

SÉMINAIRE DE PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

JEAN PETITOT

Mathématiques et ontologie

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1986, fascicule 3
« Modélisation et schématisation en théorie des catastrophes », , p. 1-19

http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1986__3_A1_0

© École normale supérieure – IREM Paris Nord – École centrale des arts et manufactures,
1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Séminaire de philosophie et mathématiques » implique
l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute
utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale.
Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MATHEMATIQUES ET ONTOLOGIE

Jean PETITOT - EHESS - Paris

I. INTRODUCTION.

Ces réflexions ont toutes pour origine des travaux physico-mathématiques hautement techniques se rapportant à trois aspects importants des sciences contemporaines.

(i) Le premier aspect concerne la possibilité de développer des modèles *mathématiques* des phénomènes critiques et des phénomènes d'auto-organisation spontanée de la matière : théorie des singularités et des bifurcations des systèmes dynamiques non linéaires, applications aux transitions de phases (groupe de renormalisation), aux caustiques en optique (d'abord géométrique puis ondulatoire), aux structures dissipatives, etc., théorie des défauts des phases mésomorphes, théorie du chaos déterministe et attracteurs étranges, applications à la turbulence, etc. . Il s'agit là d'un mouvement d'idée en pleine expansion (ce que l'on appelle la révolution de la physique non linéaire) qui joue actuellement un rôle analogue à celui qu'ont pu jouer avant-guerre la relativité générale ou la mécanique quantique.

(ii) Ces avancées mathématiques décisives ont d'ores et déjà permis de commencer à comprendre - à partir des formalismes mêmes de la physique fondamentale - comment des *structures* pouvaient *émerger* des substrats. Au-delà de son intérêt proprement physico-chimique et thermodynamique un tel progrès apporte un début de réponse à l'un des plus anciens problèmes de la philosophie des sciences, celui créé par la *scission* post-galiléenne entre, d'un côté l'objectivité physique mathématiquement déterminée et, d'un autre côté, la structuration qualitative du monde en états de choses perceptibles et linguistiquement descriptibles. Il n'est pas besoin je pense d'insister devant une telle assemblée sur l'importance de ce conflit entre physique et forme logico-linguistique du monde, entre objectivisme (Planck, Einstein, etc.) et phénoménisme (Mach, Husserl, Wittgenstein, etc.). Il domine toute l'épistémologie moderne.

(iii) La possibilité de définir et de mathématiser un nouveau niveau de réalité - que j'appellerai le *niveau morphologique-structural* - qui soit intermédiaire entre objectivité physique et manifestation phénoménologique a permis à René Thom d'accéder à une conception *réaliste* des universaux du complexe perception-langage. Ce faisant, à travers les mathématiques du morphologique, les sciences explicatives de la nature ont pu établir leur jonction avec les disciplines *structurales* (en particulier perceptives et sémio-linguistiques). Les conséquences en sont clairement immenses.



C'est en réfléchissant au nouveau contexte épistémologique ainsi créé que j'ai été conduit à soutenir certaines thèses relevant proprement de la philosophie des sciences. Formulées de façon très concise, les étapes en ont été les suivantes.

(i) D'abord, il était clair que les doctrines néopositivistes^{ist} et logicistes étaient tout à fait inadaptées. En effet ce sont des épistémologies en quelque sorte *résiduelles* qui ne sont valables que pour des sciences comme la physique ayant depuis longtemps dépassé – en les internalisant – les problèmes critiques posés par leur possibilité et leur fondation rationnelle.

(ii) D'où la nécessité d'en revenir, par une réévaluation décidée de Kant, à la doctrine critique de la constitution transcendantale des objectivités, à l'Esthétique et à l'Analytique.

(iii) Mais dans la mesure où il s'agissait de constituer une objectivité non strictement physique, une objectivité en quelque sorte *alternative*, l'objectivité morphologique-structurale, il fallait non seulement actualiser mais également *pluraliser* la Logique kantienne. D'où la nécessité d'en revenir au programme de la phénoménologie constitutive, considérée (selon l'affirmation de Husserl) comme une Critique *généralisée*.

(iv) Mais, contrairement à ce qui a été le cas chez Husserl, il fallait que cette généralisation ne conduise pas à une méconnaissance du devenir historique des sciences effectives. Il fallait au contraire qu'elle en soit à la fois la légitimation rationnelle et l'horizon transcendantal. D'où l'hypothèse d'une *dialectique historique immanente aux formalismes constitutifs de l'objectivité*. Sur ce point, la géniale philosophie mathématique d'Albert Lautman m'a été d'un secours inappréciable.

2. REPERES POSITIVISTES.

Pour mieux cadrer non plus le contexte mais le contenu philosophique de mon propos, permettez-moi de prendre quelques points de repère.

2.1. La crise de l'intuition et de la vérité.

L'image traditionnelle de la science est entrée en crise, dit-on, avec la découverte du caractère *conventionnel* des axiomes mathématiques et des principes des théories physiques. Le discrédit jeté sur l'intuition a conduit à relativiser l'absolu de la vérité et à retraduire progressivement les problèmes de la théorie de la connaissance en termes logico-linguistiques et/ou pragmatiques.

2.2. La liquidation du synthétique a priori.

On en a tiré la conclusion que la question kantienne du synthétique a priori était devenu irrémédiablement obsolète et qu'il fallait donc la liquider (thèse carnapienne-tarskienne de la réduction de l'ontologie à des considérations techniques de sémantique formelle). On a réinterprété (i) l'Analytique des principes (la physique pure comme "axiomatique" fondamentale d'une nature en général) et (ii) les maximes du jugement physique(1) qui les spécialisent (conformément au principe transcendantal de la réflexion qu'est le principe de "la finalité de la nature en sa diversité" (Kant)), on les a réinterprétées comme des *méthodes pour traduire* les faits empiriques dans le langage de la théorie et leur conférer ainsi un sens scientifique. Autrement dit, on a réinterprété l'*a priori* - ce que j'appellerai la *différence ontologique entre phénomène et objet* - d'une façon *formaliste et conventionnelle* en lui déniait tout contenu *ontologique* et en le réduisant à des prescriptions pour l'organisation *discursive* de l'expérience. L'*objet* au sens transcendantal est ainsi devenu le simple opérateur de traductibilité des faits empiriques et/ou des données numériques dans un langage formel, langage auquel on a appliqué la corrélation syntaxe/sémantique propre à la théorie logique des modèles (2)

Les catégories, les principes et les lois (i.e. le synthétique *a priori*) se sont trouvés grammaticalisés et développés par des énoncés formels dont les symboles de variables et de constantes étaient à interpréter sémantiquement dans les états de choses empiriques (réduction du concept transcendantal de vérité à une théorie purement dénotative). Il a donc fallu postuler - puisque la science n'était supposée être qu'une construction linguistique conventionnelle constitutivement rattachée à l'expérience (principe d'empirisme) - que tous les énoncés cognitivement significatifs pouvaient être systématiquement réductibles soit à des énoncés protocolaires à contenu immédiatement empiriques (phénoménisme) soit à des énoncés à contenu strictement physique (physicalisme). Et pour satisfaire à ce critère vérificationniste il a fallu postuler - contre toute évidence - que les concepts mathématiques étaient réductibles aux concepts logiques. Ce faisant on a occulté la différence ontologique entre phénomène et objet (c'est-à-dire entre perception et aperception). On a remplacé le problème de la Déduction kantienne : "à quelles conditions une catégorie possède-t-elle une valeur objective ?" par le problème de la signification : "à quelles conditions un énoncé possède-t-il une valeur cognitive?". On a dénié le fait qu'en analysant les concepts descriptifs opératoires on aboutit à des universaux, à des essences rationnelles, à des nécessités éidétiques et non pas à des data

(1) Il s'agit de principes comme ceux d'inertie, de relativité, de moindre action, de continuité, de symétrie, de conservation, d'invariance, etc.

(2) Pour une introduction à la théorie logique des modèles, cf. par exemple Petitot [1979].

d'observation. Du coup, le critère de démarcation science/métaphysique qui, chez Kant, était fourni par le schématisme, s'est trouvé remplacé par celui d'une réductibilité systématique de la théorie à l'expérience. Du coup, l'analyse logique de la forme linguistique du monde s'est trouvée "séparée comme à la hache" (Lautman) de la détermination mathématique objective du réel physique. Quels qu'aient été les rectificatifs physicalistes apportés par Carnap ou par Quine au phénoménisme initial de l'empirisme logique, ce réalisme sémantique et cette ontologie des faits (au sens du *Tractatus* wittgensteinien) n'ont réussi à atteindre que des essences grammaticales. A cause d'une dramatique mésinterprétation du statut réel de la physique mathématique ils ont abouti à une destitution de tout réalisme ontologique au profit d'un conventionalisme linguistique.

2.3. Le néo-positivisme comme régression précritique.

Une fois liquidé le plus grand acquis de la philosophie des sciences (i.e. la "révolution copernicienne"), on en est revenu - mais en légitimant cette régression par la sophistication des outils logiques utilisés - à un dogmatisme *précritique*. D'où d'ailleurs le rejet violent de l'empirisme logique par la plupart des grands physiciens théoriciens : Planck, Einstein, Heisenberg, Dirac, etc; (Pascual Jordan faisant exception). Une fois l'ontologie renvoyée à la métaphysique, on en est revenu à la simple dualité entre la forme logico-discursive de la connaissance et la matérialité contingente du donné empirique. La logique *transcendantale* (où ce sont les mathématiques qui fonctionnent comme *organon*) a refait place à une logique *formelle* (où ce sont des règles grammaticales qui fonctionnent comme *organon*). Tout cela n'a paru légitime que parce que, de la mise en crise de l'intuition comme *mode de connaissance*, on a conclu à la nullité de l'Esthétique transcendantale, donc à celle du Schématisme, donc à celle des instances permettant précisément aux catégories, aux principes et aux lois de dépasser leur formellité logique pour acquérir un contenu transcendantal métaempirique.

2.4. Le phénoménisme nominaliste et le conventionalisme axiomatique

Dans le néopositivisme et l'empirisme, la dénégation de la différence ontologique phénomène/objet, le rejet de toute essence objective (de tout sens noématique) comme métaphysique, reposent, permettez-moi d'y insister, sur deux thèses.

a. Le phénoménisme nominaliste. Chez Mach, Schlick, Carnap (même si, sous l'influence de Neurath, Carnap s'est orienté plus tard vers un physicalisme), il s'agissait d'éliminer toute référence à des idéalités métaempiriques transcendant les données expérimentales.

b. Le conventionalisme axiomatique. L'analyse logique des concepts théoriques conduit à des concepts primitifs indéfinissables. L'idée est alors, par analogie avec ce qui se passe en mathématiques pures, de définir ceux-ci *implicitement*, de façon univoque et exacte, par un système d'axiomes. Mais dans la mesure où le *choix* des axiomes est *logiquement* conventionnel, cela débouche sur un conventionalisme des catégories elles-mêmes, donc *de l'ontologie*.

Cette subreption concluant d'un conventionalisme *logique* à un conventionalisme *transcendantal* est caractéristique du *formalisme* de l'empirisme logique. Les concepts du langage théorique formalisé sont *formels*, ceux du langage d'observation associé sont définis par la vérification d'événements conformément à des règles d'usage, et la vérité empirique factuelle des énoncés formels est donc obtenue par une interprétation (au sens, sémantique, de la théorie logique des modèles). Autrement dit, la science se borne dans cette perspective à enregistrer les données expérimentales d'une réalité phénoménale et à les formuler dans un langage théorique, le concept ontologique d'objectivité étant considéré comme métaphysique.

2.5. Historicisme et valeur objective

Dans l'épistémologie post-positiviste, le conventionalisme transcendantal a dégénéré en scepticisme (Kuhn, Lakatos, Feyerabend, Laudan, etc.). Pour conjurer cette dérive et garantir l'évidente valeur objective des sciences, on peut alors, par exemple, en accord avec Ludovico Geymonat, penser la science comme pratique technologique, comme processus de production d'ontogénèses (Bachelard), comme construction progressive d'un "patrimoine techno-scientifique" régulé par l'idée régulatrice *d'unification*. On développera alors un "historicisme scientifique", autrement dit une conception *historique* (voire même historico-sociale) dans le cadre d'une "dialectique de la valeur historique et de la valeur objective"⁽¹⁾. Mais l'on rencontre là une alternative. Cette conception historique doit-elle concerner les conséquences techniques des sciences ou bien leurs a priori éidético-constitutifs ? S'agit-il d'une historicité empirique ou d'une historicité transcendantale ? Je reviendrai tout à l'heure à propos d'Albert Lautman sur ce problème que je considère comme crucial.

3. CRITIQUE DU POSITIVISME ET DEFENSE DE L'IDEALISME TRANSCENDANTAL

Avant que d'en venir au thème central de mon exposé, qui concerne le schématisme transcendantal, permettez-moi au préalable d'esquisser quelques éléments d'une critique de cette

(1) Geymonat [1985] p. 128.

épistémologie néo-positiviste qui, comme l'a rappelé judicieusement Jean Largeault, "confond analyse verbale et problèmes physiques", qui développe une "épistémologie sans sciences", qui identifie "explication et déduction", qui "ne connaît que l'expérience" et pour qui "plonger des connexions logiques dans la sociologie de la recherche devient la "solution finale" des problèmes de la méthodologie"⁽¹⁾.

3.1. L'idéalisme du "linguistic turn" de l'épistémologie

Le "linguistic turn" de l'épistémologie est en fait *un idéalisme du langage* qui, bien que substituant le langage au Cogito, présente tous les caractères (et toutes les limites) des idéalismes épistémiques. Ainsi que Vincent Descombes l'a remarqué dans sa *Grammaire d'objets en tous genres*⁽²⁾, il identifie les conditions de l'objectivité de l'expérience avec celles de la construction logique des référents du langage. Il remplace la constitution des objets relativement à l'unité d'une aperception par un consensus intersubjectif relatif aux règles d'un jeu de langage. Il postule que l'analyse des critères d'usage des expressions référentielles constituent un *présavoir* sur le contenu *objectif* des synthèses noétiques. Ainsi que l'affirme Jacques Poulain, il "substitue un savoir du langage au savoir des objets accessibles dans ce langage"⁽³⁾. Comme si la réalité du langage était métaobjective. Comme si le fait que le langage rende accessible la réalité impliquait qu'il la constitue en anticipant sur son être. Comme si la connaissance du langage comme objet *séparé* (séparé de la structuration qualitative, morphologique et perceptive du monde en états de choses, séparé également de l'objectivité physique) possédait la valeur d'une connaissance objective universelle. Comme si la conscience de sens pouvait être, comme dans l'ontologie formelle de la phénoménologie husserlienne, universellement constituante.

Contre cet idéalisme épistémique, il faut en revenir au *réalisme*. Mais comment le faire sans retomber naïvement dans une métaphysique de l'étant ? Comment résoudre *l'antinomie épistémologique* entre le phénomène *donné* et l'objet *construit*, entre l'empirisme et le rationalisme. Selon moi, il faut partir de la *différence ontologique* entre phénomène et objet qui est propre à toute ontologie régionale (au sens de Husserl) et poser :

(i) que l'objet est une essence objective définie par un système de catégories régionales possédant la valeur de prédicats ontologiques, qu'il est un sens noématique *corrélatif*, au sens de la corrélation noèse/noème, d'actes synthétiques "syntaxiquement" réglés ;

(1) Largeault [1982]

(2) Descombes [1983]

(3) Poulain [1985]

- (ii) que ce sens noématique posé comme étant anticipe bien sur le contenu empirique des disciplines régionales légalisées par sa juridiction rationnelle ;
- (iii) que sa valeur objective provient de sa possibilité d'être figuré - schématisé - dans les formes de l'intuition (les intuitions donatrices originaires) qui conditionnent la manifestation -l'apparaître - des phénomènes qu'il convertit en objets d'expérience.

Cela est légitime car, quels que soient ses raffinements logiques, la sémantique formelle qui s'est substituée à l'ontologie n'a fait en définitive que développer une *Analytique formelle*. Or ainsi qu'y a insisté Jean Cavailles, cela est "irréremdiablement insuffisant". Car le coeur de toute logique transcendantale (i.e. de toute logique de la pensée méthodiquement déterminante d'objets) n'est pas le rapport entre concepts et logique formelle mais *entre mathématiques pures et Esthétique transcendantale*. C'est l'Esthétique transcendantale qui permet à l'idéalisme épistémique de renouer avec le réalisme ontologique. Mais si tel est bien le cas, qu'en est-il alors de la liquidation du synthétique a priori que j'évoquais plus haut ?

3.2. Les thèses de Ferdinand Gonseth

Avant que d'en revenir à Kant pour répondre à cette question, permettez-moi, pour en préciser la signification, de m'arrêter un instant sur quelques thèses exposées par Ferdinand Gonseth dans son ouvrage, célèbre et pourtant méconnu, *Les Mathématiques et la Réalité*⁽¹⁾. Je les partage en effet pleinement pour leur plus grande part.

(i) La réalité n'est pas donnée mais construite. Pour la raison théorique, la perception des phénomènes est subordonnée à une aperception d'objet.

(ii) Le problème épistémologique central est celui des rapports entre mathématiques et réalité. "La décision sur ce seul point entraîne la décision partout" (cf. p. 32).

(iii) Il est faux que "l'adéquation langage-réalité se réduit à une question de pureté d'expression et de correction grammaticale" (cf. p. 37), i.e. à l'élaboration d'un métalangage épuré en langage formel. La connaissance *n'est pas* "une construction à la fois verbale, logique et essentielle de la réalité, à partir des moments et de ses qualités élémentaires ; et plus généralement à partir des données immédiates de l'intuition. Les racines de toute connaissance sont - il est vrai - dans l'intuitif ; mais il n'est pas possible *de déduire verbalement et rationnellement* toute la connaissance de quelques notions premières" (cf. p. 60).

(1) Gonseth [1936]. Les références aux pages seront faites dans le texte.

(iv) L'axiomatisation (en particulier hilbertienne) de la géométrie *n'est pas* une "logicismation" qui en anihile le contenu intuitif et synthétique. La théorie des modèles (et en particulier les fameux modèles euclidiens des géométries hyperboliques(1)) ne doit pas conduire à "faire tomber au rang de choses logiques" les "images géométriques" (p. 79). Car la géométrie reste "concrète" (Husserl dirait "matérielle") par rapport au logique. Et "si l'on projette les concepts géométriques sur le plan du logique, le sens qu'ils ont pris ou qu'ils pourront encore prendre dans la description des réalités dites objectives ne leur est plus *inhérent*". On a ainsi "voué à l'anéantissement" un "monde mental" (p.82). Nous verrons même que l'on s'interdit dès lors toute compréhension de l'*objectivité*.

(v) L'axiomatisation *n'est pas* une définition implicite (p.90). Elle n'est pas non plus conventionnelle. "L'abstrait ne peut pas revendiquer une existence autonome : ceci suffit pour écarter l'idée selon laquelle les axiomes représentent des conventions posées librement par l'esprit" (p.92).

(vi) L'armature logique des mathématiques n'exprime pas une *essence* logique. Le logique ne fait que *réguler* le contenu *synthétique* des mathématiques. C'est une instance juridique seconde. Les mathématiques ont *originellement* rapport au synthétique a priori et à l'expérience, et non pas au langage. À la vérité logique on doit opposer la vérité comme adéquation et comme conformité à la réalité objective.

(vii) C'est pourquoi il faut critiquer le point de vue formaliste-logiciste. L'authentique axiomatique est *intermédiaire* entre la pensée et le réel, l'abstrait et le concret. "Il n'y a pas d'axiome sans un concret où il fonde sa signification extérieure et un abstrait à la structure duquel il participe" (p.237). "L'axiomatique par *définition implicite* [omission doctrinale du concret d'où s'abstrait le système d'axiomes] manque complètement son but lorsqu'elle prétend se passer entièrement de significations antérieures et extérieures. Ce n'est qu'une imitation superficielle de l'axiomatique géométrique. C'est une méthode sans fondement" (p.240).

3.3. Le faux procès contre l'idéalisme critique.

Revenons-en à Kant. Le procès instruit contre la doctrine transcendantale est en fait un faux procès. Il repose sur deux erreurs majeures qu'il est nécessaire de dénoncer.

(a) Le phénoménisme nominaliste ayant servi de fondement à l'empirisme logique et à la première phénoménologie a amalgamé la différence ontologique phénomène/objet avec une différence rationnelle de type phénomène/noumène, comme si, parce que métaempirique,

l'objectivité constituait une réalité "en soi" derrière les phénomènes. Il est vrai que chez Kant l'objectivité est une structure *de sens* et qu'il existe un usage *transcendant* (métaphysique, dogmatique, dialectique) possible de ses catégories. Mais cette structure de sens (ce noème) est constitutivement rattaché à une Esthétique transcendantale par le schématisme. Il y a là un authentique critère de démarcation. Si l'Esthétique disparaît, il disparaît avec elle et il n'existe plus dès lors aucun moyen de distinguer l'usage constitutif et déterminant des catégories d'avec leur usage dialectique et réfléchissant. L'objectivité devient métaphysique et le projet fondationnel de la Critique se trouve ruiné. Mais une telle interprétation méconnaît gravement la signification du kantisme qui est de délimiter la connaissance possible pour un Dasein *fini* (dont l'entendement est spontané mais discursif et dont l'intuition n'est que receptrice). Chez Kant, l'objectivité n'est ni phénoménale, ni nouménale. Elle est *idéale*, d'une idéalité non logique qui est celle des intuitions pures.

(b) La seconde erreur qu'il faut dénoncer concerne l'amalgame entre, d'un côté, l'a-priorité des formes de l'intuition relativement à la manifestation phénoménale et, d'un autre côté, une quelconque *connaissance a priori* (comme si Kant traitait dans l'Esthétique d'un entendement intuitif!). Il est vrai que cet amalgame peut en partie se justifier par une lecture étroite et littérale de Kant. Mais en fait, dans l'Esthétique, il faut accorder la plus grande importance à la distinction entre l'exposition *métaphysique* et l'exposition *transcendantale*. La première expose les formes de l'intuition comme médium phénoménologique de la manifestation. Elle me paraît encore essentiellement valide. Mais elle doit être complétée par une exposition transcendantale dont la fonction, dans l'économie générale de la Critique, est de traiter de la *détermination mathématique* des intuitions pures, détermination fondant l'applicabilité des mathématiques à la physique.

Ce n'est pas le lieu ici de traiter de la conception kantienne des mathématiques. Elle est certes très insuffisante. Mais il est essentiel de rappeler néanmoins le fameux § 26 concluant la Déduction transcendantale et surtout sa célèbre note ayant servi de base à l'interprétation formaliste des néo-kantiens de l'École de Marbourg. Comme vous le savez, Kant explique dans ce passage (de façon il faut dire assez confuse) que les formes de l'intuition sont également des *intuitions formelles* possédant le statut d'*objet*, d'objet mathématiquement déterminé.

Ainsi que Luciano Boi l'a rappelé à la suite de Ferdinand Gonseth (1), il est essentiel de distinguer l'espace sensible (représentatif, psycho-cognitif, phénoménal), l'espace géométrique (idéauté mathématique) et l'espace physique (réalité objective). Or comme le disait Poincaré, l'espace géométrique n'est plus une forme de la sensibilité mais une forme de l'entendement. C'est un tel point de vue que Kant introduisait déjà avec les intuitions formelles. Celles-ci réalisent en quelque sorte les formes de l'entendement dans les intuitions pures. Cela permet d'achever la Déduction. Car, dans la mesure où les phénomènes sont évidemment a priori nécessairement conformes aux conditions de leur apparaître que sont les formes de l'intuition, ils sont également a priori nécessairement conformes aux structures mathématico-catégoriales qui objectivent celles-ci en intuitions formelles.

Kant croyait (comme tous les savants de son époque) qu'il n'existait *qu'une seule détermination mathématique possible de l'espace* (la géométrie euclidienne), autrement dit que la conversion des formes de l'intuition en intuitions formelles était *univoque*. Comme l'on sait, le développement extraordinaire du concept de géométrie au cours du 19^{ème} siècle a fait voler en éclats cette certitude. Il a fallu distinguer entre les divers espaces géométriques possibles et l'espace physique (nécessairement unique), autrement dit prendre en considération le fait que la conversion ci-dessus était désormais atteinte *d'équivocité*. Mais *faute d'une distinction suffisante entre exposition métaphysique et exposition transcendantale*, les positivistes en ont conclu (cf. par exemple Carnap ou Reichenbach) *à la non pertinence de l'Esthétique* et au caractère synthétique *a posteriori* de l'espace. D'où la liquidation du synthétique a priori et la réduction de l'a priori à une pure Analytique formelle, elle-même revue par une théorie de la référence.

Ce diagnostic positiviste est selon moi erroné et constitue une des erreurs les plus dramatiques de la pensée au cours de ce siècle. Les conséquences en ont été innombrables et considérables non seulement sur le plan épistémologique mais également sur le plan éthique, esthétique et politique dans la mesure où, par contraposition avec un positivisme dogmatique philosophiquement déserté, certains se sont trouvés légitimés à déchaîner les puissances négatives de la Raison contre l'humanisme libéral de l'Aufklärung (matérialisme dialectique, sociologie critique de l'École de Francfort, existentialismes et antihumanismes divers, philosophies du soupçon, freudo-marxisme, scepticisme post-positiviste, etc.). L'enjeu est d'une telle importance qu'il est nécessaire d'être ici très précis.

(1) Cf. Boi [1985].

La seule affirmation de Kant devenue irrémédiablement obsolète est qu'il existe une connaissance *intuitive* a priori de la géométrie de l'espace physique i.e. une connaissance intuitive a priori des axiomes convertissant les formes de l'intuition en intuitions formelles. Ces dernières sont intuitivement sous-déterminées et leur axiomatique est donc conventionnelle. Mais que l'espace physique soit synthétique a posteriori est de peu d'importance. Comme condition de la manifestation, l'espace-temps demeure synthétique a priori sans être pour autant univoquement déterminé comme intuition formelle, et c'est pourquoi l'espace physique n'est synthétique qu'a posteriori. Bref, comme je l'affirmais plus haut, on ne peut pas conclure d'un conventionalisme axiomatique à un conventionalisme transcendantal et à un scepticisme ontologique (d'ailleurs ainsi que Lautman et Cavailles y ont souvent insisté, une telle conclusion constitue une grave mésinterprétation de l'axiomatique hilbertienne). Au contraire. Toute l'histoire de la physique moderne est l'exemplification triomphale de la thèse kantienne que la détermination mathématique des formes de l'intuition est *objectivement constitutive* des phénomènes dont celles-ci conditionnent l'apparaître. De Gauss à Riemann, de Klein à Poincaré, de Cartan à Einstein, de Weyl aux théories de jauge non abéliennes, cette détermination s'est considérablement sophistiquée. Mais comment ne pas voir qu'en s'approfondissant ainsi par paliers successifs elle a conduit à résorber progressivement l'empirique dans l'a priori ? Il ne s'agit donc pas d'évacuer l'Esthétique transcendantale mais, au contraire, de *l'étendre et de la pluraliser*. Une telle extension et une telle diversification permettent alors, sur la base de la différence ontologique phénomène/objet, de reprendre la problématique centrale *du schématisme* et de repenser les rapports *entre mathématiques et réalité objective*.

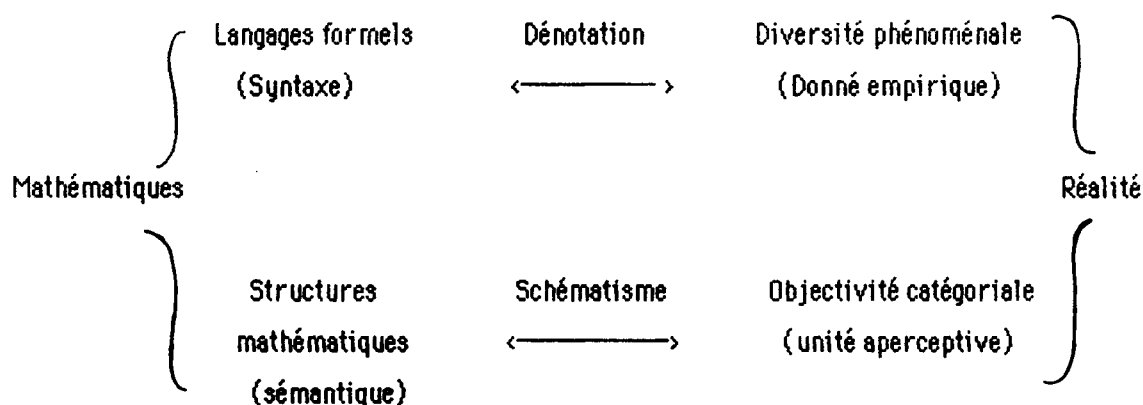
4. SCHEMATISME ET CONSTITUTION

4.1. Le schématisme généralisé comme construction médiate.

Il n'est pas vrai que le monde phénoménal soit en position de "sémantique" pour la "syntaxe" logique des énoncés scientifiques. Le monde n'est pas directement une dénotation, une référence pour les formalismes théoriques. On ne peut établir un parallèle entre le rapport mathématique/réalité et le rapport syntaxe/sémantique que l'on rencontre en théorie logique des modèles. En effet, alors que celui-ci est un jeu à deux, celui-là est un jeu *à quatre* entre, côté mathématiques, le rapport syntaxe/sémantique et, côté réalité, le rapport diversité



phénoménale/objectivité catégoriale. J'appelle alors *schématisme* la relation *interprétative* reliant des structures mathématiques spécifiques à l'unité aperceptive déterminant catégorialement l'essence objective d'une ontologie régionale.



Conçu de cette manière, le schématisme a pour fonction de concilier deux exigences : celle de la *conformité* des phénomènes d'une région ontologique à l'essence objective de cette dernière (ce que Husserl appelait la "conformité aux choses mêmes") et celle de la *générativité* des formalismes permettant aux théories de rejoindre la diversité phénoménale via la modélisation. Sans *générativité* on retombe dans les conceptions fixistes (noématiques) de l'a priori. Sans *conformité aux choses mêmes* on retombe au contraire dans les conceptions logicistes.

L'ayant fait ailleurs, je ne reviendrai pas sur la conception kantienne du schématisme et sur les rapports entre schématisme et *construction*(1). Je me bornerai à rappeler qu'étant donné la conception très étroite que Kant se faisait des mathématiques, il n'admettait comme constructibles que les concepts "contenant déjà en soi une intuition pure", c'est-à-dire les concepts "de l'espace et du temps". Il y a là une insuffisance fondamentale parfaitement mise en lumière par Jean Cavailles dans son ouvrage posthume *Sur la Logique et la Théorie de la Science*. En effet, le schématisme devrait être chez Kant mathématique, donc constructif, et prendre la forme générale d'un organon mathématique. Or dans l'idéal scientifique de Kant "la notion de démonstration (...) reste indéfinie entre le syllogisme et la construction mathématique"(2). Pourtant elle devrait être purement mathématique et procéder par

(1) Cf. Petitot [1984].

(2) Cavailles [1960].

construction de concepts. "Mais alors les concepts physiques [devraient] se représenter intégralement dans la mathématique, ce que Kant n'admet pas"⁽¹⁾. C'est pourquoi le rationalisme kantien est ambivalent et que, Cavailles y insiste, suivant que l'on met l'accent sur la notion de système démonstratif ou sur celui d'organon mathématique, on obtient deux types antagonistes de conception de l'épistémologie : la conception logiciste-formaliste et la conception mathématico-transcendantale.

C'est cette seconde conception que je privilégie :

(i) en inversant l'exposition transcendantale de l'Esthétique de façon à subordonner non plus, comme Kant, la géométrie aux intuitions pures mais, au contraire et en général, les intuitions donatrices originaires au développement conceptuel des mathématiques pures ;

(ii) en tenant compte du fait que les mathématiques modernes ont élaboré de nombreux concepts géométriques *structuraux* non pas directement mais *médiatement* constructibles ;

(iii) en donnant à cette élaboration une signification transcendantale, le développement conceptuel des mathématiques pures permettant de schématiser - au sens d'une construction médiate - une pluralité ouverte de catégories régionales.

4.2. La dialectique mathématique d'Albert Lautman.

Pour légitimer cette conception *constructive* du schématisme transcendantal, j'aurais besoin ici d'exposer la philosophie, inspirée s'il en fût, d'Albert Lautman. L'ayant fait ailleurs (2), je me bornerai à quelques très brefs rappels.

(a) Réinterprétation philosophique (en fait transcendantale) de la métamathématique hilbertienne, la thèse fondamentale de Lautman est qu'une intuition intellectuelle opère dans les mathématiques pures et que celles-ci réalisent dans le devenir *unitaire* de leurs théories une véritable *Dialectique historique*.

(b) Cette dialectique immanente n'existe que mathématiquement réalisée. Elle est constituée d'*Idées problématiques* dont la *compréhension* "se prolonge nécessairement en *genèse de théories mathématiques effectives*"⁽³⁾. Ce point est essentiel. Comme toutes les Idées dialectiques, les Idées lautmaniennes sont constituées de couples de contraires, le problème

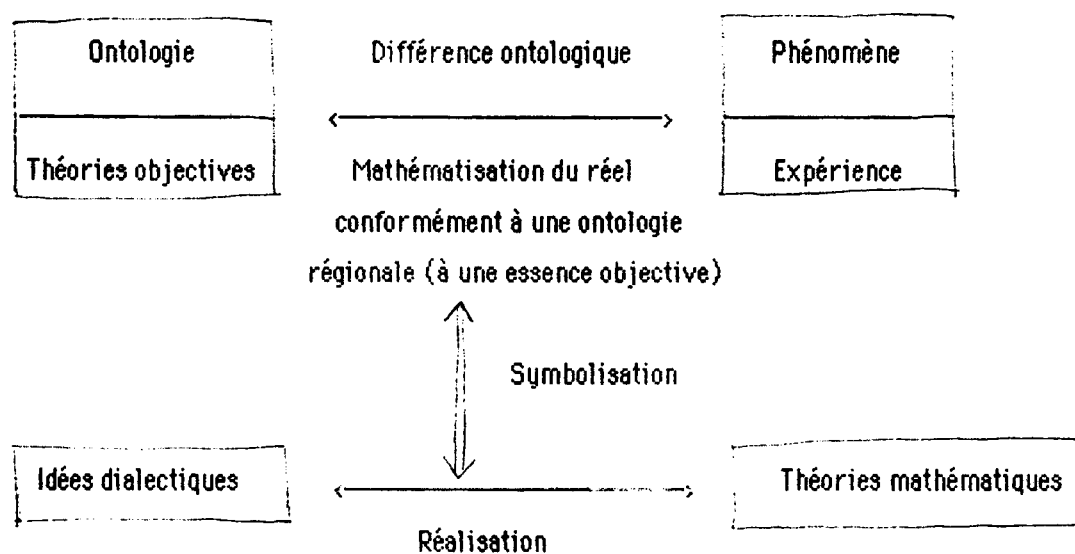
(1) Ibid.13.

(2) Petitot [1985] et [1986]. Cf. également Petitot [1982].

(3) Lautman [1935-1939], p.203 (je souligne).

corrélatif étant celui des *liaisons* à établir entre ces notions opposées. Or "la détermination de ces liaisons ne se fait qu'au sein des domaines où la dialectique s'incarne". C'est ce jeu d'expression entre *compréhension* et *genèse historique effective* que Lautman a génialement étudié dans de nombreux exemples très techniques (allant de la topologie algébrique à la théorie du corps de classes en passant par la théorie des groupes, la géométrie différentielle, ou la théorie des caractéristiques des équations aux dérivées partielles hyperboliques). Ce qu'il appelle "la venue des notions relatives au concret au sein d'une analyse de l'idée"⁽¹⁾ ou, plus concisément, "la genèse du Réel à partir de l'idée".

(c) L'interprétation lautmanienne est *transcendentale* : "cet engagement de l'abstrait dans la genèse du concret, c'est dans une interprétation "transcendentale" (...) qu'on peut le mieux en rendre compte"⁽²⁾. Mais cela ne signifie pas pour autant qu'elle s'identifie à une Dialectique transcendentale. Au contraire. Bien qu'elle soit une "antithétique fondamentale", la dialectique mathématique de Lautman est - en ce qui concerne le transcendantal c'est-à-dire le rapport à l'objectivité - au service d'une extension de l'*Esthétique* et de l'*Analytique* transcendentales. Lautman est parfaitement clair sur ce point. Partant de la différence ontologique entre être et étant (cf.2.2.) (à savoir de la thèse que la vérité de l'être est ontologique : l'existant qui se manifeste ne se révèle que conformément à une essence), et l'homologant à la différence entre théorie et expérience, il ajoute : "le processus de liaison de la théorie et de l'expérience symbolise la liaison des idées et des théories mathématiques"⁽³⁾.



(1) Ibid, p.205.

(2) Ibid, p.205

(3) Ibid, p.146 (je souligne)

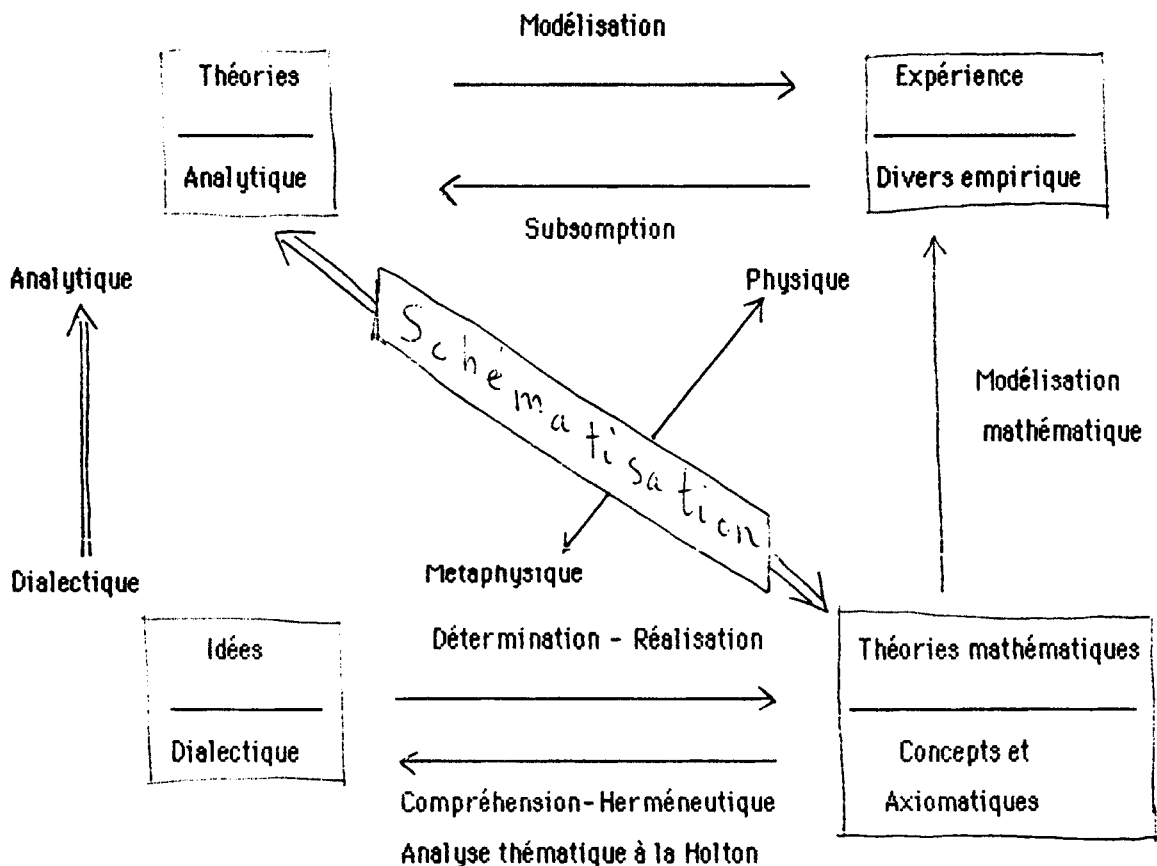
Or comme pour Lautman les concepts théoriques des théories objectives ont une signification *mathématique* (car user d'un concept théorique c'est parler un certain langage mathématique), on voit que dans cette *analogie*, les mathématiques interviennent en position de terme moyen et relie la Dialectique à l'expérience phénoménale.

(d) Autrement dit, les mathématiques sont chez Lautman non seulement l'outil privilégié de la *modélisation* mais également le principe d'une *herméneutique de l'objectivité*. C'est ainsi que chez lui, se trouve résolu le problème central de *l'unité du sens et de l'être* dans une doctrine transcendante où l'être s'identifie à la construction de l'objectivité. On peut donc affirmer que par leur *double* fonction qui est

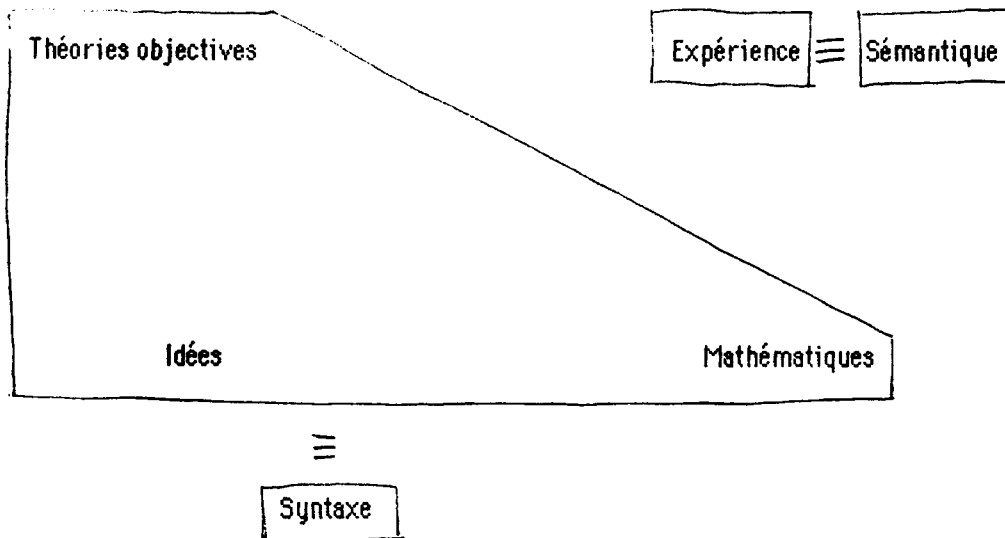
(i) de transformer le contenu sémantique des concepts théoriques en source de modèles pour les phénomènes (schématisation, cf. plus bas).

(ii) de réaliser une Dialectique du Concept,

(i) et (ii) étant reliés par une *symbolisation*, les mathématiques engendrent - dans leur devenir théorique autonome - des Esthétiques et des schématismes pour une pluralité impréjugeable d'ontologies régionales. Elles transforment progressivement une Dialectique idéale en une *histoire* concrète et plurielle d'Analytiques transcendantales. Dans leur rapport à la réalité, elles *historicisent* l'opération kantienne en une Critique généralisée qui représente une version scientifique de la phénoménologie constitutive.



(e) En réduisant les mathématiques à n'être que la syntaxe des langages dans lesquels s'expriment des énoncés vérifiables expérimentalement, en assimilant la compréhension et l'intelligibilité à une "croyance mystique", l'empirisme logique et le néo-positivisme rabattent ce schéma sur un simple dualisme syntaxe/sémantique :

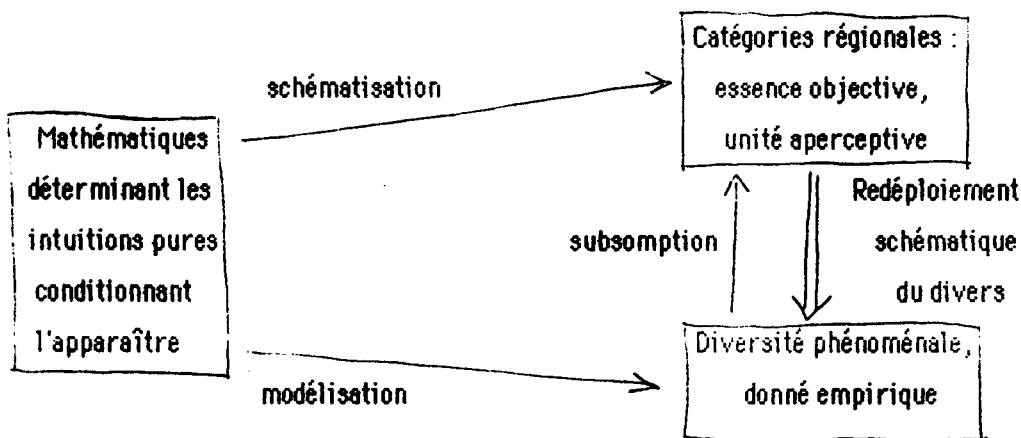


Ce faisant, ils rendent *incompréhensible* ce lien ombilical entre Mathématiques et Réalité que Lautman appelait lyriquement "le germe incréé qui contient en lui à la fois les éléments d'une déduction logique et d'une genèse ontologique du devenir sensible" (p.255).

4.3. Schématisation et modélisation.

Le contenu objectif des phénomènes d'une ontologie régionale est fourni par leur subsomption sous un système de catégories. Pour être conforme aux choses mêmes, leurs *modèles* doivent donc eux-mêmes être compatibles à ce système. C'est dire que la modélisation ne peut pas être "directe". Elle doit se "*factoriser*" à travers un système catégoriel. Mais, dans la mesure où les modèles doivent d'un autre côté être des modèles de la diversité *empirique* alors que la subsomption réduit cette diversité à *l'unité aperceptive* du concept, encore faut-il que les modèles *puissent redéployer une diversité implicite inhérente au sémantisme des catégories régionales*. Pour cela il faut la générativité. Comme seules les mathématiques offrent l'exemple d'une méthode générative permettant de transformer des significations en une diversité d'entités (idéales), il faut donc substituer au sémantisme des catégories régionales une construction mathématique explicite et spécifique. C'est le schématisation comme analogie et interprétation. Mais pour opérer une telle substitution, pour en contrôler *l'analogie*, il faut une idée directrice, une *métarègle*. Cette "règle d'or" critique est que l'apparaître des phénomènes est conditionné par des intuitions pures (donatrices originaires : esthétique transcendantale), que ces intuitions sont mathématiquement déterminables (exposition

transcendantale) et que c'est à partir de cette détermination qu'il faut effectuer la schématisation. C'est ainsi que, par exemple, on a interprété la causalité (qui ne fonctionne que *métaphysiquement* en tant que concept) en termes de conditions initiales de systèmes dynamiques. Je me permets de renvoyer aux ouvrages de René Thom et à mes deux livres pour la schématisation des catégories structuralistes en termes de stratifications de déploiements universels de singularités.



Si les modèles "collent" trop à la diversité empirique sans déployer de contenus catégoriaux ils ne sont que des idéalizations ne possédant que peu d'intérêt théorique. S'ils sont purement conceptuels, bien que conformes aux choses mêmes ils sont réfléchissants et sans valeur objective. Ils ne peuvent rejoindre la diversité phénoménale. Ils courent alors le risque - même si leurs concepts sont empiriquement valides - de fonctionner de façon métaphysique, spéculative et dialectique. (cf. par exemple les dérives matérialistes et psychanalytiques du structuralisme, l'exemple est spectaculaire). Entre, d'un côté, du quasi-catégorial empiriquement valide risquant, faute de schématisation, de fonctionner métaphysiquement et, d'un autre côté, de la simulation efficace sans portée ontologique, la schématisation représente selon moi la voie de la rationalité. Avec elle c'est la détermination ontologique (catégoriale) de l'objet qui se diversifie en modèles de phénomènes. Ainsi s'effectue la synthèse entre *compréhension* et *explication* dans une Logique transcendantale. Les catégories possèdent un double statut. Comme *concepts* métaphysiques elles assurent la compréhension et la justification *a priori* des modèles. Comme concepts *schématisés* elles se convertissent en source de modèles explicatifs.

5. CONCLUSION.

La philosophie d'Albert Lautman permet *de convertir l'histoire effective des théories mathématiques en une histoire transcendantale des a priori objectifs*. Sa thèse est *qu'il existe une dialectique historique des Idées platoniciennes*. Cela n'est pas de peu d'importance pour la conception que l'on peut se faire de l'historicisme scientifique.

Je crois que l'on peut reprendre mot à mot la tâche qu'elle attribuait à la philosophie des mathématiques et à la philosophie des sciences en général. "Il ya à édifier la théorie des Idées, et ceci exige trois sortes de recherches. Celles qui ressortissent à ce que Husserl appelle l'eidétique descriptive, c'est-à-dire, ici, la description de ces structures idéales, incarnées dans les Mathématiques et dont la richesse est inépuisable . (...) C'est la seconde des tâches (...) d'établir une hiérarchie des Idées et une théorie de la genèse des Idées les unes à partir des autres, comme l'avait envisagé Platon (...). Il reste enfin, et c'est la troisième des tâches annoncées, à refaire le Timée, c'est-à-dire à montrer, au sein des idées elles-mêmes, les raisons de leurs applications à l'univers sensible".

BIBLIOGRAPHIE.

- BOI, L, 1985, *Observations épistémologiques sur les géométries non-euclidiennes*, Mémoire de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Paris.
- CAYILLES, J. , 1960, *Sur la Logique et la Théorie de la Science*, Presses Universitaires de France, Paris.
- DESCOMBES, Y., 1983, *Grammaire d'objets en tous genres*, Minit, Paris.
- GEYMONAT, L, 1985, *Lineamenti di filosofia della Scienza*, Mondadori, Milano.
- GONSETH, F., 1936, *Les Mathématiques et la Réalité*, Blanchard, Paris, 1974.
- LAUTMAN, A, 1935-1939, *Essai sur l'Unité des Mathématiques*, Christian Bourgois, Paris, 1977.
- PETITOT, J., 1979, Infinitesimale, *Enciclopedia Einaudi*, VII, 443-521, Einaudi, Torino.
- PETITOT, J., 1980, Note sur la géométrie hyperbolique, Préface aux *Parallélismes* d'I. Herman, Denoël, Paris.
- PETITOT, J. , 1982, Unità delle matematiche, *Enciclopedia Einaudi*, XY, 1034-1085, Einaudi, Torino.
- PETITOT, J. , 1984, A propos de "Logos et Théorie des Catastrophes", *Babylone*, 2/3; 221-260, Christian Bourgois, Paris.
- PETITOT, J. , 1985, *Morphogenèse du Sens I*, Presses Universitaires de France, Paris.
- PETITOT, J. , 1986, La philosophie mathématique d'Albert Lautman, *Revue d'Histoire des Sciences* (à paraître).
- POULAIN, J. , 1985, Comment guérir de l'épistémologie par l'analyse du langage, *Protée*, 13,1, 57-71, Université de Québec, Chicoutimi.