Séminaire L. de Broglie. Théories physiques

K. H. Tzou

Les champs tensoriels

Séminaire L. de Broglie. Théories physiques, tome 24 (1954-1955), exp. nº 13, p. 1-9
<http://www.numdam.org/item?id=SLDB_1954-1955__24__A12_0>

Faculté des Sciences de Paris
-:-:-:-
Séminaire de Théories Physiques
(Séminaire Louis de BROGLIE)
Année 1954/55
-:-:-:-

Exposé n° 13

LES CHAMPS TENSORIELS.

par K.H. TZOU

-:-:-:-

La théorie des particules élémentaires consiste à associer à chaque espèce de particules un champ. Le champ est choisi selon le spin des particules. D'après le moyen de description, les champs peuvent être classés en deux catégories. D'abord, il y a les champs spinoriels dont les variables sont des spineurs ($\psi_{\alpha\beta\ldots}$) qui satisfont aux équations différentielles du premier ordre du type suivant :

$$(\gamma_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} + \varkappa)\psi = 0 \quad ,$$

γ_λ étant quatre matrices obéissant à une certaine algèbre non commutative [L. de Broglie, N. Kemmer]. Avec les champs spinoriels, on peut tenir compte des particules de spin demi-entier ainsi que des particules de spin entier. Un spineur à un seul indice (ψ_α) représente un champ de spin $\frac{1}{2}$. Un champ spinoriel à deux indices ($\psi_{\alpha\beta}$) ne correspond pas à un certain spin bien défini. Mais il est réductible à un champ de spin total 1 et un champ de spin 0 avec en outre une composante nulle. Il est donc un champ de spin total maximum 1.

Dans le cas des particules de spin entier, la description des champs peut s'effectuer, d'une autre façon, au moyen des tenseurs ($\Psi_{\lambda\rho\ldots}$) soumis à des équations différentielles du second ordre [A. Proca, N. Kemmer, M. Fierz]. Comme l'opérateur différentiel fondamental du second ordre est $\Box - \varkappa^2$, les équations des champs sont des équations du type Dalembertien :

$$(\Box - \varkappa^2)\Psi = 0 \quad .$$

Si Ψ est un scalaire, le champ représente les particules de spin 0. Un champ vectoriel ne correspond pas à un spin bien défini. S'il est soumis à la condition supplémentaire de divergence nulle, il sera un champ de spin total 1. Si non, il a quatre composantes indépendantes et l'on peut démontrer qu'il représente une superposition de quatre états de spin bien définis : trois états de spin 1 et un de spin 0. Ces états de spin peuvent être séparés de façon explicite ($\varkappa \neq 0$). Le champ vectoriel est donc, comme le champ spinoriel à deux indices, un champ de spin total maximum 1 aussi.

En général, un champ tensoriel sans condition supplémentaire ne représente pas un spin bien défini, mais un mélange de certains spins bien définis. Chaque composante non nulle du tenseur correspond à un certain état de spin. Les états de spin peuvent être décomposés de façon explicite $(\varkappa \neq 0)$. D'autre part, le champ n'a pas non plus une énergie totale définie positive. Mais la décomposition des états de spin est en même temps la décomposition covariante des parties positives et négatives de l'énergie totale.

I. CHAMPS LIBRES

Le lagrangien d'un champ tensoriel de rang $n(\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_n})$ est

$$L = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_\lambda}\frac{\partial \Psi}{\partial x_\lambda} + \varkappa^2 \bar{\Psi}\Psi\right) \quad .$$

Le tenseur d'énergie-impulsion du champ s'écrit alors

$$T_{\mu\nu} = \tfrac{1}{2}\left[\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_\mu}\frac{\partial \Psi}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_\mu}\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_\nu} - \delta_{\mu\nu}\left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_\lambda}\frac{\partial \Psi}{\partial x_\lambda} + \varkappa^2 \Psi\bar{\Psi}\right)\right] \quad ,$$

et l'énergie-impulsion totale

$$P_\nu = \frac{1}{c}\int_\sigma T_{\mu\nu}\, d\sigma_\mu \quad .$$

D'après le principe général de variation du formalisme lagrangien, le moment cinétique total du champ se compose de deux parties : $M_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}$. $M_{\mu\nu}$ est le moment cinétique orbital

$$M_{\mu\nu} = \frac{1}{c}\int_\sigma (x_\mu T_{\lambda\nu} - x_\nu T_{\lambda\mu})\, d\sigma_\lambda \quad ,$$

et $S_{\mu\nu}$ est le spin du champ

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{c}\int_\sigma S_{\lambda\mu\nu}\, d\sigma_\lambda \quad ,$$

où

$$S_{\lambda\mu\nu} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha_1\dots\alpha_{i-1}\mu\alpha_{i+1}\dots\alpha_n}}{\partial x_\lambda}\Psi_{\alpha_1\dots\alpha_{i-1}\nu\alpha_{i+1}\dots\alpha_n} - \frac{\partial \Psi_{\alpha_1\dots\alpha_{i-1}\nu\alpha_{i+1}\dots\alpha_n}}{\partial x_\lambda}\bar{\Psi}_{\alpha_1\dots\alpha_{i-1}\mu\alpha_{i+1}\dots\alpha_n}\right] \quad .$$

Etudions d'abord un champ v. ou p. v. (A_λ) pour montrer de quelle façon les états de spin peuvent être décomposés de façon explicite. Dans ce cas,

$$(\square - \varkappa^2)\, A_\lambda = 0 \quad .$$

Ainsi $$\varkappa^2 A_\lambda = \frac{\partial F_{\rho\lambda}}{\partial x_\rho} + \frac{\partial X}{\partial x_\lambda} \quad , \quad (F_{\lambda\rho} = \frac{\partial A_\rho}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\rho} \quad , \quad X = \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\lambda}) \quad .$$

On peut décomposer A_λ en deux champs composants : $A_\lambda = B_\lambda + C_\lambda$, pour que B_λ détermine $F_{\lambda\rho}$ et C_λ détermine X de façon séparée et indépendante. Pour ce faire, il faut que

$$\frac{\partial B_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0 \quad , \quad \frac{\partial C_\rho}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial C_\lambda}{\partial x_\rho} = 0 \quad .$$

Mais la rotation nulle réduit C_λ à un scalaire : $C_\lambda = \varkappa^{-1} \dfrac{\partial \Sigma}{\partial x_\lambda}$. Finalement

(1) $$A_\lambda = B_\lambda + \varkappa^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial x_\lambda} \quad , \quad \frac{\partial B_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0 \quad .$$

Alors $F_{\lambda\rho} = \dfrac{\partial B_\rho}{\partial x_\lambda} - \dfrac{\partial B_\lambda}{\partial x_\rho}$ et $X = \varkappa \Sigma$. B_λ détermine donc $F_{\lambda\rho}$ et Σ détermine X séparément. Avec (1), L , P_ν et $M_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}$ se décomposent tous en deux parties indépendantes dont l'une correspond à B_λ et l'autre à Σ . Mais $S^{(\Sigma)}_{\mu\nu} = 0$, $P^{(\Sigma)}_0 < 0$ et $P^{(B)}_0 > 0$. Le champ A_λ se décompose ainsi de façon explicite en B_λ et Σ , B_λ étant un champ v. à divergence nulle donc de spin total 1 et Σ un champ s. de spin 0 .

Cette décomposition à l'aide de la divergence nulle peut être généralisée à un champ tensoriel de rang 2 $(\Omega_{\alpha\beta})$ sans condition supplémentaire en lui appliquant le procédé (1) par rapport à chacun des deux indices. Le schéma de décomposition est alors

$$\Omega_{\alpha\beta} = \omega_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + \varkappa^{-2} \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x_\alpha\, \partial x_\beta} \quad ,$$

$$\frac{\partial \omega_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial \omega_{\beta\alpha}}{\partial x_\alpha} = 0 \quad , \quad \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0 \quad .$$

Mais $\omega_{\alpha\beta}$ peut se décomposer en un tenseur symétrique $\theta_{\alpha\beta}$ et un tenseur antisymétrique $\varphi_{\alpha\beta}$. Ainsi

$$\Omega_{\alpha\beta} = \theta_{\alpha\beta} + \varphi_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + \varkappa^{-2}\,\frac{\partial^2\,\Sigma}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta}\quad ,$$

$$\frac{\partial\,\theta_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = 0\quad ,\quad \frac{\partial\,\varphi_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = 0\quad ,\quad \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0\quad ,\quad \frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0\quad .$$

Si $\Phi_{\alpha\beta}$ est un champ du rang 2 antisymétrique sans condition supplémentaire, la décomposition doit s'effectuer évidemment avec le schéma

$$(2)\qquad \Phi_{\alpha\beta} = \varphi_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_\beta}\right)\quad .$$

Pour un champ de rang 2 symétrique $\Theta_{\alpha\beta}$, le schéma de décomposition est

$$\Theta_{\alpha\beta} = \theta_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + \varkappa^{-2}\,\frac{\partial^2\,\Sigma}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta}\quad .$$

Les champs composants Σ , $\varphi_{\alpha\beta}$ et $\theta_{\alpha\beta}$ ont tous une énergie totale définie positive et B_α , C_α ont une énergie totale négative. Les parties positives et négatives de l'énergie totale sont ainsi complètement séparées de façon covariante à l'aide de la divergence nulle. Σ est un champ s. B_α et C_α sont deux champs v. à divergence nulle donc tous deux de spin 1 . Le champ antisymétrique $\varphi_{\alpha\beta}$ à divergence nulle a seulement trois composantes indépendantes. Il est équivalent à un champ p.v. à divergence nulle et est donc un champ de spin 1 aussi. $\theta_{\alpha\beta}$, ayant six composantes indépehdantes, ne représente pas un certain spin bien défini.

Le champ $\theta_{\alpha\beta}$ représente en fait un mélange de deux spins : 2 et 0 . La trace $\theta_{\alpha\alpha}$ constitue un champ composant s. et peut être séparée de façon explicite des autres composantes du champ. La décomposition s'effectue d'après le schéma

$$\theta_{\alpha\beta} = \bar{\theta}_{\alpha\beta} + d_{\alpha\beta}\bar{\Sigma}\quad ,\quad \frac{\partial\,\bar{\theta}_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = 0\quad ,\quad \bar{\theta}_{\alpha\alpha} = 0\quad .\qquad \left(d_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \varkappa^{-2}\,\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta}\right).$$

Alors $\theta_{\alpha\alpha} = 3\,\bar{\Sigma}$ constitue un champ s. et $\bar{\theta}_{\alpha\beta}$, remplissant les conditions de divergence et de trace nulles et ayant cinq composantes indépendantes, est bien un champ de spin total 2 . Les deux champs ont tous une énergie totale positive. Finalement, le schéma de la décomposition complète du champ symétrique $\Theta_{\alpha\beta}$ par rapport aux états de spin s'écrit

$$\Theta_{\alpha\beta} = \bar{\theta}_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial B_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + \varkappa^{-2}\frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta} + d_{\alpha\beta}\bar{\bar{\Sigma}} \quad . \tag{3}$$

Pour le champ du rang 2 général $\Omega_{\alpha\beta}$, le schéma complet est

$$\Omega_{\alpha\beta} = \bar{\theta}_{\alpha\beta} + \varphi_{\alpha\beta} + \varkappa^{-1}\left(\frac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\beta}\right) + \varkappa^{-2}\frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta} + d_{\alpha\beta}\bar{\bar{\Sigma}} \quad . \tag{4}$$

La décomposition explicite des états de spin peut être généralisée aux champs tensoriels de rang quelconque.

Il est supposé jusqu'ici que la masse propre des quanta est différente de zéro $(\varkappa \neq 0)$. Si la masse propre est strictement nulle, le problème est très différent. Pour un champ v. (A_λ) par exemple, si l'on essaie la "décomposition" comme en cas de masse propre non nulle, le schéma doit être

$$A_\lambda = B_\lambda + \frac{\partial \Sigma}{\partial x_\lambda} \quad , \quad \frac{\partial B_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0 \quad . \tag{5}$$

Mais alors $\frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\lambda} = 0$ aussi et A_λ est, au point de vue physique, équivalent à B_λ tandis que Σ ne constitue pas un champ. (5) impose automatiquement à A_λ la condition de divergence nulle. B_λ a seulement deux composantes indépendantes correspondant aux deux états possibles du spin total 1 en cas de masse propre nulle. Ainsi, si A_λ ne remplit aucune condition supplémentaire, le procédé (5) ne peut lui être imposé. Il n'y a alors aucun moyen d'effectuer la décomposition des états de spin du champ A_λ et il est impossible de préciser quel spin ou quel mélange de spins peut représenter ce champ. Si A_λ remplit la condition de divergence nulle, (5) peut lui être appliqué et A_λ est alors équivalent à B_λ. (5) est ainsi la transformation de jauge et A_λ est invariant de jauge. L'invariance de jauge est une condition nécessaire pour la précision du spin des quanta de masse propre nulle.

Si $\Theta_{\alpha\beta}$ est un champ du rang 2 symétrique de masse propre nulle, la trace $\Theta_{\alpha\alpha}$ constitue d'abord un champ composant s. et peut être séparée de façon explicite malgré la masse propre nulle. Cela du fait que la trace n'est qu'une simple relation algébrique de certaines composantes du champ. La séparation de la trace s'effectue avec le schéma

$$\Theta_{\alpha\beta} = \bar{\Theta}_{\alpha\beta} + \delta_{\alpha\beta}\bar{\bar{\Sigma}} \quad , \quad \bar{\Theta}_{\alpha\alpha} = 0 \quad . \tag{6}$$

$\Theta_{\alpha\beta} = 4\,\overline{\Sigma}$ constitue un champ s. de masse propre nulle. $\overline{\Theta}_{\alpha\beta}$ a encore neuf composantes indépendantes et ne correspond pas à un certain spin bien défini. Mais il est impossible de le décomposer encore à l'aide de la divergence nulle comme on le fait dans le cas de la masse propre non nulle. Si $\overline{\Theta}_{\alpha\beta}$ remplit la condition de divergence nulle, il sera invariant de jauge par rapport à la transformation de jauge suivante (cf. (3)) :

$$(7)\qquad \begin{cases} \overline{\Theta}_{\alpha\beta} = \overline{\theta}_{\alpha\beta} + \dfrac{\partial B_\beta}{\partial x_\alpha} + \dfrac{\partial B_\alpha}{\partial x_\beta} + \dfrac{\partial^2 \Sigma}{\partial x_\alpha\, \partial x_\beta} \quad , \\[2ex] \overline{\theta}_{\alpha\alpha} = 0 \quad , \quad \dfrac{\partial\, \overline{\theta}_{\alpha\beta}}{\partial x_\alpha} = 0 \quad , \quad \dfrac{\partial B_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0 \quad . \end{cases}$$

$\overline{\Theta}_{\alpha\beta}$ est équivalent à $\overline{\theta}_{\alpha\beta}$ et B_α , Σ ne constituent pas des champs. Dans ce cas, $\overline{\Theta}_{\alpha\beta}$ a seulement deux composantes indépendantes correspondant aux deux états possibles du spin 2 en cas de masse propre nulle. L'étude se généralise aisément aux champs tensoriels de rang quelconque de masse propre nulle.

II. INTÉRACTIONS AVEC CHAMP SPINORIEL

L'interaction d'un champ v. ou p.v. (A_λ) avec le champ spinoriel de Dirac (ψ) peut être introduite avec le lagrangien d'interaction

$$L' = \varkappa^{-1} \mathcal{S}\, X + \mathcal{J}_\lambda\, A_\lambda + \frac{\varkappa^{-1}}{2}\, \mathcal{M}_{\lambda\rho} F_{\lambda\rho} \quad .$$

Il représente les trois couplages s. (p.s.), v. (p.v.), et t. (p.t.). $\mathcal{S}$, $\mathcal{J}_\lambda$ et $\mathcal{M}_{\lambda\rho}$ sont les grandeurs tensorielles du champ ψ :

$$\mathcal{S} = \begin{cases} f\,\overline{\psi}\,\psi & \text{(s.)} \\ i f\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\psi & \text{(p.s.)} \end{cases} \quad , \qquad \mathcal{J}_\lambda = \begin{cases} i\,e\,\overline{\psi}\,\gamma_\lambda\,\psi & \text{(v.)} \\ i\,e\,\overline{\psi}\gamma_5\gamma_\lambda\psi & \text{(p.v.} \end{cases} \quad ,$$

$$\mathcal{M}_{\lambda\rho} = \begin{cases} g\,\overline{\psi}\,\sigma_{\lambda\rho}\,\psi & \text{(t.)} \\ i g\,\overline{\psi}\,\gamma_5\,\sigma_{\lambda\rho}\,\psi & \text{(p.t.)} \end{cases}$$

Dans ce cas, les états de spin du champ A_λ peuvent être décomposés d'après le schéma

$$(8)\qquad A_\lambda = B_\lambda + \varkappa^{-1} \frac{\partial \Sigma}{\partial x_\lambda} \quad , \quad \frac{\partial B_\lambda}{\partial x_\lambda} = \varkappa^{-2} \frac{\partial \mathcal{J}_\lambda}{\partial x_\lambda} \quad .$$

La décomposition est complète en ce qui concerne même les interactions, si l'on ajoute à L' le terme $-\frac{\varkappa^{-2}}{2} \mathcal{S}^2$, un self-couplage du champ ψ . Les champs composants B_λ et Σ n'interviennent pas à une interaction mutuelle quelconque et ils interagissent séparément avec ψ par les couplages habituels respectifs. Ainsi, si un quantum du champ A_λ se trouve dans un certain état de spin défini (1 ou 0) , il ne peut pas changer de spin même en présence des interactions avec ψ .

Dans l'espace de moment, il est facile de préciser, au sein du champ A_λ , les processus concernant un quantum de spin défini (1 ou 0) et de polarisation précise en cas de spin total 1 . Si, dans certains problèmes de quanta virtuels, les quanta de spin 1 et les quanta de spin 0 interviennent simultanément, on peut prendre le champ A_λ pour représenter ces deux espèces de quanta au lieu de deux champs séparés. Il est même permis, pour les processus virtuels, de traiter le champ A_λ sous sa propre forme avec l'idée de quatre "quanta fictifs" (λ = 1 , 2 , 3 , 4). En ce qui concerne seulement les interactions, l'énergie négative de l'état de spin 0 ne constitue pas une difficulté.

Au cas où $\varkappa = 0$, il est impossible de préciser le spin d'un quantum du champ A_λ . Mais pour traiter les problèmes de processus virtuels, le champ A_λ (quatre quanta fictifs) peut être adopté au lieu du champ de Maxwell et Lorentz. Dans ce cas, un couplage s. $(\sim \mathcal{S}\, \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\lambda})$ peut même être introduit, il n'aura en fait aucune contribution aux problèmes de ce genre. En Electrodynamique, la condition de Lorentz est donc une restriction superflue pour les problèmes de photons virtuels. S'il s'agit des photons réels, cette condition est indispensable pour la précision du spin des photons.

Si l'on a à considérer simultanément deux espèces de quanta de spin total 1 , l'une de quanta v. et l'autre de quanta p.v., un seul champ - le champ tensoriel du rang 2 antisymétrique sans condition supplémentaire - peut être adopté au lieu de deux champs séparés.

III. INTERACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

A la différence des interactions linéaires avec champ spinoriel, les intéractions d'un champ v. avec un champ électromagnétique sont quadratiques par rapport aux variables du champ v. considéré. Ce fait ne permet plus une décomposition parfaite des états de spin en ce qui concerne les interactions.

Le champ électromagnétique (a_λ) est invariant de jauge. On suppose que les quanta du champ v. dans les états de spin total 1 possèdent un moment magnétique $\frac{e_0}{2\varkappa}$ comme dans les théories habituelles. Le lagrangien doit s'écrire alors

$$L = -\partial_\rho^* A_\lambda^* \partial_\rho A_\lambda - \varkappa^2 A_\lambda^* A_\lambda - \tfrac{1}{2} \mathfrak{M}_{\lambda\rho} f_{\lambda\rho} ,$$

où $f_{\lambda\rho} = \frac{\partial a_\rho}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial a_\lambda}{\partial x_\rho}$, $\partial_\lambda = \frac{\partial}{\partial x_\lambda} - i e a_\lambda$, $\partial_\lambda^* = \frac{\partial}{\partial x_\lambda} + ie a_\lambda$, $e = \frac{e_0}{\hbar c}$,

et $\mathfrak{M}_{\lambda\rho} = i e(A_\lambda^* A_\rho - A_\rho^* A_\lambda)$ est le moment dipolaire électromagnétique (de l'unité $\frac{e_0}{2\varkappa}$) du champ A_λ . En tenant compte de l'invariance de jauge, le schéma de décomposition des états de spin est évidemment

$$(9) \qquad A_\lambda = B_\lambda + \varkappa^{-1} \partial_\lambda \Sigma , \quad A_\lambda^* = B_\lambda^* + \varkappa^{-1} \partial_\lambda^* \Sigma^* .$$

Il est facile de démontrer que B_λ et B_λ^* satisfont aux conditions

$$\partial_\lambda B_\lambda = \tfrac{1}{2} i e \varkappa^{-1} f_{\lambda\rho} (G_{\lambda\rho} - ie\varkappa^{-1} f_{\lambda\rho} \Sigma) , \quad (G_{\lambda\rho} = \partial_\lambda B_\rho - \partial_\rho B_\lambda)$$

$$\partial_\lambda^* B_\lambda^* = -\tfrac{1}{2} ie\varkappa^{-1} f_{\lambda\rho} (G_{\lambda\rho}^* + ie\varkappa^{-1} f_{\lambda\rho} \Sigma^*) .$$

Après cette décomposition, le lagrangien devient, à une divergence près,

$$L = L^{(B)} + L^{(\Sigma)} + L'^{(\Sigma a)} + L'^{(B\Sigma)} ,$$

où $$L^{(B)} = -\tfrac{1}{2} G_{\lambda\rho}^* G_{\lambda\rho} - \varkappa^2 B_\lambda^* B_\lambda , \quad L^{(\Sigma)} = \partial_\lambda^* \Sigma^* . \partial_\lambda \Sigma + \varkappa^2 \Sigma^* \Sigma ,$$

$$L'^{(B\Sigma)} = \tfrac{1}{2} ie\varkappa^{-1} f_{\lambda\rho} (G_{\lambda\rho}^* \Sigma - \Sigma^* G_{\lambda\rho}) ,$$

$$L'^{(\Sigma a)} = \tfrac{1}{2}(ie\varkappa^{-1})^2 f_{\lambda\rho} f_{\lambda\rho} \Sigma^* \Sigma .$$

$L^{(B)}$ et $L^{(\Sigma)}$ contiennent les interactions électromagnétiques habituelles des champs B_λ et Σ . $L'^{(\Sigma a)}$ introduit une interaction supplémentaire non habituelle du champ Σ avec le champ électromagnétique, interaction du second ordre très semblable à l'interaction habituelle du second ordre $(e^2 a_\lambda a_\lambda \Sigma^* \Sigma)$. $L'^{(B\Sigma)}$ introduit des interactions mutuelles entre les champs composants B_λ et Σ par l'intermédiaire du champ électromagnétique.

Les intéractions mutuelles entre les états de spins différents 1 et 0 permettent à un boson chargé de changer de spin (de 0 à 1 ou vice versa) au cours de certains processus de nature électromagnétique, par exemple, dans la diffusion d'un méson par le champ coulombien d'un noyau, ou dans une collision d'un méson avec un photon (effet Compton), etc...