

# SÉMINAIRE L. DE BROGLIE. THÉORIES PHYSIQUES

O. COSTA DE BEAUREGARD

## **Diffraction par une ouverture plane à contour variable (Diffraction d'univers par une ouverture plane du genre temps)**

*Séminaire L. de Broglie. Théories physiques*, tome 24 (1954-1955), exp. n° 15, p. 1-11

[http://www.numdam.org/item?id=SLDB\\_1954-1955\\_\\_24\\_\\_A14\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SLDB_1954-1955__24__A14_0)

© Séminaire L. de Broglie. Théories physiques  
(Secrétariat mathématique, Paris), 1954-1955, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire L. de Broglie. Théories physiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

1er mars 1955

DIFFRACTION PAR UNE OUVERTURE PLANE A CONTOUR VARIABLE  
(DIFFRACTION D'UNIVERS PAR UNE OUVERTURE PLANE DU GENRE TEMPS).

par O. COSTA de BEAUREGARD

-:-:-:-:-:-:-

1.- AVERTISSEMENT.

Nous n'apportons pas la solution complète du problème que nous considérons ; nous cherchons simplement à le bien poser. Il nous semble que l'existence et certains caractères généraux de cette solution sont imposés par la Physique, comme nous allons l'expliquer. C'est donc typiquement un travail de Physique théorique que nous proposons ici.

2.- INTRODUCTION.

Les problèmes de régimes variables sont transformés, par le langage d'Univers de MINKOWSKI, en problèmes statiques à 4 dimensions. Par exemple, le champ des vitesses, variables avec le temps en un point donné, d'un écoulement fluide général, devient dans l'Univers un champ de quadrivitesse fonctions d'instant-point. Nous nous proposons ici d'appliquer cette manière de poser et de traiter les problèmes à celui de la diffraction d'une onde corpusculaire par un écran plan pourvu d'un diaphragme variable, initialement et finalement fermé. Soit :

$$(1) \quad x_1 = 0$$

l'équation de l'écran matériel plan, supposé infiniment mince, et

$$(2) \quad \mathcal{C}(x_2, x_3, t) = 0 \quad \text{ou} \quad \mathcal{C}(x_2, x_3, x_4) = 0, \quad \text{avec}$$

$$(3) \quad x_4 = i c t, \quad ,$$

les équations du contour variable de l'ouverture. Nous voyons déjà que le problème de diffraction-hachage va, dans l'Univers, s'identifier à un problème de diffraction par l'ouverture tridimensionnelle d'un écran plan du genre temps (1).

Le problème classique de la diffraction en régime permanent [1] est posé en lumière monochromatique ;  $\vec{x}$  ou  $x_\alpha$  ( $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$ ) désignant un point de l'espace ordinaire,  $\vec{k}$  ou  $k_\alpha$  un point de l'espace des "nombres d'ondes" qui lui est associé par transformation de Fourier, la grandeur vibrante  $\Psi(x)$  obéit à

une équation différentielle partielle de la forme

$$(4) \quad (\partial_{\alpha}^2 + k_0^2) \psi(\vec{x}) = 0 \quad ,$$

où  $\partial_{\alpha}^2$  désigne l'opérateur laplacien ; quant aux vecteurs fréquences spatiales  $\vec{k}$ , ils décrivent la sphère

$$(5) \quad k_{\lambda} k^{\lambda} - k_0^2 = 0 \quad .$$

Si maintenant  $x$  ou  $x_{\lambda}$  ( $\lambda, \mu, \nu, \rho = 1, 2, 3, 4$ ) et  $k$  ou  $k_{\lambda}$  désignent un instant-point et le quadrivecteur fréquence associés par transformations de Fourier, avec

$$(6) \quad k_4 = \frac{i}{c} \nu \quad ,$$

ces deux formules sont respectivement isomorphes de l'équation de Gordon.

$$(7) \quad (\partial_{\lambda}^2 - k_0^2) \psi(x) = 0$$

où  $\partial_{\lambda}^2$  désigne l'opérateur dalembertien, à laquelle satisfont les ondes associées aux corpuscules de masse propre

$$(8) \quad m_0 = \frac{h}{2 \pi c} k_0 \quad ,$$

et de l'équation de l'hyperboloïde à deux nappes

$$(9) \quad k_{\lambda} k^{\lambda} + k_0^2 = 0 \quad .$$

Finalement, le problème classique image du problème de la diffraction-hachage d'une "onde matérielle" est bien celui de la diffraction monochromatique en régime permanent. La solution générale rigoureuse de ce dernier problème a récemment fait l'objet d'un exposé remarquablement clair de M.C.J. Bouwkamp [1]. Nous nous proposons ici d'établir la généralisation quadridimensionnelle des formules de M. Bouwkamp, en partant de celles de notre théorie covariante relativiste des solutions de l'équation de Gordon [2].

### 3.- EXPRESSION DU PRINCIPE DE HUYGENS AVEC UNE PORTEUSE DES DONNÉES PLANE DU GENRE TEMPS.

Il nous suffira pour cette étude de considérer les transformations de Lorentz orthochrones.

Soit, dans l'espace-temps,  $\sigma(x) = 0$  une hypersurface quelconque du genre espace, et, dans le 4-espace  $k$ ,  $\eta(k) = 0$  l'hyperboloïde d'équation (9) ; les quadrivecteurs éléments de volumes sur  $\sigma$  et sur  $\eta$  seront respectivement

$$(10) \quad i d \sigma_\lambda = [dx_\mu dx_\nu dx_\rho] \quad , \quad i d \eta_\lambda = [dk_\mu dk_\nu dk_\rho] \quad ,$$

avec par hypothèse

$$(11) \quad - i d \sigma_4 < 0 \quad , \quad k_\lambda d \eta^\lambda > 0 \quad \text{ou} \quad k_4 d \eta_4 < 0 \quad ;$$

introduisons aussi le module  $d\eta$  de  $d\eta^\lambda$  suivant

$$(12) \quad k_0 d \eta_\lambda = - k_\lambda d \eta \quad , \quad k_0 > 0 \quad , \quad d \eta > 0 \quad ,$$

ainsi que le commutateur de signe bien connu, fonction d'instant-point sur  $\eta$

$$(13) \quad \xi(k) = \frac{- ik_4}{|- ik_4|} \quad .$$

Enfin soit

$$(14) \quad [\partial^\lambda] \equiv \frac{\partial^\lambda}{\rightarrow} - \frac{\partial^\lambda}{\leftarrow}$$

l'opérateur du courant de Gordon.

$D(x)$  désignant le propagateur de Stueckelberg [5]-Schwinger [7, équ. A.29], différence entre les potentiels retardé  $D_R(x)$  et avancé  $D_A(x)$ , différence aussi entre les contributions  $D_+(x)$  et  $D_-(x)$  des énergies positives et négatives, dont l'expression en intégrale de Fourier est

$$(15) \quad \begin{aligned} D(x) &\equiv D_R(x) - D_A(x) = D_+(x) - D_-(x) \\ &= - (2\pi)^{-3} \iiint_{\eta} (\exp i k^\lambda x_\lambda) \xi(k) d\eta \quad , \end{aligned}$$

on a, pour toute solution  $\Psi$  de l'équation de Gordon, la formule de résolution du problème de Cauchy [2 ; 6, équ. 2.22]

$$(16) \quad \Psi(y) = \frac{i}{2k_0} \iiint_{\sigma} D(y-x) [\partial^\lambda] \Psi(x) d\sigma_\lambda(x) \quad ;$$

$\Psi(x)$  et sa dérivée normale sont choisies arbitrairement sur  $\sigma$ .

Partant de cette formule, et  $\omega$  désignant un hyperplan quelconque du genre temps (qu'on peut toujours supposer avoir pour équation  $x_1 = 0$ ), dont le quadri-vecteur élément de volume pointe dans le demi-espace-temps où se trouve  $y$ , nous nous proposons de démontrer la formule

$$(17) \quad \Psi(y) = \frac{i}{2k_0} \iiint_{\omega} \bar{D}(y-x) [\partial^\lambda] \Psi(x) d\sigma_\lambda(x) \quad ,$$

où  $\bar{D}$  désigne la somme des potentiels avancé et retardé, dont l'expression en intégrale de Fourier est donnée par l'intégrale quadruple [7, équ. A.10]

$$(18) \quad \bar{D}(x) \equiv D_A(x) + D_R(x) = - \frac{(2\pi)^{-4}}{k_0} P \iiint \frac{\exp(ik^\lambda x_\lambda)}{k_\lambda k^\lambda + k_0^2} dk_1 dk_2 dk_3 dk_4 ;$$

cette fois, la fonction  $\Psi$  et sa dérivée normale ne peuvent plus être choisies arbitrairement sur  $\overline{\omega}$ , mais doivent y satisfaire une certaine équation intégrale. Rappelons que les fonctions  $D(x)$  et  $\bar{D}(x)$  sont (comme  $D_A(x)$  et  $D_R(x)$ ) nulles dans l'ailleurs.

Deux remarques nous serviront d'intermédiaires de raisonnement.

1°) L'instant-point  $y$  étant fixé, la formule (16) est valable non seulement avec une  $\sigma$  d'intégration du genre espace, mais avec une  $\Sigma$  quelconque coupant une fois et une seule toutes les demi-droites isotropes passées ou futures issues de  $y$ .

Cela résulte :  $\alpha$ ) de ce que  $D(y-x)$  est, pour tout  $x$ , solution de l'équation de Gordon [7], en sorte qu'on a l'équation de continuité

$$(19) \quad \partial_\lambda \{ D(y-x) [\partial^\lambda] \Psi(x) \} = 0 ;$$

$\beta$ ) de ce que  $D(y-x)$  est nulle à l'extérieur du cône isotrope de sommet  $y$ , assirilé à un tube d'Univers du genre temps.

Voici deux remarques importantes :

$\alpha$ ) Tandis que le  $\Psi(x)$  peut être choisi arbitrairement sur une portion de  $\Sigma$  du genre espace,  $\Psi(x)$  doit satisfaire à une certaine équation intégrale sur une portion de  $\Sigma$  du genre temps. Cela résulte directement de ce que  $D(y-x)$ , nulle dans l'ailleurs, est non nulle dans le passé et le futur.

$\beta$ ) En un point de jonction d'une portion  $\Sigma_E$  du genre espace et d'une portion  $\Sigma_T$  du genre temps, la normale à  $\Sigma$  est tangente à  $\Sigma$ , et elle traverse l'hyperplan tangent à  $\Sigma$  lorsqu'on passe de  $\Sigma_E$  à  $\Sigma_T$ .

2°) Notre seconde grande remarque est qu'une onde émise (ou absorbée) par une source (ou un puits) ponctuelle  $x$  infiniment éloignée dans l'espace-temps arrive en tout instant-point  $y$  à distance finie comme une onde plane pure dont le vecteur de propagation  $k_{(m)}$  est colinéaire à  $y-x$ . Cela se voit par l'argument de la phase stationnaire et des zones de Fresnel. En effet,  $|y-x|$  étant infiniment grand, toute onde plane émise de  $x$  dans une direction autre que  $k_{(m)}$  arrive en  $y$  avec un déphasage infiniment grand par rapport à l'onde directe  $k_{(m)}$ , en sorte que toutes ces ondes  $k \neq k_m$  se détruisent en moyenne.

La première remarque nous autorise à remplacer  $\sigma$  (supposée, pour fixer les idées, passée par rapport à  $y$ ) par :

$\alpha$ ) la portion de  $\overline{\omega}$ , d'équation  $x_1 = 0$ , située dans le passé de  $y$  ( $y_1 \neq 0$ ),

$\beta$ ) le demi-plan  $x_4 = -i\infty$  complétant la cloison du cône isotrope (soit  $x_1 > 0$  si  $y_1 > 0$ ).

La seconde remarque nous autorise à remplacer le demi-plan  $x_4 = -i\infty$ ,

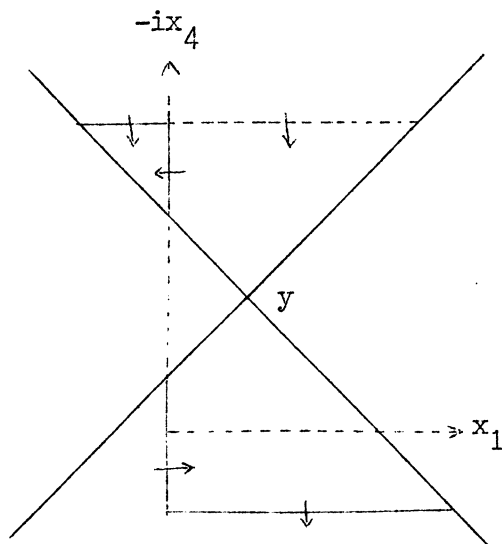


fig. 1.

$x_1 > 0$  par le demi-plan  $x_4 = +i\infty$ ,  $x_1 < 0$ , puis, à nouveau la première remarque, cette surface par la portion du plan  $\overline{\omega}$  située dans le futur de  $y$ .

L'orientation des diverses surfaces est celle indiquée sur la figure 1 ci-contre. Si l'on décide ensuite d'orienter tout l'hyperplan  $\overline{\omega}$  comme l'est sa portion passée, l'on peut faire porter le changement de signe sur le propagateur, et c'est ainsi qu'on passe du  $D$  de (16) au  $\bar{D}$  de (17).

Remarquons que le  $\Psi(y)$  défini par (17) subit une discontinuité à la traversée de  $\overline{\omega}$ ; ceci, joint au fait que le  $\bar{D}(y-x)$  est solution de l'équation de Gordon pour tout  $x$  sauf  $x = y$ , nous montre qu'une solution de l'équation de Gordon ne sera représentée par la formule (17) que, par exemple, dans le demi-Univers

$$(20) \quad y_1 > 0 \quad .$$

#### 4.- CONSEQUENCES DU PRINCIPE DE CAUSALITÉ.

Par principe de causalité nous entendons le principe de la vitesse infra-luminieuse de propagation des signaux.

Supposons que l'ouverture variable dans l'écran matériel plan  $x_1 = 0$  soit initialement et finalement fermée. Le contour  $\mathcal{C}$  de l'ouverture d'Univers dans l'hyperécran  $x_1 = 0$  étant partout du genre temps, il comprend au moins deux instants-points coniques, l'un initial  $I$  l'autre final  $F$ , tels que  $F-I$  soit du genre temps; l'on pourra toujours faire passer l'axe de temps par  $I$  et  $F$ .

Le demi-cône isotrope passé  $\mathcal{F}$  de sommet  $F$  et le demi-cône isotrope futur  $\mathcal{J}$  de sommet  $I$  partagent le demi-Univers  $x_1 \geq 0$  en 4 régions (fig.2) :

l'extérieur (E) de  $\mathcal{J}$  et de  $\mathcal{F}$ , le futur (R) de  $\mathcal{J}$  et de  $\mathcal{F}$ , le passé (A) de  $\mathcal{J}$  et de  $\mathcal{F}$ , l'intérieur (D) de  $\mathcal{J}$  et de  $\mathcal{F}$ . De la même manière, la face positive de l'hyperplan  $x_1 = 0$  est partagée (fig. 3) en les 4 régions  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{a}$  et  $\mathcal{O}$ .

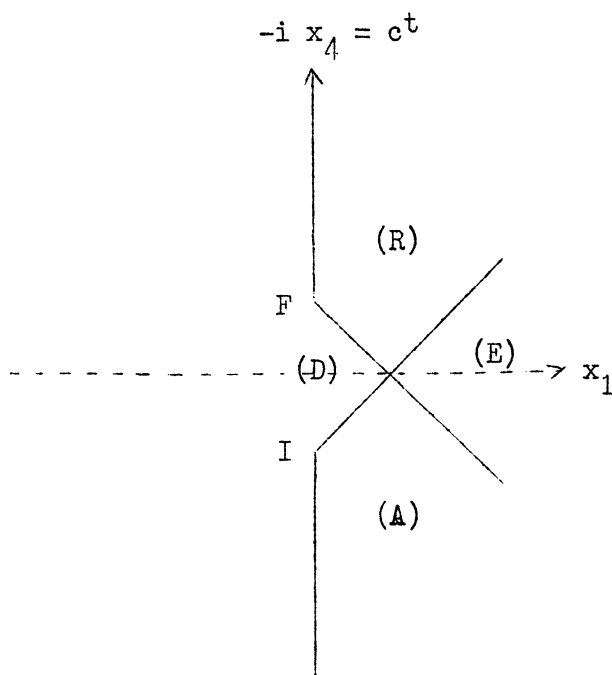


figure 2

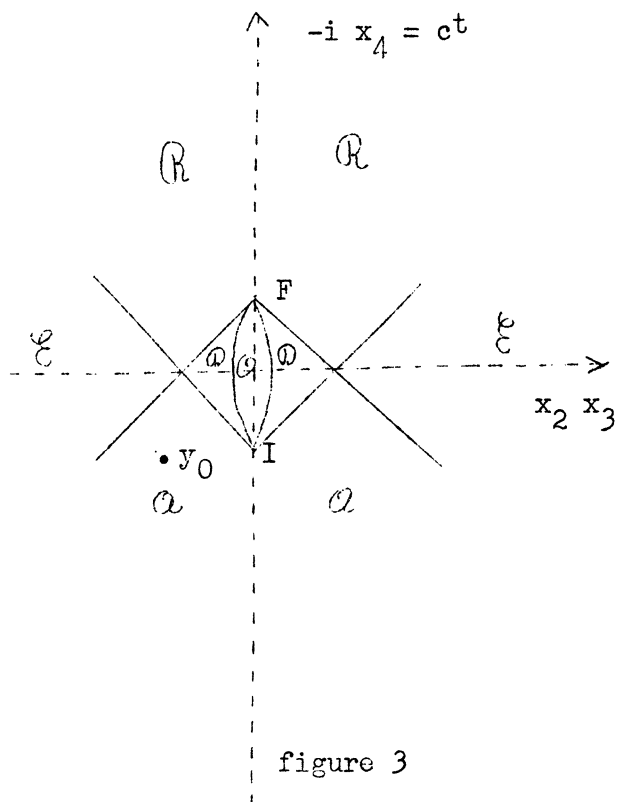


figure 3

D'après le principe de causalité, le  $\Psi(y)$  diffracté par l'ouverture  $\mathcal{O}$  dans le demi-Univers  $x_1 > 0$  est identiquement nul dans la région (E). Soit (fig. 3)  $y_0$  la projection orthogonale sur l'hyperplan  $\mathcal{O}$  d'équation  $x_1 = 0$  d'un point  $y$  de la région (E); les sources  $\Psi(x)$  portées par  $\mathcal{O}$  dont le rayonnement atteint  $y$  sont contenues dans le "passé" et le "futur" d'un hyperboloïde équilatère à deux nappes de centre  $y_0$ , domaines qui sont portés par les régions  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{a}$ . Comme cet hyperboloïde est arbitraire sur  $\mathcal{O}$ , nous voyons que le principe de causalité exige que  $\Psi(x)$  et  $\partial_1 \Psi(x)$  soient toutes deux identiquement nulles sur  $\mathcal{O}$  en dehors du losange  $\mathcal{O}$  (circonstance entièrement différente de celle qui se présente dans le problème de Dirichlet pour une équation elliptique).

Rappelons maintenant, [2] que,  $\eta$  désignant toujours l'hyperboloïde (9) et  $\mathcal{E}(k)$  le commutateur de signe (13), la décomposition de Fourier du  $\Psi(x)$  est de la forme

$$(21) \quad \Psi(x) = (2\pi)^{-3/2} \iiint_{\eta} (\exp ik_{\lambda} x^{\lambda}) \zeta(k) \varepsilon(k) d\eta \quad ,$$

et prenons le point  $y$  dans la région  $(R)$ . Les sources sur  $\bar{\omega}$  de l'onde  $\Psi_R(y)$  sont entièrement situées dans le passé de  $y$  en sorte que, d'après l'argument de continuité déjà utilisé, on peut leur substituer des sources portées par le demi-hyperplan  $x_4 = -i\infty$ ,  $x_1 \leq 0$ , et qu'alors, d'après l'argument des zones de Fresnel, la décomposition en ondes planes du  $\Psi_R(y)$  comprend uniquement des ondes "+" telles que  $k_1 > 0$ ,  $-ik_4 > 0$  et des ondes "-" telles que  $k_1 < 0$ ,  $-ik_4 < 0$ ; les premières portent des corpuscules, les secondes des anticorpuscules sortant de  $\mathcal{C}$ , résultat physiquement très satisfaisant. Autrement dit, dans la région  $(R)$  où l'onde diffractée  $\Psi_R(y)$  est entièrement retardée, la décomposition de Fourier (21) ne fait intervenir qu'une moitié,  $\eta_{++}$  et  $\eta_{--}$ , de chaque nappe  $\eta_+$  et  $\eta_-$  de l'hyperboloïde  $\eta$ . Symétriquement, dans la région  $(A)$  où l'onde diffractée  $\Psi_A(y)$  est entièrement avancée, la décomposition de Fourier (21) ne fait intervenir que le demi-hyperboloïde  $\eta_{-+}$ ,  $\eta_{+-}$ . Convenons d'appeler  $\zeta_R(k)$  un  $\zeta$  non nul seulement sur  $\eta_{++}$  et  $\eta_{--}$ , et  $\zeta_A(k)$  un  $\zeta$  non nul seulement sur  $\eta_{-+}$  et  $\eta_{+-}$ , et de poser d'une façon générale

$$(22) \quad \Psi_{R,A}(x) = (2\pi)^{-3/2} \iiint_{\eta} (\exp ik^{\lambda} x_{\lambda}) \zeta_{R,A}(k) \varepsilon(k) d\eta \quad ;$$

$\Psi$  se réduit à  $\Psi_R(x)$  dans la région  $(R)$ , à  $\Psi_A(x)$  dans la région  $(A)$ , et, dans la région  $(0)$ , l'on a

$$(23) \quad \Psi_0(x) = \Psi_A(x) + \Psi_R(x) \quad ;$$

notons bien que, dans la région  $(0)$ ,  $\Psi_A$  et  $\Psi_R$  ne représentent pas la partie avancée et la partie retardée du  $\Psi$ !

Par ailleurs, dans le calcul du  $\Psi(y)$  dans la région  $(R)$  ou dans la région  $(A)$ , le  $\Psi(x)$  n'est non nul que dans le passé ou le futur de  $y$ ; ceci nous permet, dans (17), de substituer au  $\bar{D}$  le  $D$  suivant

$$(24) \quad \Psi_{R,A}(y) = \pm \frac{1}{2k_0} \iiint_{x_1=0} D(y-x) [\partial_1] \Psi(x) dx_2 dx_3 dx_4 \quad ,$$

et le fait que le développement de Fourier du  $D$  soit donné par une intégrale triple va nous être précieux dans la déduction que nous avons en vue.

Substituons, dans cette formule, les développements de Fourier (15) et (22) du  $D$  et du  $\Psi$ . Si nous associons deux ondes planes de  $k$  différents avec des projections  $\vec{k}$  différentes sur l'hyperplan  $x_1 = 0$ , il vient par intégration



zéro comme d'habitude (convergence "en moyenne"). Associant deux  $k$  différents de mêmes projections  $\vec{k}$  ; il vient encore zéro, du fait cette fois du jeu de l'opérateur  $[\partial_1]$  et du fait qu'alors  $k'_1 = -k_1$ . Finalement les seules contributions effectives à l'intégrale s'obtiennent en prenant le même  $k$  dans les deux développements de Fourier ; alors, la répétition du dernier argument montre que les deux termes engendrés dans l'intégrand par l'opérateur  $[\partial_1]$  sont égaux. Compte tenu du développement de Fourier (15) de la fonction  $D$ , nous obtenons les généralisations retardées et avancées de deux formules connues de Lord Rayleigh [1, équ. 2.6, 2.7, 2.16], essentiellement écrites pour la région (R) et pour la région (A).

$$(25) \quad \Psi_{R,A}(y) = \pm \frac{1}{k_0} \iiint_{x_1=0} D(y-x) \frac{\partial}{\partial x_1} \Psi(x) dx_2 dx_3 dx_4 ,$$

$$(26) \quad \Psi_{R,A}(y) = \mp \frac{1}{k_0} \iiint_{x_1=0} \Psi(x) \frac{\partial}{\partial x_1} D(y-x) dx_2 dx_3 dx_4 .$$

Naturellement, dans (24), (25), (26), nous pouvons aussi bien écrire, dans la région (R),  $D_R$  à la place de  $D$  et, dans la région (A),  $D_A$ , car  $D_R$  et  $D_A$  sont, elles aussi, nulles dans l'ailleurs. Tout en imposant à  $y$  de se trouver dans (R) ou dans (A), nous pouvons faire en sorte que la portion de  $\mathcal{D}$  (fig.3) intérieure au cône isotrope de sommet  $y$  soit arbitrairement petite au voisinage de  $F$  ou de  $I$ . Ceci nous permet de conclure que l'on a identiquement, quel que soit  $y$  cette fois ( $y_1 > 0$ ),

$$(27) \quad \iiint_{x_1=0} \left\{ D_{R,A}(y-x) \frac{\partial}{\partial x_1} \Psi(x) + \Psi(x) \frac{\partial}{\partial x_1} D_{R,A}(y-x) \right\} dx_2 dx_3 dx_4 \equiv \\ \iiint_{x_1=0} \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ D_{R,A}(y-x) \Psi(x) \right\} dx_2 dx_3 dx_4 = 0 ,$$

d'où finalement, quel que soit  $y$  ( $y_1 > 0$ ),

$$(28) \quad \Psi(y) = \frac{1}{k_0} \iiint_{x_1=0} \bar{D}(y-x) \frac{\partial}{\partial x_1} \Psi(x) dx_2 dx_3 dx_4 ,$$

$$(29) \quad \Psi(y) = - \frac{1}{k_0} \iiint_{x_1=0} \Psi(x) \frac{\partial}{\partial x_1} \bar{D}(y-x) dx_2 dx_3 dx_4 .$$

Ces deux nouvelles généralisations des formules de Rayleigh sont valables dans tout<sup>le</sup> demi-Univers  $y_1 > 0$ , mais le propagateur  $\bar{D}$  qu'elles contiennent a un développement de Fourier en intégrale quadruple. C'est cela qui a imposé le raisonnement détourné que nous avons fait.

Ce dernier trait a quelque chose de paradoxal, car il exclut que, dans le cas statique et en lumière monochromatique, les (28) et (29) viennent coïncider

avec les formules classiques de Rayleigh [1, équ. 2.6 et 2.7], où le développement de Fourier de la fonction de Green est donné par une intégrale double étendue à une demi-sphère [1, équ. 2.16].

Le cas statique est caractérisé par le fait que le contour de l'ouverture  $\mathcal{O}$  (fig.3) est formé de deux parallèles à l'axe de temps : on a une "fente d'Univers". Dans ce cas, le losange  $\mathcal{D}$  couvre le plan  $x_1 = 0$  tout entier, en sorte que tout point  $y$  à distance finie se trouve dans la région  $(D)$  (fig.2).

Il est très facile d'écrire les formules covariantes relativistes qui, dans ces conditions, contiennent comme cas particuliers les formules classiques de Rayleigh ; elles impliquent le propagateur, également bien connu,

$$(30) \quad D_0 = D_+ + D_- = - (2\pi)^{-3} \iiint_{\eta} (\exp i k^\lambda x_\lambda) d\eta ,$$

très avantageux en ce que, d'une part, il est représenté par une intégrale triple et en ce que, d'autre part, il est solution de l'équation de Gordon pour tout  $x$ , mais absolument inacceptable dans les problèmes de régimes variables en ce qu'il n'est pas nul dans l'ailleurs.

#### 5.- 2e, 3e et 4e RELATIONS D'INCERTITUDE.

Reprenons les formules généralisées de Rayleigh (25) et (26), et rappelons le développement de Fourier (15) du  $D$ . Rappelons aussi la définition des 4 portions d'hyperboloïde  $\eta_{++}$ ,  $\eta_{--}$ ,  $\eta_{-+}$ ,  $\eta_{+-}$  donnée entre les formules (21) et (22). De (15), (25) et (26), nous déduisons

$$(31) \quad \zeta_{R,A}(\vec{k}) = \mp \frac{(2\pi)^{-3/2}}{k_0} \iiint_{\mathcal{D}} (\exp -i \vec{k} \vec{x}) \partial_1 \Psi(\vec{x}) dx_2 dx_3 dx_4$$

$$(32) \quad \frac{1}{ik_1} \zeta_{R,A}(\vec{k}) = \mp \frac{(2\pi)^{-3/2}}{k_0} \iiint_{\mathcal{D}} (\exp -i \vec{k} \vec{x}) \Psi(\vec{x}) dx_2 dx_3 dx_4 ;$$

nous avons respectivement désigné par  $\vec{k}$  et  $\vec{x}$  des vecteurs des hyperplans  $k_1 = 0$  et  $x_1 = 0$ , en notant qu'à chaque  $\vec{k}$  correspond un seul  $k_R$  et un seul  $k_A$ . Ce sont là deux intégrales de Fourier ordinaires, équivalentes entre elles ; du fait que le domaine  $\mathcal{D}$  (fig.3) est limité dans ses 3 dimensions, il suit les 2e, 3e et 4e relations d'incertitude

$$(33) \quad \Delta x_\chi \Delta k_\chi \simeq 1 , \text{ sans sommation sur } \chi = 2, 3, 4.$$

Rappelons que les  $\zeta$  ne sont non nulles que dans les deux concavités de l'hyperboloïde

$$(34) \quad \vec{k}^2 + k_0^2 = 0 \quad .$$

Orientant l'hyperplan  $k_1 = 0$  comme  $x_1 = 0$ , tenant compte de (10) et de (12) pour  $\lambda = 1$ , et conservant la définition (22) pour  $x_1 = 0$ , nous pouvons la récrire suivant

$$(35) \quad \Psi_{R,A}(\vec{x}) = \mp k_0 (2\pi)^{-3/2} \iiint_{k_1=0} \xi(k) (\exp i \vec{k} \cdot \vec{x}) \frac{1}{ik_1} \zeta_{R,A}(\vec{k}) dk_2 dk_3 dk_4 ,$$

ou, équivalamment,

$$(36) \quad \partial_1 \Psi_{R,A}(\vec{x}) = \mp k_0 (2\pi)^{-3/2} \iiint_{k_1=0} \xi(k) (\exp i \vec{k} \cdot \vec{x}) \zeta_{R,A}(\vec{k}) dk_2 dk_3 dk_4 ;$$

ce sont là les réciproques de (31) et (32).

Remarquons que l'opération de diffraction-hachage discutée dans la présente étude équivaut à une mesure des coordonnées  $x_2$  et  $x_3$  et du temps de passage  $x_4$  du corpuscule à travers l'écran  $x_1 = 0$ .

## 6.- REMARQUES FINALES.

C.J. Bouwkamp, dans son étude citée [1], a substitué aux traitements approximatifs intuitifs du problème de la diffraction de Fresnel, de Kirchhoff, etc..., un traitement rigoureux, aboutissant à écrire une équation intégrale (cas de l'écran réfléchissant : op. cit. équ. 2.10) ou intégró-différentielle (cas de l'écran absorbant : op. cit. équ. 2.11) dans le plan de l'ouverture  $\odot$ .

Dans notre problème de régime variable impliquant une équation hyperbolique, il nous est impossible de démarquer "sans plus" les raisonnements de Bouwkamp, parce que, contrairement à ce qui a lieu dans le problème classique, notre fonction de Green  $\bar{D}(x)$  n'est plus solution de l'équation de Gordon (7) pour  $x = 0$ . Si donc nous voulons que les formules (17), (28), (29) deviennent valables pour  $y_1 = 0$ , il nous faut les compléter par un terme additif impliquant un recours à la théorie des distributions.

Tel est le second des deux problèmes que nous nous contenterons, pour cette fois, de poser, le premier étant celui de savoir si l'on peut satisfaire à l'équation hyperbolique (7) en imposant à sa solution  $\Psi(x)$  pour  $x_1 = 0$  et à sa dérivée normale  $\partial_1 \Psi(x)$  d'être simultanément nulles en dehors du "losange"  $\textcircled{1}$  à parois isotropes de la figure 3, page 15-06.

Comme le problème physique tel que nous le posons admet certainement une solution, et certainement une solution conforme au principe de la propagation des signaux à vitesse infra-lumineuse, nous pensons que la solution mathématique conforme aux critères que nous avons exposés doit exister.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOUWKAMP (C.J.) - Diffraction theory, in Reports on progress in Physics, 17, 1954, p. 35-100.
- [2] COSTA de BEAUREGARD (O.) - Exposé au Séminaire L. de Broglie du 9 novembre 1954; C.R. Acad. Sc. Paris, 239, 1954, p. 1357.
- [3] COSTA de BEAUREGARD (O.) - C.R. Acad. Sc. Paris, 225, 1947, p. 724 ; Particules fondamentales et noyaux (Colloques internationaux du CNRS) Paris, 1953, p. 207-216 ; C.R. Acad. Sc. Paris, 240, 1955, p. 160.
- [4] MOSHINSKY (M.) - Phys. Rev., 88, 1952, p. 625-631 ; Rev. Mex. de Fisica, 1, 1952, p. 151-164 ; C.R. Acad. Sc. 238, 1954, p. 2395.
- [5] STUECKELBERG (E.C.G.) - Arch. Sc. Phys. Nat., Genève, 56, 1939, n° 1.
- [6] SCHWINGER (J.) - Phys. Rev., 74, 1948, p. 1439-1461.
- [7] SCHWINGER (J.) - Phys. Rev., 75, 1949, p. 677-679.
-