES DE SYSTEMES JUSTICIALES DE NOTRE ETUDE

Nous appellerons donc système un ensemble d'éléments quelconques A, B, C, etc., qui peuvent par exemple être constitués soit des organes d'une machine, soit de corps physiques ou chimiques ou encore par les individus d'un corps social, etc., éléments susceptibles d'interagir les uns avec les autres avec des temps (ou vitesses) de réaction et des intensités de réaction décelables, intensités qui généralement se dégradent en fonction du nombre d'intermédiaires nécessaires à leur acheminement.

Les systèmes que nous nous proposons d'étudier devant pouvoir s'appliquer aux sciences sociales, aux sciences du vague de manière plus générale, ne seront pas strictement déterministes. Toute influence émanant de A est supposée s'acheminer, directement ou indirectement, vers B avec une fréquence

## Précisions sur les types de systèmes utilisés

d'occurrence  $F_{AB}$  fixe et repérable ou avec un temps moyen  $\mu_{AB}$  de réaction observable (cette réaction n'est généralement pas instantanée et dépend par exemple du nombre d'intermédiaires nécessaire à son acheminement).

En bref, nous appellerons donc système un ensemble d'éléments découpés plus ou moins artificiellement dans l'univers et qui sont supposés interagir les uns sur les autres ; un élément qui n'aurait apparemment aucune relation avec un autre élément du système étant considéré de celui-ci. Autrement dit il y a le système et le reste de l'univers (il y a une différence entre un système et son environnement comme dans la relation figure/fond des gestaltistes)...

La distinction entre l'interne et l'externe conditionne la notion d'objet. Sans cette distinction toute description du monde et de ses phénomènes, en un mot toute science devient impossible.

Les interactions déjà évoquées sont donc supposées concerner des grandeurs associées aux différents éléments du système (ou variations de grandeur) perceptibles ou accessibles à la mesure ou à l'observation. Ces interactions doivent par ailleurs être reproductibles statistiquement, c'est-à-dire que l'histoire passée du système doit demeurer sans effet sensible, sans influence sur le comportement statistique présent (il s'agit donc au départ de systèmes sans mémoire, donc sans état interne, qui sont donc incapables d'évoluer, de s'autostructurer sauf en cas de grande perturbation externe. Nous y reviendrons). Insistons sur le fait que rien n'empêche à des éléments (périphériques en général) hors système de jouer un rôle de véhicule ; mais le rôle de ces éléments externes, s'il existe, est supposé, en raison de leur passivité apparente, indécidable. Ceci montre donc que rien n'interdit au système d'être ouvert (en conformité avec le réel où tout interfère sur tout) sur le reste de l'univers ; mais l'attitude adoptée procède du "tout se passe comme s'il était fermé", quitte à inventer des couplages ou liaisons arbitraires mais intérieures au système considéré, qui tout en conservant l'apparence de la fermeture, donnent un modèle explicatif plausible de son fonctionnement.

Il n'y a pour nous de système que par rapport à des grandeurs ou variations de grandeur perceptibles ou décelables attachées aux éléments de ce système. La configuration et la grandeur du système peuvent donc être totalement différentes selon le type de grandeur auquel les éléments constitutifs du système sont accessibles à la mesure, et à la précision des mesures...

Remarque : l'ensemble des influences et des effets qui sont ajoutés par tous les éléments disposés de plus en plus loin du lieu de rationalité (celui-ci contenant les éléments du système proprement dit) reste au-dessous d'un certain seuil d'une série que l'on sait être -au sens mathématique du terme- convergente. Même si l'on est incapable d'aller jusqu'au bout de cette série, on sait qu'elle est limitée.

### Le concept d'intrication appliqué à un ensemble d'éléments interconnectés

La notion d'intrication déjà utilisée pour assembler les entités abstraites de la logique en acte peut être appliquée pour relier les éléments interconnectés d'un système, qu'il soit physique, chimique, ou social, etc. Plutôt que d'intrication entre les différents éléments du système entre eux nous parlerons alors plutôt d'influence. A un tel système on peut biensûr encore faire correspondre un labyrinthe abstrait, les différents embranchements étant associés aux éléments interconnectés évoqués, et les "couloirs" étant censés canaliser les dites influences à l'intérieur du système considéré.

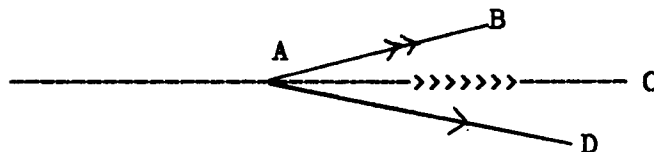
Rappelons que le schéma ci-dessous exprime que :

- l'influence de A s'exerce volontiers vers C dans 70% des cas,

Précisions sur les types de systèmes utilisés

- l'influence de A s'exerce volontiers vers B dans 20% des autres cas,
- l'influence de A s'exerce volontiers vers D dans 10% des autres cas,

situation que nous avons schématisée par 7 chevrons orientés de A vers C, 2 chevrons de A vers B et 1 chevron de A vers D.



VIII PASSAGE D'UNE MATRICE DES DISTANCES MOYENNES D'INFLUENCE PERCUES AU RESEAU RELATIONNEL CHARGE D'EN RENDRE COMPTE. DECHIFFRAGE D'UN SYSTEME

Nous avons résolu dans certains cas le problème du déchiffrement d'un système, lequel constitue on le sait un tout indissociable, dont ni les parties, ni les influences directes ne sont isolables, d'où la difficulté à en retrouver l'organisation interne précise à partir des manifestations diverses qu'il offre... Notre point de départ est la donnée de corrélations binaires ou digrammatiques portant sur chaque couple d'éléments de ce système (on agit sur A par exemple et on observe les réactions des autres éléments, ou du moins la fréquence de ces réactions). Chacune de ces corrélations prend en compte les propagations à la fois directes et indirectes des influences entre chaque élément de la paire considérée. A partir de la connaissance de l'ensemble de toutes ces corrélations digrammatiques, un algorithme est capable, dans certains cas, de proposer un modèle d'organisation interne qui rende compte du fonctionnement de l'ensemble. La démarche est d'ailleurs conceptuellement la même que celle que nous avons utilisée lors du processus d'induction évoqué tout à l'heure (passage du global au local).

Ainsi à partir du diagramme suivant des "distances" moyennes d'influence ressentie on peut construire le réseau des influences directes de la figure 5.

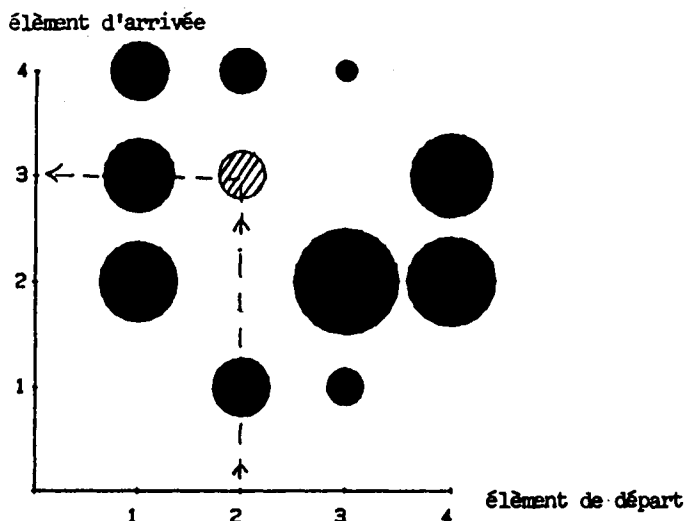


Fig 4  
 DIAGRAMME DES "DISTANCES"<sup>6</sup> MOYENNES D'INFLUENCE RESSENTIES ENTRE LES QUATRE ELEMENTS D'UN SYSTEME.  
 La dimension du cercle situé à l'intersection de la colonne n°i et de la ligne n°j représente la distance moyenne  $\mu_{ij}$  d'influence ressentie de i vers j.

6. Il s'agit en fait du nombre moyen de chaînons nécessaires pour, partant de i arriver pour la première fois en j (coût exploratoire pour aller de i vers j). Les propriétés propres à une vraie distance ne sont pas vérifiées ; ainsi par exemple la "distance" moyenne de i vers j est différente de celle de j vers i...

## Déchiffrage d'un système

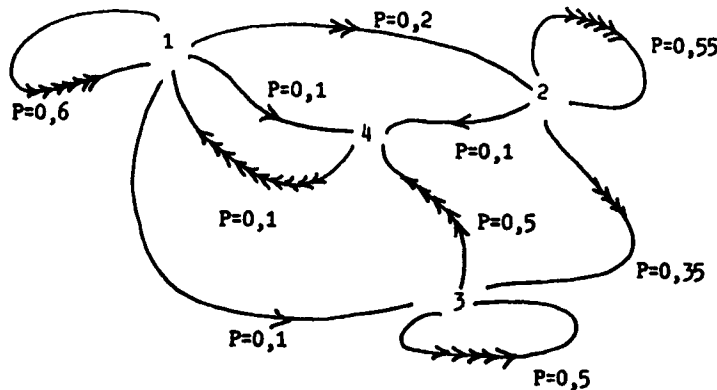


Fig 5

Réseau des influences directes chargé de rendre compte des influences ressenties de la figure 3. On peut dire (en gros) que plus il y a de chevrons sur un tronçon plus l'influence directe associée est grande.

Remarque : étant donné la petitesse du système (quatre éléments seulement), il va sans dire que ce modèle n'offre rien de très significatif. L'intérêt d'un tel modèle prend évidemment tout son sens pour de grands systèmes.

A partir de la connaissance de cette organisation on peut se poser la question de savoir quelles modifications il serait nécessaire d'apporter pour corriger le comportement global du système afin que celui-ci s'approche d'un comportement idéal fixé à l'avance : recherche de société idéale par exemple.

### IX SITUATION HIÉRARCHIQUE DES DIFFÉRENTS ÉLÉMENTS D'UN SYSTÈME (STRUCTURE A UN SEUL NIVEAU)

Il est naturel de définir la situation hiérarchique d'un élément n°i d'un système comme étant un paramètre numérique  $S_i$  d'autant plus grand que cet élément influence beaucoup les autres en se laissant peu influencer lui-même.

La situation hiérarchique  $S_i$  de l'élément n°i peut donc être définie comme étant la différence entre :

a/ la somme des intensités moyennes d'influence  $I_{i,j}$ , exercées par i sur les autres et :

b/ la somme des intensités moyennes d'influences  $I_{j,i}$ , reçues par i des autres j.

$$S_i = \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} I_{i,j} - \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} I_{j,i}$$

où le symbole  $\Sigma$  indique la sommation par rapport à j (lequel reste différent de i) et  $I_{i,j}$  désigne la force ou intensité moyenne d'influence de i vers j définie selon la loi :

$$I_{i,j}(d) = \sum_{n=1 \text{ à } d} p_{i,j}(n) \cdot (1/n^2) \quad (1).$$

Situation hiérarchique des éléments d'un système

$I_{ij}(d)$  est la moyenne des forces d'intrications (ou d'influence) partielles  $\pi_{ij}(n) = 1/n^a$ , où  $n$  désigne la longueur d'un des chemins possibles de  $i$  vers  $j$ . Cette moyenne est pondérée par la probabilité d'occurrence  $p_{ij}(n)$  d'un chemin de longueur  $n$  partant de  $i$  et rejoignant  $j$  pour la première fois :

$\Sigma$  désigne la sommation pour  $n$  allant de 1 à  $d$  ( $d$  = nombre maximum de chaînons intermédiaires).

$a$  désigne un coefficient d'atténuation d'autant plus grand que cette dégradation le long du chemin de longueur  $n$  est rapide.

Si  $I_{ij}(d)$  est une valeur proche de celle obtenue pour  $d = \infty$  on écrira simplement  $I_{ij}$  (c'est pratiquement le cas pour  $d=10$  dans l'exemple de la figure 5 quand  $a$  est de l'ordre de 0,25).

Cas particulier:  $a = -1$

$I_{ij}(d)$  représente la "distance" moyenne d'intrication notée  $\pi_{ij}(d)$ .

Si  $d = \infty$ , alors  $\pi_{ij}(\infty)$  noté  $\pi_{ij}$  représente le "temps moyen" ou plutôt le nombre de chaînons moyens pour arriver pour la première fois en  $j$  partant de  $i$ .

Hiérarchie du système associé à la figure 5 avec une loi de dégradation des influences en  $1/n$  ( $a = 1$ ) et avec une loi en  $1/n^2$ .

Prenons l'exemple de la figure 5 avec une loi de dégradation en  $1/n$ .

La hiérarchie du système s'établit de la manière suivante par ordre décroissant :  $S_2, S_3, S_4, S_1$ , ceci donc avec une loi en  $1/n$ .

Pour une loi en  $1/n^2$  cette hiérarchie par ordre décroissant s'écrirait alors :  $S_2, S_4, S_3, S_1$ .

(Le système avec la loi en  $1/n$  est un peu plus hiérarchisé que le même système avec la loi en  $1/n^2$ , car ce que nous appellerons le degré de hiérarchisation passe de 0,398 à 0,386.)

Un exemple de système très hiérarchisé.

Par exemple, à une arborescence du type ci-dessous correspondra un certain type de système (ou de société s'il s'agit d'un système social) que nous appellerons hiérarchique par opposition à celui de la figure 7 qui est égalitaire.

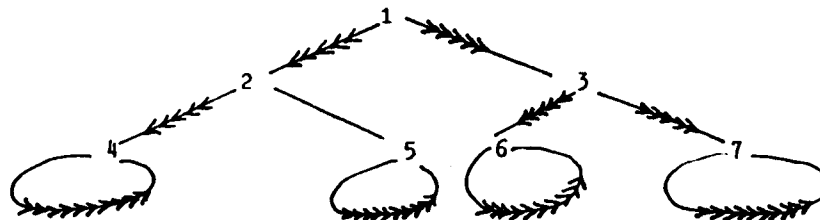


Fig 6 Réseau des influences directes dans un système très hiérarchisé.

On vérifie aisément que l'élément  $n^{\circ}1$  occupe le sommet de la hiérarchie, ceci devant les éléments  $n^{\circ}2$  et  $n^{\circ}3$  ex-aequo. En bas de la hiérarchie se trouvent, au même niveau, les éléments terminaux de l'arborescence, à savoir les éléments  $n^{\circ}4, 5, 6,$  et  $7$ .

## Situation hiérarchique des éléments d'un système

### Système égalitaire

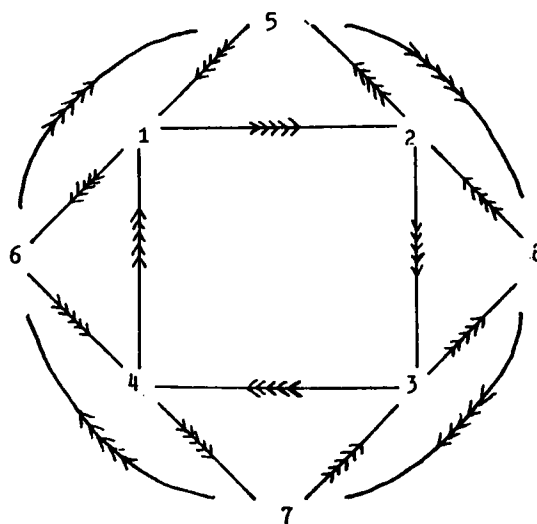


Fig 7

Réseau des influences directes dans un système égalitaire.

La situation hiérarchique des différents éléments de ce système est identique et égale à zéro.

Entre les systèmes hiérarchiques (arborescents) où les situations des différents éléments sont très dispersées et le système égalitaire où les situations hiérarchiques sont toutes égales, on imagine qu'il peut exister des tas de cas intermédiaires.

Afin de caractériser précisément le degré de hiérarchisation d'un système quelconque, il apparaît souhaitable d'introduire un nouveau paramètre H, d'autant plus grand que le système est plus hiérarchique et nul dans le cas d'un système égalitaire.

### X DEGRE DE HIERARCHISATION D'UN SYSTEME

Le paramètre H mesurant le degré de hiérarchisation d'un système peut être défini comme étant égal à l'écart type des situation hiérarchiques.

H = degré de hiérarchisation d'un système

$$= \sqrt{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - S')^2 \right)}$$

où  $\Sigma$  désigne la sommation par rapport aux n éléments du système et où  $S'$  désigne la moyenne arithmétique des situations hiérarchiques  $S_i$ .

Il est aisé, avec la définition adoptée, de vérifier que  $H=0$  dans le cas du système égalitaire précédent, alors que  $H = 0,785$  dans le cas du système hiérarchique de la figure 6.

XI CONSEQUENCES DE LA DEFECTON D'UN ELEMENT D'UN SYSTEME (peut être omis en première lecture)

XI-1 Mise en situation du problème.

Une autre de nos préoccupations a été d'étudier l'évolution de la structure du graphe (ou labyrinthe associé) en présence de "bruit", c'est à dire de perturbations susceptibles d'affecter la topologie ou la distribution des "stimuli" (associés aux "champs de force" supposés orienter l'écoulement des influences à l'intérieur du système considéré). Cette évolution du système dépend de lois de réorganisation intrinsèques relatives à l'écoulement des influences à l'intérieur de celui-ci. Nous entendons par là les règles de modifications de la topologie et de redistribution des "stimuli" orienteurs à chaque "carrefour", ceci dans l'éventualité de couloirs qui se rompent, d'embranchements qui disparaissent, de portes qui s'ouvrent ou se ferment<sup>7</sup>, de petits efforts (ouvrir la porte) pouvant produire de grands effets sur la topologie et la distribution des flux d'écoulement des influences.

On peut également imaginer comme moteur d'évolution interne une "sorte de loi concurrentielle" interne entre des éléments qui tendent à éliminer d'autres éléments pour, par exemple, voir s'élever leur situation hiérarchique, en admettant que celle-ci leur soit transparente... Compte tenu de l'introduction, par exemple, de cette loi concurrentielle (souvent à l'oeuvre dans les systèmes sociaux), on peut là encore avoir des indications précieuses sur l'évolution possible du système.

XI-2 Loi de réorganisation supposée du système en présence de la défection d'un élément.

Un problème intéressant, déjà abordé par Y. Friedmann, est de voir comment évolue le fonctionnement du système lorsqu'un de ses éléments x disparaît ou devient défectueux, moyennant certaines hypothèses concernant les règles de réorganisation spontanée de ce système.

Revenons au système égalitaire précédent :

---

7. Cela nous amène au passage à rappeler que les systèmes biologiques sont polyvalents : relativement à un même organisme il y a pluralité de systèmes. On peut essentiellement distinguer, entre autres : a/ des systèmes mécaniques S1 (fonctionnement des membres par exemples) ; b/ des systèmes de contrôle qui viennent asservir (inhiber ou renforcer) certaines liaisons mécaniques (muscles par exemple), ce qui constitue dans la terminologie des labyrinthes le correspondant de l'ouverture ou de la fermeture de portes. Ces considérations nous autorisent alors à parler de deux labyrinthes superposés S1 et S2 avec des couloirs différents, le second labyrinthe ayant la propriété, dans un but de coordination, de modifier la topologie du premier S1, placé sous son contrôle...



## Conséquences de la défection d'un élément

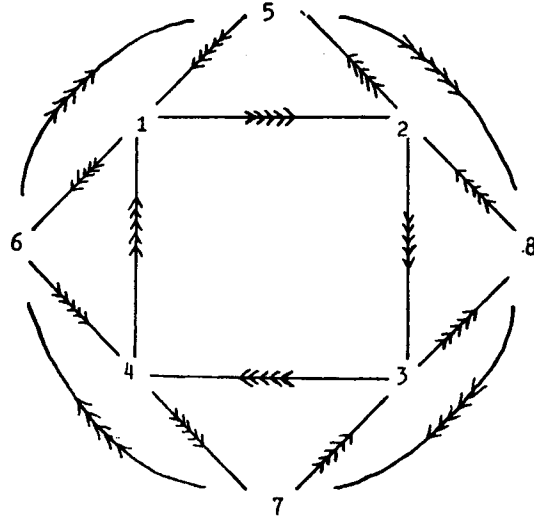
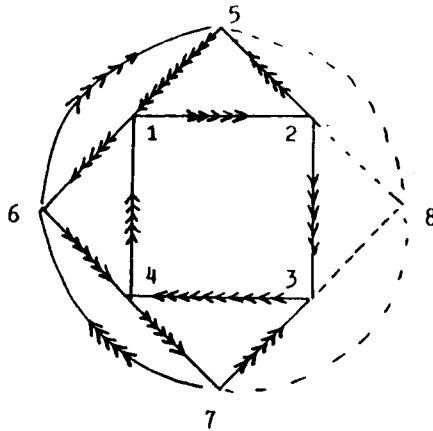


Fig 8

Nous remarquons que de l'élément n°8 partent en tout 10 chevrons et que les influences émanant de cet élément s'écoulent vers les autres dans la proportion de :

- 5/10 vers l'élément n°2 (car 5 chevrons de 8 vers 2),
- 5/10 vers l'élément n°7 (car 5 chevrons de 8 vers 7),

Envisageons la défection du n°8 :



les influences supprimées sont représentées en pointillés.

Fig 9

Nouvelles répartition des influences dans le système égalitaire de la figure 8 après la défection de l'élément n°8.

Cet élément n°8 n'existant plus, les influences 8→2 et 8→7 disparaissent. Quant aux influences 5→8 et 3→8 qui s'écoulaient vers 8, elles ont été détournées respectivement au profit de 1 d'une part et 4 d'autre part, où elles se trouvent renforcées en proportion des influences directes antérieures (10 chevrons sur 5→1 au lieu de 5 et 10 chevrons sur 3→4 au lieu de 5).

Le degré de hiérarchisation passe alors de zéro à 0,554. Après le départ de l'élément n°8 le système cesse donc d'être égalitaire et ce sont les éléments n°7 et 2 qui se retrouvent au sommet de la hiérarchie, c'est-à-dire qui deviennent les plus influents.

## Conséquences de la défection d'un élément

Si l'on suppose que tous les membres d'un système social sont intéressés à l'obtention d'une place plus haute dans la hiérarchie, ceux qui bénéficieront de la défection de Monsieur x seront ses "adversaires" et ils essayeront de le chasser de la société en question. Ceux qui seraient victimes de ce départ seront au contraire ses "alliés", tout ceci en admettant qu'ils soient conscients de leur intérêt véritable.

Il est possible de construire un tableau des alliances avant la défection d'un élément, en envisageant la défection successive d'un des 8 éléments de départ :

TABLEAU DES ALLIANCES

n° de l'élément défectueux x	"adversaires" de x	"alliés" de x
1	2,4,5,6	3,7,8
2	1,3,5,8	4,6,8
3	2,4,7,8	1,5,6
4	1,3,6,7	2,5,8
5	1,2,6,8	3,4,7
6	1,4,5,7	2,3,8
7	3,4,6,8	1,2,5
8	2,3,5,7	1,4,6

Ce tableau montre que tout élément du système total possède au départ 3 "alliés" et 4 "adversaires". Cette société égalitaire de 8 éléments est donc stable et équilibrée même si chacun des éléments tend, autant qu'il le peut, à accroître l'influence qu'il exerce sur les autres et à réduire les influences qu'il en reçoit ; il en sera empêché par l'équilibrage des forces en présence qui tendront à maintenir le statut-quo. Il est donc impossible à priori de dire dans quelle direction le système est susceptible d'évoluer.

Remarque: bien entendu les réseaux de propagation des influences que nous donnons, ainsi que tous les calculs (sur la hiérarchie et autres) qui en découlent proviennent de relevés faits par un observateur extérieur au système considéré. Il s'agit de la vision objective supposée de quelqu'un pour qui le système offre une transparence totale, vision qui peut sembler difficile à un élément appartenant au groupe, surtout si sa situation hiérarchique ne lui permet pas d'avoir accès aux renseignements indispensables et de dominer cognitivement l'ensemble. En fait tout élément intérieur au système n'aura souvent accès qu'à une transparence locale, c'est-à-dire n'aura une vision claire de la façon dont se propagent les influences que relativement à son voisinage. Même vis-à-vis de celui-ci il peut se fourvoyer et, pour des raisons qui ne regardent que lui (aveuglement, vanité, optimisme), il peut par exemple considérer comme négligeables des influences réelles qu'il reçoit des voisins...

Ainsi la vision qu'il aura de la hiérarchie pourra être faussée et il pourra être amené à considérer comme des "adversaires" des gens qui en fait n'en sont pas et, inversement, ne pas savoir reconnaître des "alliés", ce qui va à l'encontre de son intérêt propre.

On peut admettre grosso-modo que la transparence est généralement plus grande pour des gens situés en haut de la hiérarchie sociale. Il s'ensuit une vision plus claire et plus objective de leur intérêt, ce qui leur permet de manoeuvrer plus efficacement et les aide à maintenir leur situation hiérarchique, qui risque par ailleurs d'être d'autant plus menacée qu'elle est plus élevée, ce qui finalement va plutôt dans le sens du statut-quo...

## Conséquences de la défection d'un élément

Si un événement imprévisible provoque le départ du n°8 le nouveau système n'est plus égalitaire. Nous allons envisager successivement la défaillance des 7 éléments restants, afin d'être en mesure de construire un nouveau tableau des alliances.

TABLEAU DES ALLIANCES

n° de l'élément défectueux	"adversaires" de x	"alliés" de x
1	2,5,6	3,4,7
2	1,3,4,5	6,7
3	4,7	1,2,5,6
4	1,7	2,3,5,6
5	1,2,6	3,4,7
6	1,5,7,4	2,3
7	3,4,6,5	1,2

Ce tableau montre que les éléments n°2, 6 et 7 sont les plus "menacés" car ce sont eux qui possèdent maintenant le plus d'adversaires et le moins d'alliés.

Le nouveau système amputé, sous l'effet du hasard ("bruit"), de l'élément n°8 par exemple, non seulement n'est plus égalitaire, mais de surcroît cesse d'être stable. On est donc sorti de l'indifférenciation de départ.

Il est alors possible de conjecturer de son évolution immédiate (éviction probable de 2 ou 6 ou 7) et même plus lointaine en réitérant le processus. Cette situation s'oppose à la situation initiale, avant la disparition du n°8, où l'évolution du système était totalement imprévisible. Le hasard (l'acte de naissance) qui a éliminé le n°8 a donc non seulement décidé plus ou moins de la nouvelle structure, mais en même temps a infléchi son évolution future, de façon irréversible. Il faut bien préciser que ce hasard générateur n'a fait que se mettre au service d'une nécessité qui lui préexistait, cette nécessité n'était autre que la loi intrinsèque de réorganisation spontanée du système, quand un de ses éléments devenait défaillant ; autre loi de réorganisation, autre nécessité..

Remarque: Le système social dont il est question ci-dessus est supposé ne pas posséder d'institution qui protège sa structure. Ainsi chaque individu cherche à accaparer l'attention de ses voisins, à les influencer sans se laisser influencer lui-même. Mais tout le monde en fait autant... Il peut s'agir d'une assemblée avec un protocole imposant des règles de voisinage strictes qui font que la communication n'est possible qu'avec certains gens. Si quelqu'un doit partir, les gens qui l'influençaient redoubleront leurs influences sur leurs voisins restants. Le système est supposé parfaitement transparent pour tous, c'est-à-dire que chacun est conscient des influences exercées et des influences reçues. Par conséquent, chacun sait quelles personnes doivent partir pour que son bilan d'influences d'accroisse, c'est-à-dire que sa situation hiérarchique s'améliore. Il est supposé œuvrer en conséquence...

## Décomposition d'un système en sous-systèmes

### XII MISE EN PLACE D'UN ALGORITHME STRUCTURANT UN SYSTEME A DIFFERENTS NIVEAUX, PERMETTANT AINSI D'EN REDUIRE LA DESCRIPTION (DECOMPOSITION EN SOUS-SYSTEMES)

Nous avons construit un algorithme qui permet de décomposer un système initial d'éléments en interaction en sous-systèmes eux-mêmes assemblés (intriqués) selon des règles propres visant à réduire la description. Ce même algorithme peut servir à fractionner chaque sous-système en sous-systèmes eux-mêmes plus petits, etc

Nous savons que les systèmes vivants (et ils sont loin d'être les seuls!) sont ordonnés à différents niveaux. Nous voulons dire par là que les composants des systèmes envisagés sont des systèmes unitaires eux-mêmes. La nature vivante se révèle ainsi comme étant ordonnée hiérarchiquement, des super-systèmes aux systèmes, puis aux sous-systèmes, à travers différents ordres de grandeur et divers niveaux stables, les états instables entre ces niveaux ne subsistant pas. Les organismes s'édifient par une série d'intégrations selon une architecture en étapes. Des éléments similaires viennent s'associer en un ensemble intermédiaire. Plusieurs de ces ensembles s'associent alors pour constituer un ensemble de niveau supérieur et ainsi de suite... Les règles du code d'association peuvent évidemment varier à chaque niveau. Chaque sous-système domine donc ses subordonnés dans son domaine propre, en restreignant leur degré de liberté, conformément au rôle qu'il joue dans le système total ; exactement comme ses propres degrés de liberté ont été limités par la structure du système supérieur dont il est partie intégrante... C'est de cette articulation des structures subordonnées les unes aux autres que naît la complexité du monde qui nous entoure, de moins tel que la science contemporaine le comprend...

La distinction entre l'interne et l'externe conditionne la notion d'objet. Sans cette distinction toute description du monde et de ses phénomènes, en un mot toute science devient impossible. En dehors des cas simples où l'on peut considérer des objets naturellement individualisés à partir de la singularité spatiale que constitue leur surface, la définition des frontières peut se révéler délicate. A priori de nombreuses solutions sont possibles; et le critère de choix ne semble pas échapper à un certain arbitraire. Le meilleur guide devient dans ce cas la commodité, c'est-à-dire en définitive la simplification maximale de la description des phénomènes.

Considérons l'ensemble ci-dessous de 17 éléments en interaction.

Ces éléments interconnectés peuvent être de nature tout à fait générale, par exemple :

- les individus d'un corps ou système social qui interagissent ou échangent plus ou moins intensément entre eux,
- les éléments d'un système physique ou chimique (monovalent<sup>8</sup>) plus ou moins dépendants,
- plus généralement des atomes, des grains de connaissance plus ou moins intriqués entre eux,
- etc.

---

8. Le propre d'un système monovalent est de ne présenter le caractère de système qu'en fonction d'un type unique de dynamique, on ne considère par exemple que ses caractéristiques mécaniques, laissant de côté les propriétés chimiques, etc.

## Décomposition d'un système en sous-systèmes

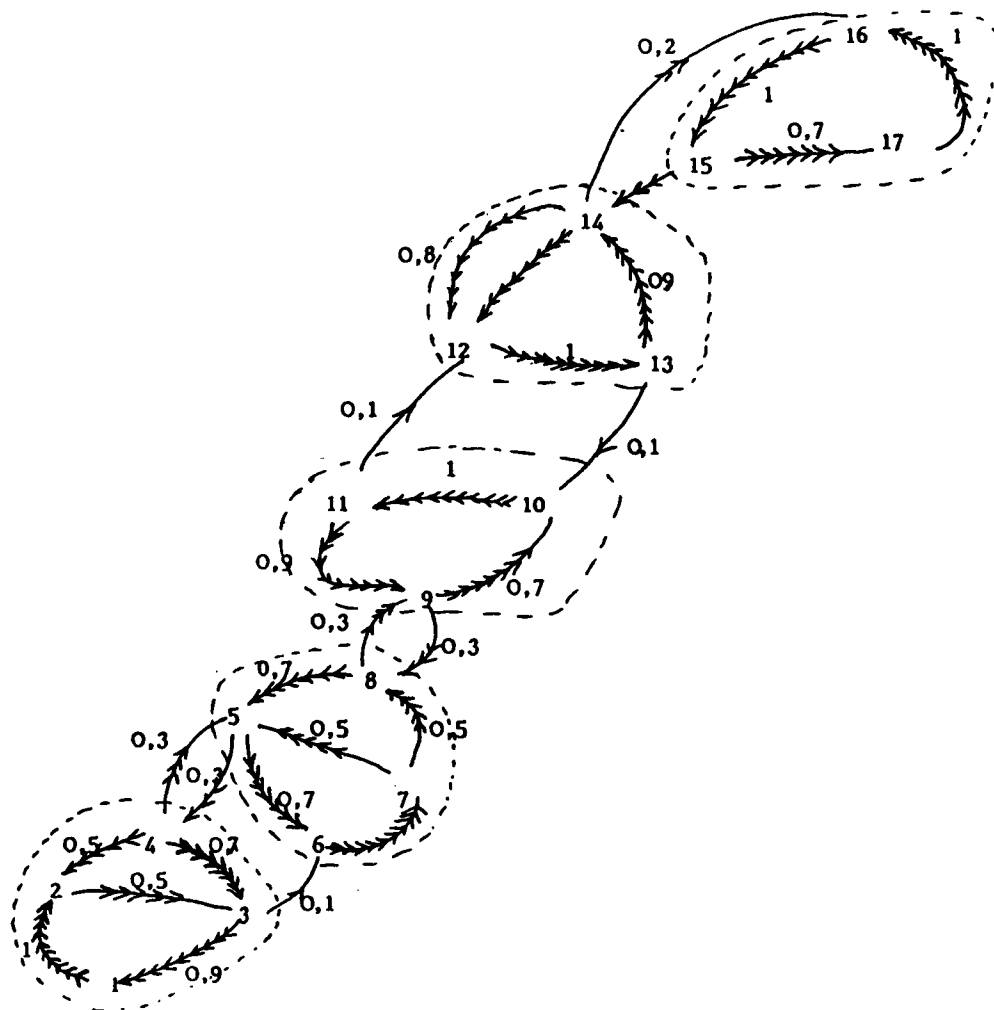


Fig 10

### UN EXEMPLE DE SYSTEME D'ELEMENTS EN INTERACTION.

Une ligne fléchée de l'élément A vers l'élément B indique une influence (ou intrication) directe de A vers B. Le nombre de chevrons qui figurent sur une flèche du graphe est en gros proportionnel à l'intensité ou la force de cette influence (ou intrication).

Par influence de A vers B, nous voulons signifier que toute variation du comportement de A (ou d'une grandeur caractéristique de A) amène à une variation du comportement de B.

Notre algorithme permet d'opérer initialement une partition d'un tel système en sous-systèmes (de taille maximale fixée), eux-mêmes assemblés selon des règles propres, visant ainsi à réduire la description. Le même algorithme peut servir à regrouper certains sous-systèmes obtenus en éléments plus gros et interagissant entre eux selon de nouvelles lois, etc.

Ceci s'apparente par certains côtés à l'une des activités principales de notre esprit qui consiste à choisir des universaux à chaque instant et de déplacer notre choix d'un niveau à l'autre selon la conjoncture.

En somme il s'agit, partant d'une masse plus ou moins énorme et complexe de données interconnectées de l'environnement, d'opérer une décomposition de niveau en niveau en particules plus ou moins élémentaires, interconnectées entre elles selon des règles d'assemblage propres à chacun des niveaux obtenus. Il

## Décomposition d'un système en sous-systèmes

devient possible ainsi de réduire la complexité en laissant d'emblée de côté des myriades de détails, sans rapport avec la préoccupation du moment.

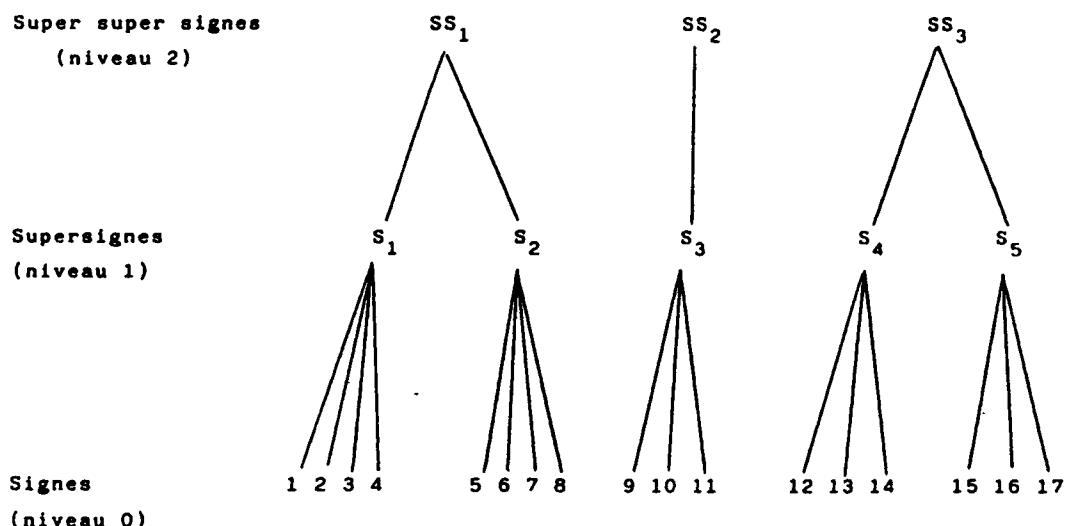


Fig 11

Organisation aux trois niveaux de nucléation considérés : des signes, supersignes et super-supersignes, mis en évidence par notre algorithme à partir du système de la figure 10.

Si l'on refuse ainsi d'entrer dans l'analyse détaillée du système de la figure 10, considéré trop complexe (relativement aux préoccupations du moment) on est tenté de le décomposer en sous-systèmes appréhensibles en tant que "tout".

Notre algorithme, après le premier regroupement opéré au niveau 1 fait apparaître 5 classes ou sous-systèmes :

- le premier  $S_1$  (classe 1) contient les 4 éléments 1, 2, 3, et 4 ;
- le deuxième  $S_2$  (classe 2) contient les éléments 5, 6, 7 et 8 ;
- le troisième  $S_3$  (classe 3) contient les éléments 9, 10, et 11 ;
- le quatrième  $S_4$  (classe 4) contient les éléments 12, 13, et 14 ;
- le cinquième  $S_5$  (classe 5) contient les éléments 15, 16 et 17

Après le second regroupement opéré au niveau 2 on se retrouve avec trois super supersignes résultant respectivement de l'agglomération des supersignes  $S_1$  et  $S_2$  d'une part, puis de l'agglomération des supersignes  $S_4$  et  $S_5$  d'autre part ; le supersigne  $S_3$  reste lui inchangé.

Les niveaux d'investigation et de compréhension successifs que nous allons explorer ne font que représenter l'ensemble des régularités de structure sur lesquelles vont porter l'attention de l'observateur lorsqu'il explore les différents ordres de grandeur du phénomène

La manière dont échantillent les différents conglomerats au niveau 1 est illustrée dans la figure ci-après :

## Décomposition d'un système en sous-systèmes

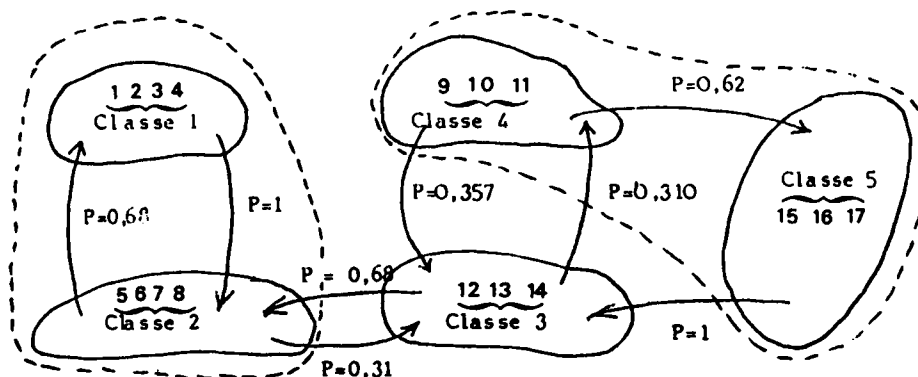


Fig 12

Schéma montrant les lois (ou plutôt les probabilités) d'interaction directes entre les 5 classes (ou supersignes) apparus au premier niveau de nucléation du système de la figure 5. Les frontières en trait plein correspondent au découpage initial (niveau 1). Celles en traits discontinus correspondent au niveau 2. (la loi de dégradation est supposée en  $1/n^{1,5}$ , le critère de discrimination  $k$  ou seuil différentiel interclasses est égal à 30, la taille des nucléons ne devant pas dépasser 4 éléments).

Les hypothèses qui président à ces regroupements aux différents niveaux sont les suivantes :

- quatre éléments au plus par classe (supersigne),

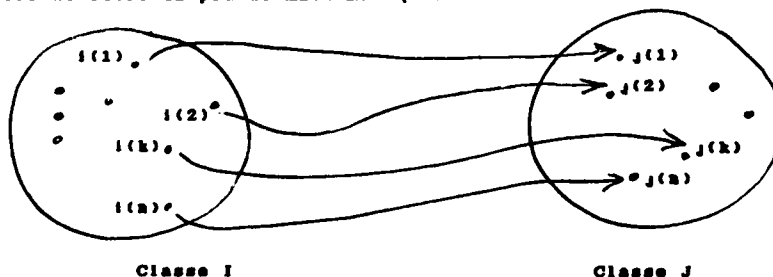
- loi de dégradation des influences en  $1/n^a$ , où  $n$  désigne le nombre d'intermédiaires nécessaire à l'acheminement des influences et  $a$  un coefficient d'atténuation ajustable (égal à 1,5 dans l'exemple traité ici),

- exigence d'échanges plus ou moins intensifs et supérieurs à la moyenne générale à l'intérieur d'une classe (cette exigence est réglée par un coefficient de discrimination  $k$  jouant le rôle de seuil différentiel interclasses).

Deux éléments  $i$  et  $j$  peuvent appartenir à la même classe si  $((I_{ij} + I_{ji})/m) > kv$ , où  $I_{ij}$  désigne l'influence moyenne exercée de  $i$  vers  $j$ ,  $m$  la moyenne générale des  $I_{ij}$  et  $v$  leur variance.

Il est bien entendu possible de faire varier ces hypothèses (ou d'en imaginer d'autres) afin d'en vérifier les effets sur les découpages aux différents niveaux. On peut alors se poser la question de savoir si les "objets" qui apparaissent ainsi à chaque découpage sont reconnaissables ou interprétables dans nos catégories mentales habituelles.

Pour comprendre le fonctionnement de l'algorithme produisant ces nucléations il est nécessaire de faire un peu de mathématiques :



## Décomposition d'un système en sous-systèmes

Si I et J désignent deux classes quelconques au premier niveau, nous supposons que l'échange direct interclasses s'effectue par le canal d'éléments  $i(k)$  de I qui sont susceptibles d'influencer directement des éléments  $j(k)$  de J.

Supposons que chacune des  $n$  liaisons possibles du type  $i(k) \rightarrow j(k)$  produise une influence élémentaire  $E_k$  de I vers J avec :

$$E_k = IR.(Ii(k)j(k)).IE ,$$

où  $Ii(k)j(k)$  désigne bien sûr l'influence moyenne exercée de  $i(k)$  vers  $j(k)$  (elle pourrait d'ailleurs être remplacé aussi par la probabilité de transition  $Pi(k)j(k)$ ).

$IR$  = influence reçue par  $i(k)$  dans sa classe d'origine I

$$= \sum_u I u i(k) \quad (\text{somme sur tous les éléments } u \text{ de I, excepté } i(k))$$

$IE$  = influence émise par  $j(k)$  dans sa classe J

$$= \sum_v I j(k) v \quad (\text{somme sur tous les éléments } v \text{ de J, excepté } j(k))$$

L'influence globale (totale) directe exercée par la classe I vers la classe J est alors la somme des influences élémentaires :

$$\sum_{k=1}^n E_k .$$

Nous prendrons pour probabilité d'interaction (de type markovien) interclasse un nombre  $PIJ$  proportionnel à cette dernière somme, avec bien entendu la contrainte supplémentaire :

$$\sum_J PIJ = 1 \text{ pour tout } I .$$

### CONCLUSION

Ces considérations montrent la généralité de ce travail qui met particulièrement l'accent sur le concept de mobilité contrainte. Cette étude qui constitue un prolongement de la théorie des graphes en récupère tout le champ d'applications... Cette image d'un monde, plus ou moins évolutif, maillé sous ses aspects les plus divers, avec la prise en compte de tendances statistiques liées à des transparences globales ou locales, permet d'éclairer d'un jour nouveau des phénomènes aussi disparates que :

- 1/ le flux piétonnier (ou automobile) dans une ville ou dans un immeuble, avec la possibilité de doser le degré de privatisation ou de fréquentation d'un lieu,
- 2/ la fonction socio-esthétique du musée,
- 3/ les phénomènes sociaux,
- 4/ l'autostructuration ou le déchiffrement d'un système,
- 5/ les processus créatifs et inductifs à l'intérieur des contraintes de la logique,
- 6/ la didactique, etc.



## ANNEXE MATHÉMATIQUE

Les graphes associés aux réseaux d'intrication ont reçu dans cet article un traitement markovien. Par ce biais sont pris en compte à la fois les problèmes de stratégie et de topologie.

Rappelons la formule (1). Nous désignons donc par force moyenne d'intrication  $F_{i,j}(d)$  (ou encore par intensité moyenne d'influence  $I_{i,j}(d)$ ) de  $i$  vers  $j$ , la moyenne des intrications (ou influences) partielles  $\pi_{i,j}(n)$ , où  $n$  désigne la longueur d'un des chemins possibles de  $i$  vers  $j$ . Cette moyenne est pondérée par la probabilité d'occurrence  $p_{i,j}(n)$  d'un chemin de longueur  $n$  partant de  $i$  et rejoignant  $j$  pour la première fois :

$$F_{i,j}(d) = I_{i,j}(d) = \sum_{n=1 \text{ à } d} p_{i,j}(n) \cdot \pi_{i,j}(n),$$

où  $\Sigma$  désigne la sommation pour  $n$  allant de 1 à  $d$  ( $d$  = nombre maximum de chaînons intermédiaires).

L'intrication ou l'influence élémentaire  $\pi_{i,j}(n)$  de  $i$  vers  $j$  pouvant se dégrader (s'atténuer) en fonction de la longueur  $n$  de ce chemin (semi-transitivité de l'intrication) nous avons adopté une loi en  $1/n^\alpha$ , où  $\alpha$  désigne un coefficient d'autant plus grand que cette dégradation est rapide.

Finalement :

$$F_{i,j}(d) = I_{i,j}(d) = \sum_{n=1 \text{ à } d} p_{i,j}(n) \cdot (1/n^\alpha) \quad (1).$$

Si  $F_{i,j}(d)$  est une valeur proche de celle obtenue pour  $d = \infty$  on écrira simplement  $F_{i,j}$  ou  $I_{i,j}$  (c'est pratiquement le cas pour  $d=10$  dans l'exemple de la figure 3 quand  $\alpha = 0,25$ ).

Cas particulier:  $\alpha = -1$

$F_{i,j}(d)$  représente la "distance" moyenne d'intrication notée  $\mu_{i,j}(d)$ .

Si  $d=\infty$  alors  $\mu_{i,j}(\infty)$  noté simplement  $\mu_{i,j}$ , représente le "temps moyen" ou plutôt le nombre moyen de chaînons pour arriver pour la première fois en  $j$  partant de  $i$ .

$$\mu_{i,j} = \sum_n p_{i,j}(n) \cdot n \quad (1')$$

Dans cette formule (1) la force d'intrication  $F_{i,j}(d)$  de  $A_i$  vers  $A_j$  est d'autant plus grande que l'élément ou le culturème  $A_i$  est suivi plus fréquemment de l'élément ou du culturème  $A_j$ , s'associe (de manière directe ou indirecte) plus souvent à lui, et cette fréquence d'association augmente avec le nombre de chemins qui relient plus ou moins directement  $A_i$  à  $A_j$ . Ce nombre croît lui-même avec la longueur  $d$  maximum possible de ces derniers, c'est-à-dire avec la distance  $d$  de cohérence envisagée. Par ailleurs la "fluidité" ou force d'intrication entre  $A_i$  et  $A_j$  doit décroître en raison inverse de la longueur  $n$  de chacun de ces chemins qui relient plus ou moins directement  $A_i$  et  $A_j$ , d'où la loi en  $1/n^\alpha$ .

Cette "fluidité", cette facilité à faire découler  $A_j$  de  $A_i$ , de les associer, représente, si l'on accepte de faire des analogies hydrauliques ou électriques, une sorte de "conductance", de "facilité d'écoulement" entre  $A_i$  et  $A_j$ , le paramètre  $F_{i,j}(d)$  étant d'autant plus grand qu'il y a de capillaires (de chemins) qui relient plus ou moins directement  $A_i$  à  $A_j$ .

## Annexe mathématique

Cette conductance globale est en fait la somme de "conductances partielles" (chacune d'elles est exprimée par l'expression  $p_{ij}(n)/n^d$  due aux différents capillaires, c'est-à-dire aux différentes voies qui relient  $A_i$  à  $A_j$ , ces "conductances partielles" étant d'autant plus grandes que leur longueur  $n$  (nombre de chaînons intermédiaires) est petite et leur fréquence d'occurrence  $p_{ij}(n)$  forte.)

Noter que cette dernière agissant numériquement de manière opposée à la longueur  $n$  (l'une est au numérateur, l'autre est au dénominateur), dans la formule donnant  $F_{ij}(d)$ , le handicap d'un chemin long (capillaire long) peut être compensé par un "débit", une fréquence d'occurrence forte (un long tuyau peut conduire correctement le fluide si sa section est forte).

Le problème essentiel est de passer des  $\mu_{ij}$  ( $i \neq j$ ) de la figure 2 aux  $p_{ij}(1)$ , notés encore plus simplement  $p_{ij}$  (probabilités markoviennes), de la figure 3. On peut écrire :

$$\mu_{ij} = p_{ij} + \sum_{n=2 \text{ à } \infty} n p_{ij}(n) = p_{ij} + \sum_{n=2 \text{ à } \infty} n \left( \sum_{k \neq j} p_{ik} p_{kj}(n-1) \right)$$

$$= p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} \sum_{n=2 \text{ à } \infty} (n-1+1) p_{kj}(n-1)$$

$$\mu_{ij} = p_{ij} + \sum_{k \neq j} p_{ik} \left( \sum_{n=2 \text{ à } \infty} (n-1) p_{kj}(n-1) + \sum_{n=2 \text{ à } \infty} p_{kj}(n-1) \right)$$

Les éléments  $k$  et  $j$  appartenant à la même classe récurrente (système supposé ergodique), on a :

$$\sum_{n=2 \text{ à } \infty} p_{kj}(n-1) = 1,$$

d'où :

$$\mu_{ij} = \sum_{k \neq j} p_{ik} (\mu_{ki} + 1) + p_{ij} = \sum_{k \neq j} p_{ik} \mu_{kj} + 1$$

$$= \sum_k p_{ik} \mu_{kj} - p_{ij} \mu_{jj} + 1.$$

Sous forme matricielle cette expression s'écrit :

$$U = P(U - U_{dg}) + E \quad (2),$$

où  $E$  est une matrice de 1 et  $U_{dg}$  est une matrice avec la même diagonale que  $U$  et des zéros ailleurs.

Si le déterminant de  $U - U_{dg}$  est non nul, de l'équation (2) on tire :

$$P = (U - E)(U - U_{dg})^{-1} \quad (3)$$

Cette formule matricielle simple permet de passer des  $\mu_{ij}$  aux  $p_{ij}$ .

Appelons  $\alpha_{ij}$  les éléments de la matrice  $(U - U_{dg})^{-1}$  de la relation (3). Ils sont tous calculables car la matrice  $(U - U_{dg})$  ne comporte que des éléments  $\mu_{ij}$  non diagonaux ( $i \neq j$ ). Le facteur  $(U - E)$  nécessite la connaissance de tous les  $\mu_{ij}$ , y compris celle des termes diagonaux  $\mu_{ii}$  absents de la figure 2.

D'après la relation (3) les éléments  $p_{ij}$  de la matrice  $P$  sont liés aux éléments  $\mu_{ij}$  de  $U$  et aux éléments  $\alpha_{ij}$  de  $(U - U_{dg})^{-1}$  par des relations du type :

## Annexe mathématique

$$p_{i,j} = \sum_{k=1 \text{ à } m} (\mu_{ik} - 1) \alpha_{k,j}$$

Sommons sur j (m représente le nombre total d'éléments) :

$$1 = \sum_{j=1 \text{ à } m} p_{i,j} = \sum_{j=1 \text{ à } m} \left( \sum_{k=1 \text{ à } m} (\mu_{ik} - 1) \alpha_{k,j} \right) = \sum_{k=1 \text{ à } m} \sum_{j=1 \text{ à } m} (\mu_{ik} - 1) \alpha_{k,j}$$

Puisque les sommes  $\sum \alpha_{k,j}$  sont aisément calculables, de cette dernière relation, quel que soit i, on peut tirer l'élément diagonal  $\mu_{ii}$  inconnu en fonction des éléments non diagonaux  $\mu_{ij}$  ( $i \neq j$ ) qui, rappelons-le sont généralement les seuls à être connus (fig 2) :

$$\mu_{ii} = \frac{- \sum_{j=1 \text{ à } m} \sum_{k=1 \text{ à } m} (\mu_{ik} - 1) \alpha_{k,j} + 1}{\sum_{j=1 \text{ à } m} \alpha_{i,j}} \quad (4)$$

Nous avons dit que l'élaboration de cette matrice U des "distances" moyennes d'intrication ressenties  $\mu_{ij}$  ( $i \neq j$ ) provient d'observations répétées (conscientes ou inconscientes) qui permettent d'estimer, de rendre compte du caractère plus ou moins direct des enchaînements observés.

Nous verrons plus loin que la matrice U des "distances" moyennes d'intrication ressenties peut aussi être construite à partir d'observations concrètes prélevées sur un échantillon représentatif de gens pouvant présenter simultanément un ou plusieurs caractères pris dans un éventail de n caractères intéressants (du type précédent ou autre).

Dans le cas général les probabilités markoviennes  $p_{ij}$  peuvent être déduites d'un certain nombre d'informations que l'on acquiert peu à peu sur le système d'éléments en interaction. Il est souvent possible d'accéder à des paramètres comme  $N_{i,j,k,l,\dots}$  qui représentent :

1/ soit le nombre d'individus présentant simultanément les caractères indicés i, j, k, l, ... pris dans un ordre quelconque et ceci à l'exclusion de tout autre (cas de la figure 3),

2/ soit dans le cas d'un système le nombre de fois où l'état A concernant l'un des éléments (i par exemple) du système se propage de façon observable vers les autres éléments : j, k, l, ... Cet enchaînement se faisant en général avec un décalage temporel repérable, l'ordre séquentiel i, j, k, l, peut parfois être connu et constitue alors une information précieuse.

Plutôt que  $N_{i,j,k,l,\dots}$  on utilisera alors la notation  $n_{i,j,k,l,\dots}$  pour signifier que i est l'élément de départ.

Notons ainsi  $n_{i,j}$  le nombre de personnes qui, possédant le caractère i (condition nécessaire), possèdent en même temps (par voie de conséquence en quelque sorte) le caractère j, à l'exclusion de tout autre<sup>9</sup>

---

9. Il est certainement plus aisé de déterminer des paramètres comme  $n_{i,j}$ , où  $n_{i,j}$  désigne le nombre de personnes qui, nantis du caractère i possèdent en même temps le caractère j, sans exclure pour autant la présence d'un ou plusieurs autres caractères, associés ceux-là à la présence de chaînes indirectes entre i et j. On peut alors

## Annexe mathématique

Remarquons que si les  $n_{i,j}$  étaient connus pour tout  $i$  et tout  $j$  ( $n_{i,i}$  = nombre de fois où le caractère  $i$  existe non accompagné d'un autre caractère) l'accèsion aux probabilités markoviennes  $p_{i,j}$  de la figure 3 serait aisée, car celles-ci pourraient être interprétées comme des fréquences conditionnelles :

$$p_{i,j} = f(j \text{ si } i) = n_{i,j}/n_{i.} \quad (5),$$

$$\text{avec } n_{i.} = \sum_j n_{i,j} \quad (6) \text{ et } \sum_j p_{i,j} = 1 \quad (7).$$

On disposerait avec (5), (6), (7) en effet d'un système de  $m^2 + m + m$  équations avec  $m^2$  inconnues  $p_{i,j}$  et  $m$  inconnues  $n_{i.}$ , ce qui conduirait à une surdétermination.

Faute de connaître suffisamment de  $n_{i,j}$ , s'il se trouvait que quelques  $n_{i,j,k}$  (nombre de fois où le caractère  $i$ , s'il existe, est accompagné des caractères  $j$  et  $k$ ) étaient accessibles, l'accès à tous les  $p_{i,j}$  ne serait pas forcément impossible. En effet on pourrait alors d'abord estimer certains  $p_{i,j}(2)$  en utilisant les formule suivantes :

$$p_{i,j}(2) + p_{i,k}(2) = \sum_k n_{i,j,k}/n_{i..} \quad (8),$$

$$\text{avec } n_{i..} = \sum_{j,k} n_{i,j,k} \quad (9).$$

$$\text{On aurait alors comme il se doit : } \sum_j p_{i,j}(2) = 1 \quad (10).$$

Si  $P_n$  désigne la matrice stochastique des  $p_{i,j}(n)$  et  $P_{n+1}$  celle des  $p_{i,j}(n+1)$ , on a la relation matricielle :

$$P_{n+1} = P_n P_1 \quad (11),$$

où  $P_1$  désigne la matrice des  $p_{i,j}(1) = p_{i,j}$ .

Cette relation (11) relie en particulier les  $p_{i,j}(2)$  avec les  $p_{i,j}$  cherchés.

Par exemple :  $p_{12}(2) = p_{11}p_{12} + p_{12}p_{22} + p_{13}p_{32} + \dots$ , etc.

Supposons ainsi, pour fixer les idées, des influences circulant d'un élément  $i$  vers des éléments  $j$  et  $k$  :

$$n_{154} = 10 \text{ et } n_{235} = 20 \text{ (caractère 1 accompagné de 5 et de 4, 2 accompagné de 3 et 5).}$$

On peut alors écrire :

$$p_{15}(2) + p_{14}(2) = n_{154}/n_{1..} = 10/n_{1..}, \text{ et } p_{23}(2) + p_{25}(2) = n_{235}/n_{2..} = 20/n_{2..}$$

$$\text{avec ici } n_{1..} = n_{154} \text{ et } n_{2..} = n_{235}$$

$$\text{Mais } p_{15}(2) = p_{11}p_{15} + p_{12}p_{25} + p_{13}p_{35} + p_{14}p_{45} + p_{15}p_{55},$$

$$\text{et } p_{14}(2) = p_{11}p_{14} + p_{12}p_{24} + p_{13}p_{34} + p_{14}p_{44} + p_{15}p_{54}, \text{ etc.}$$

considérer que la force d'intrication  $F_{i,j}(d)$  devient une quantité croissante de  $n_{i,j}$ ; or dans certains cas (figure 3 par exemple pour  $\alpha = 0,25$  et  $d=10$ )  $\mu_{i,j}/\mu_{\max}$  tend vers  $1 - F_{i,j}(d)$ , d'où une voie de solution pour accéder aux  $\mu_{i,j}$  et par là aux  $p_{i,j}$ ...

## Annexe mathématique

Finalement on se retrouve dans ce cas particulier avec deux équations supplémentaires sans avoir augmenté le nombre d'inconnues.

On discerne donc la possibilité, dans certains cas, d'accéder aux  $p_{ij}$  en résolvant au coup par coup un certain nombre d'équations.

En réalité, généralement, on ne peut espérer accéder expérimentalement qu'au tableau symétrique des  $N_{ij}$  au lieu des  $n_{ij}$ , on écrit alors :  $N_{ij} = N_{ji} = n_{ij} + n_{ji}$  (12). Nous aboutissons alors à une indétermination qu'on peut espérer lever en recourant à des équations supplémentaires du type (10) et (11)... Mais cela oblige à procéder encore au coup par coup et les calculs ne sont pas toujours simples...

### Remarque :

On peut aussi, toujours à partir de données numériques du type précédent, essayer d'en déduire une estimation des "distances" moyennes d'intrication  $\mu_{ij}$ . Pour cela on peut commencer par donner une estimation des  $p_{ij}(n)$  à partir de la connaissance des  $n_{ij}, n_{ji} \dots$ . On utilise alors, faute de mieux, les formules :

$$p_{ij}(1) = p_{ij} = n_{ij}/n_{i..}$$

$$p_{ij}(2) = \sum_k n_{ikj}/n_{i..}$$

$$p_{ij}(3) = \sum_{k,l} n_{iklj}/n_{i..}$$

etc.

La formule (1') donne une première estimation des  $\mu_{ij}$ . Il s'agit bien d'une estimation car le nombre de termes utilisé dans la formule (1') ne peut être que limité. En utilisant la formule (3) on en déduit une première estimation des  $p_{ij}$ . En faisant usage de la formule (2) on peut alors calculer les valeurs  $\mu_{ij}$  associés à ces valeurs provisoires de  $p_{ij}$ . Par un jeu d'approximations successives on peut alors arriver à déterminer des valeurs convenables de  $p_{ij}$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- ARISTOTE           Oeuvres, textes et trad. coll. Université de France, Paris, 1926
- ATLAN (H)           Entre le cristal et la fumée, Seuil, Paris, 1979.
- BACHELARD (G)     Le nouvel esprit scientifique, PUF Paris, 1934 , 1983 (dernière édition).
- Id.                   Essai sur la connaissance approchée, VRIN, 1973.
- BERENZI (J.P)     L'analyse des données, Dunod, Paris, 1984.
- BERGE (C)           Théorie des graphes et ses applications, Dunod, Paris, 1979.
- BERTALANFFY(L)    Théorie générale des systèmes, Dunod, 1973.
- BLANCHE (R)        L'induction scientifique et les lois naturelles, PUF, Paris 1975.

## Bibliographie

- BONSACK (F) **Aspects épistémologiques des notions de corrélation et de causalité** in P. Delattre et M. Thellier dir., *Elaboration et justification des modèles. Application en biologie.* Maloine, Paris, 1979.
- BORD (J) et LAMBERT (J.C) **Labyrinthes et dédales**, Presses de la connaissance, Weber, Paris, 1976.
- BOUDOT (M) **Logique inductive et probabilité**, Armand Colin, Paris, 1972.
- BORILLO (M) **Informatique pour les sciences de l'homme. Limites de la formalisation du raisonnement**, Bruxelles, édit. P.Mardaga, 1984.
- CASSIRER (E) **La philosophie des formes symboliques**, Ed de Minuit, 1972.
- CHANGEUX (J.P) **L'homme neuronal**, Fayard, Paris, 1983.
- CLUET(I) **Projet et plan d'un musée comme labyrinthe**, travaux à l'I.P.S.C de Strasbourg, 1974.
- CULLMANN (G) **Initiation aux chaînes de Markov. Méthodes et applications**, Masson, 1975.
- DREYFUS(H.L.) **Intelligence artificielle. Mythes et limites**, Flammarion, 1984.
- DELATTRE (P) **Système, structure, fonction, évolution, essai d'analyse épistémologique.** Maloine, Paris, 1971, 1984.
- DUPUY (J.P) **Ordre et désordres**, Seuil, Paris, 1962.
- EUGENE (J) **Aspects de la théorie des systèmes. Une recherche des universaux**, Malouine, 1981.
- FAURE (A) **Perception et reconnaissance des formes**, Editest, Paris, 1985.
- FOUCAULT (M) **Les mots et les choses**, Gallimard, Paris, 1966.
- FRIEDRICH (P) **Die stadt als labyrinth**, travaux à l'I.P.S.C de Strasbourg, 1977.
- FRIEDMANN (Y) **Utopies réalisables**, Union générale d'éditions, collection n°18, Paris, 1975.
- HADAMARD (J) **Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique**, Gauthier-Villars, Paris, 1959.
- HOFSTADTER (D) **Gödel Escher Bach. Les brins d'une guirlande éternelle.** Interéditions, Paris, 1985.
- JACOB (F) **La logique du vivant**, Gallimard, Paris, 1970
- KERN (T) **Monographie sur le labyrinthe**, Milan, 1981, Labyrinthes Press Ferlag, München, 1982.
- KOESTLER (A) **The Act of Creation**, New-York, Dell, 1966.
- KUHN (T) **La structure des révolutions scientifiques**, Flammarion, Paris, 1970.

## Bibliographie

- KUNTZMANN (J) **Théorie des réseaux**, Dunod, 1972.
- LEFEVRE (C) **Flux touristiques et labyrinthes urbains. Approche à l'ordinateur d'une esthétique de l'espace**, Thèse de troisième cycle soutenue le 17.12.83 à l'I.P.S.C de Strasbourg.
- Id. **Même titre Bulletin de l'Idate**, juillet 1985, n°20.
- Id. **Le labyrinthe et le "Jeu de la Colombe"**, communication faite en juillet 1984 à Lugano, Séminaire organisé autour du jeu de la Colombe.
- Id. **Le musée-labyrinthe**, Communication faite à Dijon le 3 octobre 1985 devant l'association Muséologie Nouvelle et Expérimentale Sociale.
- Id. **Labyrinthe, art et communication**, Communication faite au colloque "Art et communication" à la Sorbonne le 15 octobre 1985.
- Id. **L'image au service du concept en sciences sociales. Un exemple d'application : le concept de labyrinthe**, Communication au colloque "Le visible et l'intelligible" à Bourges le 26 avril 1986.
- Id. **Labyrinthe et communication**, Architecture et comportement, Vol.4, n° 3, p. 277-293, Ecole polytechnique de Lausanne, 1989.
- Id **Le labyrinthe, système de mobilité contrainte. Application à l'urbanisme, la didactique et l'esthétique"**, Thèse d'Etat en lettres et sciences humaines, déposée en septembre 88 et soutenue en décembre 89 à l'Université Pasteur à Strasbourg
- Id **Le labyrinthe, système de mobilité contrainte**, Bulletin n°14 édité par l'Association Internationale de Micropsychologie, Strasbourg, France.(octobre 90)
- Id **Les labyrinthes de la pensée**, Communication faite le 4 avril 1991 au Colloque "Université et Université" à Orléans et publié dans les actes de ce Colloque.
- Id. **Le labyrinthe comme champ autodidactique**, Humanisme et Entreprise, 1992
- MOLES LEFEVRE **Le paysage urbain source de connaissance. Peut-on transformer la culture mosaïque en programmant le champ autodidactique dans la cité ?**, Barcelone, 1990.
- MOLES-LEFEVRE **Urban landscape as source of knowledge**, Bulletin de l'association Internationale de Micropsychologie.
- LESOURNE (J) **La notion de système dans les sciences contemporaines**, Aix en Provence, ed. de la Librairie de l'Université.
- LEWIN (K) **Une théorie du champ dans les sciences de l'homme**, trad. par Kaufmann, Vrin, Paris, 1968.
- MARTEL (A) **Techniques et applications de la recherche opérationnelle**, Gaëtan Morin, 1979.

## Bibliographie

- MOLES (A) **La création scientifique**, Genève, Kister, 1957.
- Id. **L'affiche dans la société urbaine**, Dunod, Paris, 1969.
- Id. **Théorie de l'information et perception esthétique**, Paris, Denoël, 1972 (2<sup>ème</sup> édition).
- Id. **Labyrinthes du vécu**, Librairie des Méridiens, Paris, 1982.
- Id. **Théorie structurale de la communication et société**, Masson, 1986.
- Id. **Les sciences de l'imprécis**, Moles, 1990.
- MOLES (A)  
ROHMER (E) **Micropsychologie**, Denoël, Coll. "Médiations", Paris, 1976.
- NEUMANN **The general and logical theory of automata**, JEFFRESS A., (von J) **Cerebral Mechanisms in Behavior**, Hixon symposium, New York, John Wiley & Son, 1951. repris par W. Buckley.
- Id. **Computer and the brain**, New Haven / Londres, Yales University Press, 1979.
- NEWELL (A)  
SIMON (H) **GPS, a program that stimulates human thought**, in Feigenbaum E., Feldman J. (eds.), New York, Mac Graw Hill, 1963.
- Id. **Human Problem Solving**, Englewood Cliffs (N.J), Prentice Hall International, 1972.
- NICOLESCU (B) **La science, le sens et l'évolution**. Ed Du Felin. Paris, 1988.
- PAILHOUS (J) **Elaboration d'images spatiales et de règles de déplacement : une étude sur l'espace humain**, Le Travail Humain, tome 34, n°2, 1971, p 299-324.
- PIAGET (J) **Logique et connaissance scientifique**, Gallimard, Encycl. de la Pléiade, Paris 1968.
- PIAGET (J)  
GARCIA (R) **Psychogenèse et histoire des sciences**, Flammarion, Paris, 1983.
- PITRAT (J) **Intérêt de considérer plusieurs niveaux métalinguistiques en intelligence artificielle**, Congrès de l'AFRIRO, Nancy, 25-5-67.
- PRICE (W.L.) **Introduction aux graphes et aux réseaux**, Masson, Paris, 1974.
- SIMON (H.A.) **The architecture of complexity**, Proceeding of the American Society, 1962.
- Id. **Models of discovery**, Boston (Mass), D. Reidel, 1977.
- Id. **Cognitive science : the newest science of the artificial**, Cognitive Science, 1980.
- Id. **L'unité des arts et des sciences : la psychologie de la pensée et de la découverte**, trad. de l'anglais, **The limits of the Arts et the Sciences : The psychology of Thought and Discovery**, par J.L. Le Moigne, Paris, AFCET/Interfaces, 1984.



## Bibliographie

- SANTARCANGELLI Le livre des labyrinthes, Gallmard, Paris, 1974.  
(P)
- STEINER (G) Après Babel, Albin Michel, Paris, 1978.
- THOM (R) Modèles mathématique de la morphogenèse, C. Bourgois éd., Paris 1980.
- TOLMAN (E.C) Purposive Behavior in Animals an Man Université of California Press, 1951.
- TOULOUSE (G)  
BOOK (J) Revue française de sociologie, XIX, 1978.
- ULMO (J) La pensée scientifique moderne, Flammarion, Paris, 1969.
- WALLISER (B) Systèmes et modèles, Seuil, Paris, 1977