Séminaire de philosophie et mathématiques

Maurice Loi

Léon Brunschvicg et les mathématiques

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1984, fascicule 2
« Léon Brunschvicg et les mathématiques », , p. 1-15
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1984___2_A1_0>

Léon BRUNSCHVICG ET LES MATHEMATIQUES

Léon Brunchvicg a occupé une place centrale dans la philosophie française de la fin du siècle dernier jusqu'à sa mort en 1944. Il a consacré une partie de son oeuvre à la philosophie des sciences ce qui retiendra plus particulièrement notre attention et Gaston Bachelard a écrit sur cette philosophie scientifique un article dans la Revue de Métaphysique et de Morale en 1945 dans le numéro d'hommage à Léon Brunschvicg. Son inlassable activité, sa grande curiosité, son érudition ainsi que sa noblesse de caractère ont fait de lui une des très grandes figures de la philosophie française, dont le rayonnement s'est fait sentir jusqu'à la seconde guerre mondiale et s'est prolongé par l'influence parfois inavouée mais toujours perceptible qu'il a exercée sur des penseurs comme J. Cavaillès, A. Lautman, G. Bachelard, J. Piaget, M. Gueroult, J. Nabert, A. Koyré, et même J.P. Sartre.

Son oeuvre abondante et diverse, touche pour une part importante à l'histoire de la philosophie, plus particulièrement du XVIIe siècle français. Mais pour lui, le développement de la philosophie n'est cependant pas autonome ; la philosophie n'est pas coupée de la science et elle ne prétend pas à une vérité supérieure ou simplement étrangère. Trois ouvrages capitaux témoignent de l'intérêt que portait Brunschvicg à la science. Ce sont : Les Etapes de la philosophie mathématique (1912) qui retiendra tout particulièrement notre attention. L'expérience humaine et la causalité physique (1922) ; La Physique du XXe siècle et la philosophie (1936). Il considère que le développement de la science révèle le travail de l'intelligence humaine et montre la raison à l'oeuvre. C'est pourquoi il institua l'obligation d'un certificat de science pour les candidats à l'agrégation de philosophie et organisa en 1930 des conférences de mise au point scientifique à leur usage. Car il pensait que la philosophie devait se développer en rapport étroit avec la science ; non certes avec la science toute faite ou vulgarisée, mais avec la science des savants, avec la science en train de se faire.

Né à Paris le 10 novembre 1869, il fait ses études secondaires au Lycée Condorcet en même temps que Louis Couturat où il est aussi l'élève du philosophe Darlu. Dès cette époque se manifestent ses dons exceptionnels. Il entre à l'Ecole Normale Supérieure en 1888, où était depuis un an Louis Couturat. Dominique Paradi l'y revoit "dans la cour de récréation", le long de la rue Rateau, sous le palais des cubes, l'arpentant chaque jour à grands pas, dans la compagnie d'Elie Halévy, admettant en tiers parfois quelque autre philosophe, Bouglé assez souvent, et discutant de toutes questions : morale, politique, métaphysique ; de ces longues causeries quotidiennes devait sortir tout un programme de vie et de travail et tout d'abord, avec le concours décisif de ce normalien de l'extérieur que fut Xavier Léon autre élève de Darlu, leur entreprise collective et féconde entre toutes, par où leur pensée se fit influence et action, la Revue de Métaphysique et de Morale"[1]. La Société française de Philosophie allait naître également de ces discussions.

Après avoir suivi à la Sorbonne les cours de Victor Brochard et d'Emile Boutroux, il est licencié ès lettres et licencié ès sciences. Il est reçu agrégé de philosophie le 30 août 1891. Sa thèse de doctorat a pour sujet et pour titre : "La modalité du jugement". Où déjà, il écrit à la page 237 : "Un seul théorème démontré suffit à nous donner la joie et la sécurité de la certitude, car il implique la vérité". Ce sera le thème des "Etapes de la philosophie mathématique". La soutenance a lieu le 29 mars 1897 devant un jury réticent et c'est Darlu qui défendit son ancien élève contre le jury. La même année parut chez Hachette : "Pensées et Opuscules de Pascal" ouvrage qui fut couronné par l'Académie française. Plus tard, il contribuera avec P. Boutroux et F. Gazier à l'édition de l'oeuvre de Pascal dans la "Collection des grands Ecrivains de la France" et de l'original des Pensées de Pascal en fac-similé. A propos de cette importante publication, Jean Second a pu affirmer : "La seule collection du célèbre manuscrit des "Pensées", que nous devons à son labeur sagace, aurait suffi au renom d'un érudit spécialisé dans cet ordre de recherches ; ce ne fut là pourtant qu'un épisode de son activité si diverse et si féconde".[2]

Nommé professeur à la Sorbonne en novembre 1909, il y enseigne environ trente ans. Bientôt, il partage son activité de professeur entre la Sorbonne, où il sera titulaire de la chaire d'Histoire de la Philosophie moderne, et l'Ecole Normale Supérieure. Il fut un professeur admirable ! Ceux qui ont eu le privilège d'être ses étudiants se sont plu à évoquer le souvenir de ses cours. "Il m'est impossible d'évoquer sans émotion ces cours de l'Ecole Normale où Léon Brunschvicg nous faisait assister au devenir de sa propre pensée -écrit Jean Hyppolite[3]- Il n'était jamais dupe du langage et fuyait toute rhétorique. Il se référait toujours à l'histoire, nous révélant parfois la signification de tout un système philosophique à l'aide de quelques comparaisons concrètes ou de quelques images familières qu'il dédaignait de développer et qu'il fallait saisir au passage ; et pourtant il ne se contentait jamais de l'histoire. L'histoire de la pensée - mathématique, physique, humaine - devenait un jugement que l'histoire portait sur elle-même ..."

Dans cette perspective, Brunschvicg définit sa propre philosophie : "Une réflexion méthodique de l'esprit sur lui-même". Dès lors la philosophie quitte le plan des systèmes du monde pour se transformer en une méthode de pensée et d'action qui se dégage directement de l'approfondissement du progrès même de l'esprit.

---

1 Les Etudes philosophiques, 1945, Hommage à Brunschvicg.
2 Les Etudes philosophiques, Hommage à Brunschvicg, 1945, p.30.
3 Revue de Métaphysique et de Morale, 1945, numéro spécial, page 137.

Pour Brunschvicg la tâche du philosophe n'est donc pas d'appliquer la nature, encore moins de la contempler, mais de prendre conscience de l'activité spirituelle qui seule donne valeur à l'existence. Il nous invite à une "conversion idéaliste" : il s'agit de prendre conscience que la matière et la vie, dans leurs manifestations brutales, sont sans commune mesure avec l'esprit, source de toute valeur.

Qu'est ce qui caractérise l'esprit, en effet, sinon le pouvoir de dépasser tout donné et de le restructurer en fonction d'une norme ? La vie spirituelle se définit justement par les transformations qu'elle peut apporter dans le monde. C'est en reprenant contact avec la puissance de l'esprit qui se manifeste avec éclat dans la science que l'homme échappe au pessimisme et découvre un sens à la vie.

Il excellait à monter comment les tendances des grands mathématiciens se rattachent à leurs conceptions philosophiques générales, et c'est ainsi qu'il a fortement opposé, en retraçant les origines de calcul infinitésimal, l'esprit concret et l'attitude de praticien d'un Newton à l'esprit abstrait et aux tendances métaphysiques d'un Leibniz. Il a toujours le souci de faire surgir de la science la conscience intellectuelle. Et à cet égard, entre toutes les sciences, la mathématique tient une place privilégiée : car c'est en elle que l'esprit se déploie le plus librement ou plutôt c'est en elle que s'aperçoit le mieux l'effort de l'esprit pour s'affranchir de ce qui n'est pas lui, pour intellectualiser l'imagination, pour éliminer le spatial comme tel, bref pour convertir l'extériorité en intériorité. Dans la pure clarté de l'analyse l'esprit trouve le témoignage de son autonomie, comme dans l'application de l'analyse à l'expérience, il éprouve la fécondité sans bornes du dynamisme par où il constitue l'univers.

Dans ce travail, aucune catégorie n'a jamais valu que pour un âge de la science : l'âge suivant ne manque pas de la briser et de lui en substituer d'autres, lesquelles, à leur tour, seront abandonnées après quelque découverte imprévue exigeant pour être comprise de nouveaux cadres d'intelligibilité. Ce qui est à la base de la science, ce n'est pas une armature rigide - le "moule à gaufres", kantien dont Fichte s'est moqué - c'est la spontanéité asolue de l'esprit. "Il n'y a rien au-delà de la liberté". Mais l'affirmation de l'esprit comme liberté créatrice n'apparaît peut-être sous une lumière plus vive que dans l'opposition que marque Léon Brunschvicg entre sa propre "Philosophie du jugement", qui retrouve l'inspiration cartésienne authentique, et une "Philosophie du concept" qu'il a vivement critiquée chez Hegel et chez Hamelin. Son aversion pour les catégories fixes, sa sympathie pour l'élan créateur, sa méfiance constante à l'égard du langage et de ses habitudes, ont fait qu'il se sentait plus proche d'un Bergson, à qui il a dédié son "Progrès de la conscience", que des idéalistes français contemporains plus ou moins marqués par l'influence de Lachelier ou d'Hamelin. C'est pourquoi il doutait que la déduction soit l'instrument adéquat de la connaissance de la nature. Son caractère formel et verbal lui semblait demeurer étranger à la véritable psychologie de l'intelligence comme à la conquête de la réalité. Pour Brunschvicg, le raisonnement se ramène au jugement ; c'est l'acte de juger qui en fait la réalité intellectuelle, qui en constitue la valeur et la vérité. Si la méthode mathématique est féconde, c'est d'après lui, parce qu'elle ne se réduit pas au syllogisme.

Le jugement doit donc être regardé comme le commencement et le terme de l'esprit, comme l'esprit lui-même, absolument parlant, et c'est directement le jugement qu'il faut étudier pour comprendre l'esprit. Pour lui, il n'y a pas de concepts mathématiques, il n'y a que des jugements. Et ainsi se trouve dissipée l'équivoque inhérente à la thèse qui considère les jugements mathématiques comme conventionnels et arbitraires. Les définitions géométriques sont des jugements où la copule marque l'intériorité réciproque des idées ; or ces définitions sont les principes de la science, et la géométrie doit, pour répondre à son propre idéal, se développer rigoureusement à partir de ces données initiales, sans recevoir dans la série des jugements ultérieurs aucun élément étranger. Il s'explique donc que Spinoza ait donné à son monisme la forme géométrique, que Kant, à son tour, ait fait du jugement géométrique le type du jugement synthétique a priori, et que ce soit par rapport à ce jugement qu'il ait estimé la valeur des sciences et de la métaphysique elle-même.

La méditation de la pensée scientifique est donc l'une des sources principales de la pensée de Brunschvicg, qui prolonge le grand courant de la philosophie française qui, de Descartes à Auguste Comte, ne s'est pas tenu à l'écart du savoir scientifique. "Sans la science, l'homme n'aurait pas l'idée de la vérité ... Vérité signifie intelligibilité. La raison source d'intelligibilité est source de vérité"[4]. C'est certainement l'originalité de Brunschvicg que d'avoir clairement montré qu'il convient de rendre compte de la réalité par la science, et de la science par l'intelligence. Pour lui, l'art consomme la rupture avec l'intuition réaliste, et en cela il manifeste dans la vie de l'esprit une démarche analogue à celle de la réflexion scientifique. "... on se convainc de l'injustice qu'il y a à séparer esprit de géométrie et esprit de finesse. Les "Etapes" sont vraiment l'histoire de la finesse coordonnée" écrit Gaston Bachelard[5].

Les Etapes de la philosophie mathématique

Ce livre a été publié en 1912. Cet ouvrage d'une importance exceptionnelle est le seul que Léon Brunschvicg ait consacré explicitement aux mathématiques mais, comme je l'ai déjà souligné, celles-ci sont omniprésentes dans ses autres livres. Il retrace, comme son nom l'indique, les principales étapes de la philosophie mathématique. L'auteur cherche une solution au problème de la vérité et ceci est clairement expliqué dans l'avant-propos qui malheureusement ne figure pas dans la réédition de 1972. C'est d'autant plus regrettable que ce thème est quelque peu masqué

---

4 Introduction à la vie de l'esprit pp.86-87.
5 La philosophie scientifique de Léon Brunschvicg, Revue de Métaphysique et de Morale 1945 page 78.

par l'ampleur de l'ouvrage ; mais son caractère essentiel avait été mis en évidence par la société française de Philosophie, puisqu'elle avait intitulé sa séance du 31 octobre 1912 devant discuter du livre qui venait de paraître : "L'idée de la vérité mathématique".
Ce qui se comprend d'autant mieux que l'auteur commençait cet avant-propos en écrivant : "Les difficultés que la philosophie rencontre aujourd'hui sont liées, pour une bonne part, au problème de la vérité". Et n'est-il pas vrai que la recherche de la vérité est le but essentiel de la philosophie ? Or l'avénement des mathématiques démonstratives en Grèce a été une nouveauté essentielle. Jusque-là était considéré comme vrai ce que proclamait le chef d'Etat ou de groupe. Il existait aussi une vérité empirique, celle que semblait établir l'expérience ou un fait. Ne croit-on pas souvent échapper à la discussion en se référant à un fait qu'on croit ne pas interpréter alors même qu'on lui donne une valeur déclarative primordiale. Le Père Louis Castel écrivait fort bien en 1740 : "La méthode des faits, pleine d'autorité et d'empire, s'arroge un air de divinité qui tyrannise notre créance, et impose à notre raison. Un homme qui raisonne, qui démontre même, me prend pour un homme : je raisonne avec lui, il me laisse la liberté du jugement, et ne me force que par ma propre raison. Celui qui crie voilà un fait, me prend pour un esclave"[6]. Si la démocratie est née en Grèce comme les mathématiques, ce n'est donc pas un hasard et leur découverte marque une date capitale dans la civilisation. Cet événement a été une révolution, car il a fourni à l'esprit un nouvel organe, créé en lui une fonction, façonné de toutes prièces un nouveau concept, celui de nécessité pure, sans aucune racine dans le passé.

Cette défense brunschvicgienne de l'idée même de la vérité mathématique était d'autant plus opportune que régnait alors le conventionalisme de Poincaré et la logistique de Russell. Aussi lors de la commémoration du cinquantenaire de la publication des "Etapes de la Philosophie mathématique" le 2 juin 1962, lors d'une séance de la Société Française de Philosophie, le R.P. Dubarle pouvait considérer ce livre comme une oeuvre de philosophie de grande envergure. Il rappelait cette citation de Poinsot que faisait l'auteur à la page 367 de son livre : "Si lesmathématiques cessaient d'être la vérité même, une foule d'ouvrages ridicules deviendraient très sérieux, plusieurs mêmes commenceraient d'être sublimes".

Le plan de l'ouvrage de Léon Brunschvicg a sa raison d'être dans une idée fondamentale qui est la suivante : il y a une connexion étroite, un parallélisme presque absolu, entre l'évolution historique de la science et celle de la philosophie scientifique. Ce sont donc les "étapes" de l'histoire des mathématiques que l'auteur nous fait d'abord parcourir : le calcul égyptien, l'arithmétisme des Pythagoriciens, l'arithmétique des Platoniciens, la naissance de la logique formelle et la géométrie euclidienne, la géométrie analytique, etc. Il conclura finalement que les caractères de la pensée mathématique ne pouvaient pas être exactement discernés avant la phase actuelle du développement de la science.

---

6 R.P. Castel : L'optique des couleurs, Paris, 1740, page 411.

Cependant ces caractères se trouvent déjà en germe dans les plus anciennes manifestations de l'activité mathématique. La première question examinée est la manière dont les hommes effectuent les premières opérations numériques. C'est une question fort instructive car en l'étudiant nous parvenons à saisir sur le vif l'activité scientifique avant la science.

Or comment se manifeste cette activité ? "Nous nous trouvons - dit L. Brunschvicg (p.21) - en présence d'une diversité d'opérations qui attestent l'intensité et la fécondité de l'activité intellectuelle. Les primitifs sont ici des inventeurs : pour avancer dans l'ordre des idées numériques, pour élargir le cercle de leurs procédés rudimentaires, mais sûrs de supputation, ils font ce que font les inventeurs, c'est-à-dire qu'ils font comme ils peuvent. Ils recourent tour à tour aux moyens les plus divers sans souci de cette esthétique scolastique qui fait naître l'élégance de la simplicité et de l'uniformité".

La science mathématique proprement dite début avec l'arithmétisme Pythagoricien, qui pose les principes des raisonnements relatifs aux nombres entiers. Puis, avec le mathématisme des Platoniciens, s'ouvre le livre II de Léon Brunschvicg, la Géométrie. Les quantités irrationnelles sont introduites dans la science et l'accent est mis sur les conséquences considérables qu'entraîne cette innovation qui n'est pas étrangère à la doctrine platonicienne de la science. Au VIIe livre des Lois, Platon se plaint comme d'un crime contre la patrie, qu'on laisse ignorer aux jeunes Hellènes, qu'on lui ait laissé longtemps ignorer à lui-même, la distinction des grandeurs commensurables entre elles et des grandeurs incommensurables, distinction dont il fait la base des humanités.

Après l'époque aristotélicienne, la philosophie mathématique subit une longue éclipse, c'est pourquoi nous sommes invités à passer sans transition de la géométrie euclidienne à la genèse de la géométrie analytique. Il est montré ici avec beaucoup de force comment entre le fait mathématique qu'est la création de cette géométrie et l'étape correspondante que franchit la philosophie il y a une connexion intime. L'un ne saurait être séparé de l'autre. La géométrie analytique de Descartes entraîne avec elle tout un ensemble de principes et d'idées philosophiques dont Brunschvicg s'efforce de préciser les sens en les dégageant des confusions et des obscurités qui en cachent la tendance véritable.

Il faut distinguer deux géométries, deux conceptions différentes de l'espace. Il y a l'espace des Regulae et des Principes de la philosophie, et il y a l'espace de la Géométrie de 1637. Lorsqu'il écrit les Regulae, Descartes conçoit le plan d'une mathesis universalis fondée sur le mécanisme. Dans cette mathesis - qui est indépendante de la technique mathématique proprement dite, - l'espace n'intervient qu'à titre d'intermédiaire ou d'instrument. Si la science repose sur lui, c'est parce que l'espace est adéquat à la réalité des choses, c'est parce que toutes les notions de la physique peuvent être étudiées sous le rapport de la dimension : d'où résulte que "la science de l'univers devra se traiter uniquement en termes d'étendue et de mouvement suivant les principes de la géométrie et de la mécanique".

La Géométrie de 1637 est, à l'inverse des Regulae, une oeuvre technique. Revenant sur un stade de sa pensée qu'il avait d'abord cru définitivement dépassé, Descartes pose les règles de la théorie des équations algébriques et découvre dans cette théorie une méthode générale de résolution des problèmes géométriques. Or voici qu'en approfondissant ce qui ne devait être tout d'abord qu'une introduction à la philosophie de l'univers, Descartes se trouve conduit à une conception qui devait modifier profondément le cours de la philosophie mathématique. C'est la notion même de grandeur spatiale qui se trouve après 1637 complètement réformée. La notion d'équation algébrique, qui n'était primitivement qu'un moyen, apparaît désormais comme "la raison des déterminations de l'univers". Ainsi, "la géométrie donne pour base à la mathématique la résolution intellectuelle de la donnée géométrique ; la dimension spatiale, fournie par une sorte d'imagination a priori, n'est plus qu'un appui extérieur pour une conception dont la valeur essentielle est indépendante de toute représentation imaginative. Dès lors, l'idée de la science mathématique est transformée : la quantité n'est plus, comme chez Euclide, une détermination tirée par abstraction de l'observation des objets ; la science de la quantité n'est plus comparable à une science naturelle. La notion de quantité est purement intellectuelle ; elle s'établit a priori par la seule capacité qu'a l'esprit de conduire et de poursuivre à l'infini de longues chaînes de raisons"[7].

Léon Brunschvicg conclut ce chapitre consacré à la philosophie mathématique des Cartésiens en observant qu'avec Malebranche, avec Spinoza surtout, s'opère le retour au platonisme et que, si ce retour est possible, c'est à cause des progrès techniques réalisés en mathématiques par la géométrie de 1637.

"Il est bien remarquable, écrit Comte, que des hommes tels que Pascal, aient fait aussi peu d'attention à la conception fondamentale de Descartes, sans pressentir nullement la révolution générale qu'elle était nécessairement destinée à produire dans le système entier de la science mathématique. Cela est venu de ce que, sans le secours de l'analyse transcendante, cette admirable méthode ne pouvait réellement encore conduire à des résultats essentiels, qui ne pussent être obtenus presqu'aussi bien par la méthode géométrique des anciens"[8]. L'exemple de Leibniz permet de compléter, et jusqu'à un certain point, de retourner la remarque de Comte : pour que l'analyse transcendante pût se constituer, il fallait commencer par se mettre à l'école de Descartes; et c'est ce que Leibniz déclare expressément avoir fait sur le conseil de Huyghens.

---

7 page 123
8 Cours de philosophie positive, 6e leçon, t.I, 1830, p.237, note.

La connexion entre l'algèbre et la géométrie élémentaire lui servit de modèle pour l'intellectualisation de la géométrie infinitésimale : "Ce que j'aime le plus dans ce calcul, écrit-il à Huyghens, c'est qu'il nous donne le même avantage sur les anciens dans la géométrie d'Archimède, que Viète et Descartes nous ont donné dans la géométrie d'Euclide ou d'Apollonius, en nous dispensant de travailler avec l'imagination"[9].

LEIBNIZ

La crise ouverte dans la pensée du XVIIe siècle par la géométrie des indivisibles est résolue, mais dans un sens opposé à celui qu'avait indiqué Pascal. Au lieu de faire de la crise elle-même une sorte d'état chronique, de prétendre justifier la rupture d'équilibre qu'une invention audacieuse a introduite dans la structure de la science par un appel à des facultés d'ordre mystérieux et transcendant, Leibniz compte sur l'intelligence elle-même pour compléter son oeuvre, pour dégager et mettre en pleine clarté les points que les rapides et fugitives illuminations du génie ont d'abord laissés dans l'ombre, pour réunir enfin toutes les articulations du système dans le courant continu et intégral de la pensée. C'est à cette

conception philosophique que Leibniz doit d'avoir posé le problème de l'algorithme nouveau, puis, une fois résolues les difficultés techniques, d'avoir créé pour exprimer la solution une notation excellente, plus complète que celle de Newton, enfin d'avoir dégagé la portée de l'invention avec une netteté qui paraît irréprochable.

L'étude des séries infinies se trouva décisive pour la découverte du calcul infinitésimal. Cette méthode par les séries apportait aux mathématiciens la certitude que l'infini était susceptible d'être manié sans qu'on eût à passer par le détour de l'image spatiale.

Léon Brunschvicg consacre 80 pages de son livre à l'examen des conceptions de Leibniz car les inventions leibniziennes procèdent d'une conception philosophique, et deviennent la base d'un système général des choses. Après le pythagorisme, fondé sur la notion de nombre, et le platonisme, lié à la découverte des irrationnelles, après le malebranchisme et le spinozisme qui sont deux intepétations divergentes de la géométrie cartésienne, le leibnizianisme, procédant de l'analyse infinitésimale, paraît devoir marquer une étape nouvelle de la philosophie mathématique.

De la différentielle, à laquelle il se flatte d'avoir le premier donné un état civil, le génie de Leibniz a réussi à faire la base d'une science nouvelle qui rivalise en abstraction et en généralité avec l'algèbre.

---

9 cité page 175

Spinoza avait affranchi l'intelligence de la relativité qui la frappait chez Descartes; il lui assure une puissance d'expansion infinie. Mais il n'a pas réalisé cette puissance sous une forme précise et scientifique, propre à manifester dans une intelligence limitée, l'immanence du Dieu infini; et c'est à quoi parvient enfin Leibniz grâce à la découverte ou, plus exactement, grâce à l'intellectualisation de l'analyse infinitésimale. L'intellectualisme moderne est constitué et Leibniz a de fortes paroles contre le mépris où le commencement du XVIIIe siècle, semblable au commencement du XXe siècle, affectait de tenir la raison : "Il y a des gens aujourd'hui, qui croient qu'il est de bel esprit de déclamer contre la raison et de la traiter de pédante incommode. Je vois de petits livrets, des discours de rien qui s'en font fête, et même je vois quelquefois des vers trop beaux pour être employés à de si fausses pensées. En effet, si ceux qui se moquent de la raison parlaient tout de bon, ce serait une extravagance d'une nouvelle espèce, inconnue aux siècles passés. Parler contre la raison, c'est parler contre la vérité, car la raison est un enchaînement de vérités. C'est parler contre soi-même, contre son bien, puisque le point principal de la raison consiste à la connaître et à la suivre"[10].

Avec le système de Spinoza il semble que les caractères de la pensée mathématique achèvent de se fixer. La pensée mathématique est fondée sur l'intuition spatiale. Tel est le principe que ni les progrès de la technique mathématique, ni la constitution des nouvelles métaphysiques ne réussira à ébranler jusqu'à Kant et Auguste Comte. Mais ces derniers font fausse route tous les deux lorsqu'ils abordent le problème fondamental de leur philosophie mathématique : la détermination des rapports de l'expérience et de la raison. C'est qu'induits en erreur par les théories scientifiques de leur temps, ils se font du développement des mathématiques une idée inexacte. Que l'on fasse, comme Kant, rentrer l'expérience dans les cadres a priori de la raison, ou qu'avec les positivistes on rattache toute la chaîne des déductions mathématiques aux faits généraux que Comte substitue aux formes kantiennes, on part toujours de ce postulat, "que le développement de la mathématique est tout entier impliqué dans quelques propositions initiales" ; on assigne à la connaissance scientifique des bornes regardées comme immuables. Or toute la science contemporaine s'inscrit en faux contre cette manière de voir.

Sautant par-dessus deux siècles, venons-en tout de suite à la partie peut-être la plus originale de l'ouvrage qui est consacrée à la discussion de la philosophie mathématique post-kantienne et contemporaine.

Le chapitre XIV qui suit, au livre IV, l'étude des philosophies mathématiques de Kant et de Comte, est intitulé : "transformations des bases scientifiques". Cette transformation est due principalement à la nouvelle conception que l'on se fait de la continuité et à la constitution des géométries non euclidiennes dont Léon Brunschvicg décrit les conséquences imprévues.

10 cité page 210

L'une des bases de la philosophie critique se trouve renversée : "La Géométrie n'est pas la science d'un espace unique qui serait nécessairement le réceptacle des phénomènes ; l'analyse mathématique a un objet qui ne se subordonne pas aux lois de la représentation spatiale ; le mathématicien ne se confond plus avec le géomètre ; la logique de l'espace ne suffit pas à porter le poids de la science"[11].

C'est alors qu'apparaissent en philosophie mathématique de nouvelles tendances , c'est alors que naissent en particulier deux grands mouvements que l'auteur analyse et interprète avec beaucoup de profondeur : le mouvement arithmétiste et le mouvement logistique. Ces deux mouvements sont en réalité des réactions, des retours au passé. La logique des relations spatiales apparaît brusquement comme insuffisante, on se souvent de la logique du nombre et de la logique des classes et l'on fait, pour appuyer sur elles l'édifice des mathématiques, une nouvelle et suprême tentative. Sur les bases que fournit la science contemporaine, on cherche à constituer un néo-pythagorisme ou un néo-aristotélisme.

En quelques pages extrêmement suggestives Brunschvicg analyse et interprète l'oeuvre de Russell. Il nous montre comment, hanté par l'idée d'absolu (mouvement absolu et espace absolu) Russell croît le réalisme nécessaire pour échapper au scepticisme, - ce qui est, d'après Brunschvicg, l'effet d'une illusion et de confusions. Il met en lumière, d'autre part, l'influence exercée sur les logisticiens par la philosophie de Leibniz, et il montre d'une façon piquante comment ce sont ceux-là mêmes (Russell et Couturat) qui, dans leurs premiers ouvrages, ne concevaient d'autre forme du rationalisme que le Kantisme, ceux à qui toute tentative faite pour élargir le cadre de l'Esthétique transcendantale apparaissait comme une manoeuvre de l'empirisme, comment ce sont ceux-là mêmes qui tournent brusquement le dos à Kant pour emboîter le pas derrière Leibniz, dont la philosophie analytique et logique vient de leur être révélée.

"La logique symbolique - conclut Léon Brunschvicg - est capable de se développer pour son compte, et avec d'autant plus de succès qu'elle conformera de plus près ses méthodes aux méthodes proprement mathématiques. Mais qu'en échange elle éclaircisse jamais les principes des mathématiques, c'est une illusion qu'il a fallu abandonner"[12].

L'intelligence mathématique

L'auteur expose ses propres idées dans le dernier livre de son ouvrage le livre VII : "L'intelligence mathématique et la vérité". Remontant de nouveau à l'origine de la science mathématique, il cherche à en décrire et à en expliquer la genèse afin de découvrir les racines de la vérité qui y est contenue. La philosophie des mathématiques doit subir une conversion totale.

---

11 page 342
12 page 408

Au lieu de superposer aux théories qu'elle juge trop étroites pour rendre compte de la connaissance scientifique, elle doit s'y substituer. Elle édifiera par elle-même une doctrine de l'intelligence et de la vérité, sans se référer à aucune définition préconçue, à aucun principe d'origine étrangère. "Le problème de la philosophie mathématique se pose donc à l'intérieur du domaine propre des mathématiques, et sans référence à aucune autre discipline"[13]. Le philosophe n'a pas à inventer une solution du problème de la vérité : il a seulement à découvrir comment, en fait, l'humanité l'a résolu. D'où l'importance de l'histoire des mathématiques dans l'ouvrage de Léon Brunschvicg et la connexion qu'il établit entre le dynamisme de l'intelligence et les données de l'expérience. Pour comprendre la science comme science, il faut renoncer à l'économie d'écriture qu'on a baptisée économie de pensée. Les lois des opérations mathématiques ne perdent ni en clarté, ni en précison, parce qu'on rompt avec cette convention quelque peu puérile de sous-entendre l'effort d'invention par lequel ces lois se sont constituées, parce qu'on cesse de fermer les yeux sur l'analyse préalable qui donne leur signification aux combinaisons idéales de la mathématique, et les élève à la dignité d'un savoir vrai.

La théorie des proportions constitue, elle, le tournant décisif qui a transformé l'idée de la mathématique. La proportion d'ordre géométrique, qui s'est établie par l'intermédiaire des mesures numériques, déborde le cadre des opérations faites sur les nombres entiers ou fractionnaires, et, par suite, le cadre de l'arithmétique proprement dite. Dès lors, sans avoir à se soucier des difficultés que pourrait présenter l'expression numérique de ces grandeurs - difficultés qui pendant des siècles ont paru insurmontables aux mathématiciens et que les philosophes avaient érigées en antinomies - la science positive trouve dans l'établissement géométrique de ces rapports une base suffisante pour la constitution d'une métrique universelle ou, suivant la terminologie de Newton, d'une arithmétique universelle : "tout ce qui se rapporte à l'unité comme une ligne droite à une autre droite s'appelle nombre". Ce qui fait l'intérêt de la théorie des proportions, ce n'est pas seulement qu'elle est un instrument pour l'étude des grandeurs en général, c'est encore qu'elle met en évidence une fonction de la pensée humaine en général.

De même l'espace ne se constitue que par une élaboration d'ordre intellectuel. Certes la suggestion de l'expérience est nécessaire ; mais l'expérience ne suffit pas à nous apporter d'elle-même un espace constitué. Ce que nous voyons est dans l'espace ; mais nous ne voyons pas l'espace. Le lieu de toute intuition n'est nullement objet d'intuition. L'espace a sa racine dans l'expérience ; il a son achèvement dans la raison. La constitution intellectuelle de l'espace marque le plus haut degré de la puissance créatrice que l'homme soit capable de concevoir et d'exercer. Puissance créatrice qui s'est manifestée surtout au XIXe siècle dans la création des géométries non euclidiennes.

---

13 page 461

Les systèmes géométriques, constitués l'un sur la négation de l'unicité de la droite menée entre deux points, l'autre sur la négation de l'unicité dans le plan de la parallèle menée à une droite donnée, ne sauraient se confondre avec la série des conceptions que l'on peut créer par une fiction logique et qui, dès leur définition même, s'interdiront toute prétention à la vérité. Quand nous parlons de droite riemannienne ou de droite lobatschewskienne, nous savons, en un sens il est même exact que nous pouvons voir, de quoi nous parlons ; car l'expérience spontanée nous fournit tout autre chose que l'idée euclidienne de la droite, et il est intéressant de noter que cette constatation a été faite par des observateurs pénétrants, bien avant qu'on eût conçu la géométrie non euclidienne.

Mais il a bien fallu reconnaître que la géométrie non euclidienne et l'empirisme ne sont nullement solidaires. Si la géométrie était due à l'observation de l'univers, on devrait conclure plutôt que du moment qu'il n'y a qu'un univers, il ne doit y avoir qu'une géométrie. La constitution d'une pluralité de systèmes géométriques est de nature à prouver qu'au delà de la raison raisonnable, se développant en accord avec l'expérience, il y a place dans le domaine de la mathématique pour une raison raisonnante, capable d'initiative et de fécondité.

Le problème de l'interprétation philosophique des géométries non euclidiennes était complexe. Même en 1899, quand David Hilbert publie ses "Grundlagen der Geometrie", les mathématiciens et les philosophes n'ont pas encore de doctrine bien établie sur la géométrie. L'influence de Legendre est encore, grande et en 1902, Henri Poincaré envisage encore des "prémisses évidentes par elles-mêmes". La validité incontestée de la mécanique newtonienne fait que les préférences vont toujours à la géométrie euclidienne. La plupart des mathématiciens ne regardent les géométries nouvelles que comme des simples curiosités logiques. On considère encore souvent que le parallélisme euclidien fait partie de la définition des notions fondamentales. C'est dire l'intérêt en 1912 d'aborder, comme le fit Léon Brunschvicg, un tel débat.

L'auteur qualifie sa propre doctrine d'intellectualisme : mais le sens exact de cet intellectualisme nouveau ne se dégage que peu à peu et ne se révèle entièrement qu'à la fin de l'ouvrage, par exemple dans le chapitre consacré aux débats récents sur l'infini mathématique. La philosophie de la science a fait fausse route depuis la fin du XVIIe siècle : par suite d'une interprétation erronée de ses théories rappelant la déformation qu'Aristote fit subir au platonisme, on confondit la mathématique, science des relations en compréhension avec la faculté des concepts pris en extension. Mais les mathématiques ont retrouvé cette puissance intérieure quele XVIIe siècle leur avait attribuée. L'intellectualisme mathématique est désormais une doctrine positive, dont le propre est de faire de l'ordre logique le produit du progrès intellectuel. "La science à venir n'est pas enfermée, comme l'aurait voulu Comte, comme le voulait déjà Kant, dans les formes de la science déjà faite ; la constitution de ces formes révèle un dynamisme original dont l'élan se prolonge par la génération synthétique de notions de plus en plus compliquées" (p.567). En fait, la mathématique représente l'effort le plus puissant peut-être et le plus solide du génie humain. C'est en somme, la conclusion à laquelle conduit l'étude historique de Léon Brunschvicg. Il ne s'agit plus d'ajouter un système aux systèmes qui ont déjà pris place dans l'histoire ; "elle se retourne vers l'histoire elle-même, elle recherche la convergence et la coordination des résultats qui ont été obtenus aux différentes périodes et elle les enregistre comme les marques positives de l'objectivité" (p.463). Ainsi la philosophie parvient à "dégager le rythme propre de l'intelligence dans la production et dans la composition des idées, dans l'unification du savoir scientifique" (p.537).

J'ai tenu à citer les expressions mêmes de l'auteur afin de trahir le moins possible sa pensée ; pensée subtile et qui ne doit pas être détachée de l'exposé des théories mathématiques de l'époque concernée. Sa philosophie mathématique est d'ailleurs la conclusion à laquelle le conduit l'étude historique de la science. Il a mis en lumière le dynamisme intellectuel qui est à la base des mathématiques et dont les caractères spécifiques sont : "capacité indéfinie de progrès, inquiétude perpétuelle de vérification" (p.561).

Je voudrais examiner brièvement un autre ouvrage de Léon Brunschvicg où les mathématiques jouent un rôle essentiel et qui est paru dix ans après l'ouvrage précédent, soit en 1922. Il s'agit de : "L'expérience humaine et la causalité physique".

Le fondement du vrai.

Après deux cents pages sur l'histoire de la causalité dans l'Antiquité, l'auteur consacre plusieurs chapitres au XVIIe siècle. Pour Descartes, les universaux des dialecticiens sont des fictions de l'imagination. Mais les démonstrations mathématiques, qui dérivent d'une évidence originelle, sont les fondements du vrai. La déduction mathématique constitue le mode unique de l'intelligibilité. Galilée et Descartes sont très proches par la pensée. Ce dernier, dans une lettre du 11 octobre 1638 à Mersenne, écrit : "Je trouve en général qu'il philosophe beaucoup mieux que le vulgaire, en equ'il quitte le plus qu'il peut les erreurs de l'Ecole, et tâche à examiner les matières physiques par des raisons mathématiques. En cela je m'accorde entièrement avec lui et je maintiens qu'il n'y a pas d'autre moyen pour trouver la vérité". On peut dire que le Dieu cartésien est vraiment le Dieu de la raison qui garantit l'existence d'un ordre intelligible dans le monde. "La vérité - écrit Brunschvicg - nous paraît être que, lorsque l'on veut se faire une idée de ce qui constitue une révolution au sens complet du mot, on ne saurait considérer de meilleur exemple que la philosophie cartésienne"[14].

---

14 page 209

Mais l'auteur ne traite pas seulement des théories anciennes, il n'hésite pas à examiner la Relativité dont la découverte était toute récente en 1922. Avec Eisntein, la physique se retourne vers la manière dont nous prenons nos mesures, et se demande s'il n'y a pas à tenir compte des conditions dans lesquelles l'homme est placé, sinon de l'imperfection, du moins de la diversité des moyens que les circonstances lui imposent. On est ainsi conduit à pousser le principe de la relativité plus loion que la science ne l'avait fait auparavant. L'espace et le temps ne sont plus isolés l'un de l'autre; car isolés ils ne sont que des abstractions, des fantômes ; ils sont pris ensemble, comme constituants de l'univers, dans un continuum à quatre dimensions. Avec cette théorie, ce sont les bases mêmes de la science moderne qui se trouvent remises en question, et cela au nom de la physique et par la voie de la physique. La marque du génie d'Einstein, c'est donc d'avoir renouvelé la perspective entière du savoir humain, en faisant remonter la réflexion dans ces régions limitrophes entre la science et la philosophie où, depuis Descartes et Newton, avaient pris naissance les méthodes capables de créer des instruments inattendus pour la conquête de l'Univers.

Avec la théorie de la relativité disparaît le réalisme métaphysique, à la fois indispensable et insoutenable, des concepts idéaux, espace, temps, mouvement, considérés en soi et chacun à part. La métaphysique que la physique nouvelle implique, renonce à la prétention d'être antérieure à la science. La réflexion doit naître de la science même, éclairant de sa lumière propre, non le champ qu'ont parcouru et délimité les méthodes mises en oeuvre par le savant, mais le projecteur lui-même dont les propriétés ne peuvent demeurer sans influence sur les caractères attribués à ce champ. Bref, la métaphysique de la science est réflexion sur la science, et non détermination de la science. Dans cette réflexion, on s'apercevra que la mathématique est un instrument souple et vivant, infiniment plastique et infiniment fécond, destiné à capter et à rendre présentes, sinon pour les sens du moins pour l'intelligence, celles des qualités que l'infirmité de notre organisme et de notre perception laissait échapper, à préciser, à nuancer, notre connaissance des autres, en les reliant à l'universelle réalité qui conditionnne leur devenir. On prend alors conscience de l'élan spirituel qui se révèle dan sl'intelligence mathématique. L'examen de ces deux principaux ouvrages de Léon Brunschvicg consacrés à la philosophie des sciences montre l'importance que les mathématiques ont joué dans l'élaboration de sa pensée. Même dans ses autres livres elles sont aussi présentes. Dans "Les âges de l'intelligence", par exemple, plusieurs pages sont consacrées à la découverte des irrationnelles. "Une conquête manifeste de la raison, un instrument nouveau pour l'exploration et la pénétration de l'univers : l'humanité s'est rendue maîtresse du mouvement par la résolution intellectuelle du continu"[15].

15 pages 50 et 51.

Bien sûr, les ouvrages de Léon Brunschvicg que nous avons examinés datent de plus d'un demi-siècle et les mathématiques ont beaucoup, progressé depuis. "On peut dire sans exagération - a écrit Jean Dieudonné dans sa présentation de l'oeuvre d'Albert Lautman - qu'il y a eu plus de problèmes mathématiques fondamentaux résolus depuis 1940 que de Thalès à 1940". On peut regretter sa méfiance à l'égard de la déduction et de la logique mathématique, du formalisme en général et de l'axiomatique en particulier. Mais "ce qui fait l'intérêt de l'humanisme scientifique sous la forme qu'il lui a donnée - a écrit Raymond Aron lors de l'hommage qui'l ui a été rendu en 1945 - c'est que la science y devient la réalisation et non la négation de la philosophie.".

Maurice LOI

Ecole Normale Supérieure PARIS