C. Wagschal

Problème de Cauchy analytique à données ramifiées

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1973-1974), exp. n° 15, p. 1-13

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1973-1974____A14_0>

ECOLE POLYTECHNIQUE
CENTRE DE MATHEMATIQUES
17, rue Descartes
75230 Paris Cedex 05

SEMINAIRE GOULAOUIC-SCHWARTZ 1973-1974

PROBLEME DE CAUCHY ANALYTIQUE A DONNEES RAMIFIEES

par C. WAGSCHAL

Exposé N° XV

6 Février 1974

Il s'agit d'étudier la solution du problème de Cauchy linéaire et holomorphe lorsque les données de Cauchy présentent des singularités sur une sous-variété de codimension complexe un de l'hypersurface portant ces données. De façon plus précise, on se propose de prouver que les singularités de la solution sont portées par les bicaractéristiques issues des singularités des données.

Ce problème a d'abord été étudié par Y. Hamada pour un opérateur à caractéristiques simples [1], puis pour un opérateur à caractéristiques multiples vérifiant une condition de E. E. Lévi [2] et enfin sans condition de E. E. Lévi [3]. Dans tous ces travaux, Y. Hamada suppose que les données de Cauchy sont uniformes et présentent des singularités polaires ou essentielles.

On se propose de donner ici un théorème général qui ne nécessite aucune hypothèse sur la nature des singularités des données.

Nous traiterons le cas d'opérateurs à caractéristiques simples ; le même théorème vaut encore pour des opérateurs à caractéristiques multiples de multiplicité constante : cette extension fera l'objet d'un travail ultérieur effectué en collaboration avec Y. Hamada et J. Leray.

§ 1. ENONCE

Les coordonnées d'un point x de $\mathbb{C}^{n+1}$ seront notées $(x^0,\dots,x^n)$ et nous poserons $x' = (x^1,\dots,x^n)$ et $D_0 = \partial/\partial x^0$.

On considère alors le problème de Cauchy

$$(1.1)\qquad \begin{cases} a(x,D)u(x) = v(x) \\ D_0^h u(x)\big|_S = w_h(x'), \quad 0 \le h < m, \end{cases}$$

où $a(x,D)$ est un opérateur différentiel linéaire à coefficients holomorphes au voisinage de l'origine de $\mathbb{C}^{n+1}$ d'ordre m ; S désigne l'hyperplan $x^0 = 0$ que l'on suppose non caractéristique à l'origine. Quant aux données de Cauchy w_h, nous supposerons que ce sont des fonctions multiformes se ramifiant autour de l'hyperplan de S

$$T : x^o = x^1 = 0 \;;$$

autrement dit, nous les supposons holomorphes sur le revêtement universel du complémentaire par rapport à T d'un voisinage ouvert de l'origine relativement à S, soit

$$w_h \in \mathcal{H}(\mathcal{R}(\Omega \cap (S - T))),$$

où Ω est un voisinage ouvert de l'origine dans $\mathbb{C}^{n+1}$.

D'après le théorème de Cauchy-Kowalewski (le second membre v étant provisoirement supposé holomorphe à l'origine), le problème (11) admet au voisinage d'un point de S - T une solution holomorphe unique et on se propose de déterminer au voisinage de l'origine le support singulier de cette fonction holomorphe. Ceci sera fait avec l'hypothèse suivante :

les hypersurfaces caractéristiques issues de T sont simples .

Ceci signifie, en notant $g(x,\xi)$ le polynôme caractéristique de l'opérateur $a(x,D)$, que l'équation en λ

$$g(0;\lambda,1,0,\dots,0) = 0$$

admet m racines distinctes $(\lambda^i)_{1\leq i\leq m}$. On note alors k^i la solution du problème de Cauchy

$$\begin{cases} g(x,\text{grad } k^i(x)) = 0 \\ k^i(x) = x^1 \quad \text{pour} \quad x^o = 0 \\ \text{grad } k^i(0) = (\lambda^i,1,0,\dots,0) \end{cases}$$

et

$$K^i : k^i(x) = 0, \quad 1 \leq i \leq m,$$

les m hypersurfaces caractéristiques issues de T.

Indiquons maintenant les hypothèse faites sur le second membre v ; nous supposerons que

$$v = \sum_{i=1}^{m} v^i \quad \text{où} \quad v^i \in \mathcal{H}(\mathcal{R}(\Omega - K^i)).$$

On peut alors énoncer le théorème essentiel.

Théorème 1.1 : Il existe un voisinage ouvert Ω_1 de l'origine qui ne dépend que de Ω, S, T et de l'opérateur a(x,D) et il existe des fonctions

$$u^i \in \mathcal{H}(\mathcal{R}(\Omega_1 - K^i))$$

telles que

$$u = \sum_{i=1}^{m} u^i$$

soit la solution du problème (1.1).

Note : On a un énoncé analogue pour des systèmes d'équations aux dérivées partielles à caractéristiques simples (cf. [8, théorème 3.]).

§ 2. INTRODUCTION D'UNE VARIABLE SUPPLEMENTAIRE

Pour démontrer le théorème 1.1, on utilise d'abord la remarque très simple que voici. On observe qu'une fonction u^i holomorphe sur le revêtement $\mathcal{R}(\Omega_1 - K^i)$ peut se mettre sous la forme

$$u^i(x) = \hat{u}^i(k^i(x), x)$$

où $\hat{u}^i(t,x)$ est une fonction holomorphe de $n+2$ variables : la variable x décrit un voisinage ouvert Ω_2 de l'origine de $\mathbb{C}^{n+1}$ et la variable t décrit le revêtement universel d'un disque pointé du plan complexe

$$t \in \mathcal{R}_\omega = \mathcal{R}(\dot{D}_\omega) \quad \text{où} \quad \dot{D}_\omega = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < \omega\} .$$

On cherche alors la solution de (1.1) sous la forme

$$u(x) = \sum_{i=1}^{m} \hat{u}^i(k^i(x), x) \quad \text{où} \quad \hat{u}^i \in \mathcal{H}(\mathcal{R}_\omega \times \Omega_2). \tag{2.1}$$

On détermine aisément des conditions suffisantes sur les fonctions $\hat{u}^i(t,x)$ pour que (2.1) soit la solution de (1.1) ; ces conditions s'écrivent

$$\begin{cases} D_o\hat{u}^i(t,x) = \sum_{l=0}^{l_o} a^i_{l+1}(x,D)D_t^{-l}\,\hat{u}^i(t,x) + \hat{v}^i(t,x)\ , \qquad 1 \leq i \leq m, \\ \hat{u}^i(t,0,x') = \sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{l_o} b_l^{i,j}(x',D_o)\ D_t^{-l}\hat{u}^j(t,0,x')\ , \end{cases}$$

où les opérateurs a_l^i et $b_l^{i,j}$ sont linéaires, à coefficients holomorphes au voisinage de l'origine, d'ordre $\leq l$ et ne dépendent que de l'opérateur initial $a(x,D)$ et des fonctions k^i ; en outre l'opérateur du 1er ordre $a_1^i(x,D)$ ne contient pas de dérivation par rapport à x^o

(2.3) $$\text{ordre}_{x^o}\,(a_1^i) = 0\ ;$$

l'entier l_o est ≥ 1 ; les fonctions $\hat{v}^i$ sont holomorphes sur $\mathcal{R}_\omega \times \Omega_3$ où Ω_3 est un voisinage ouvert de l'origine de $\mathbb{C}^{n+1}$; quant à l'opérateur D_t^{-1}, si $u(t,x)$ est une fonction holomorphe, $D_t^{-1}\,u(t,x)$ désigne la primitive de u par rapport à t qui s'annule en un point a du revêtement $\mathcal{R}_\omega$

$$D_t^{-1}\,u(t,x) = \int_{\widehat{at}} u(\tau,x)\,d\tau\ .$$

Le point a est pour l'instant un point quelconque de $\mathcal{R}_\omega$; le choix de ce point, qui est essentiel, sera fait ultérieurement.

Le système (2.2) peut être considéré comme un système du 1er ordre en convenant que l'ordre de l'opérateur D_t^{-1} est -1 . Indiquons d'autre part que l'opérateur $D_o - a_1^i(x,D)$ est une dérivation du 1er ordre le long des bicaractéristiques tracées surles hypersurfaces caractéristiques $k^i(x) = Cte$; la propagation des singularités a donc lieu, en un certain sens, selon des équations différentielles du 1er ordre : ceci résulte évidemment de l'hypothèse faite sur les caractéristiques.

On notera enfin que, par rapport à t, on a dans (2.2) uniquement des opérateurs intégraux ; cette proriété essentielle dans la suite est particulière aux opérateurs à caractéristiques simples.

Il est possible de faire une étude locale du problème (2.2), c'est-à-dire au voisinage du point $(a,0) \in R_\omega \times \mathbb{C}^{n+1}$, et on peut démontrer un théorème d'existence et d'unicité local au voisinage de ce point. Mais ce résultat local est sans intérêt ici ; on a besoin d'un théorème d'existence global par rapport à t sur le revêtement $R_{\omega'}$ d'un disque pointé de rayon $\omega' > 0$.

§ 3. RESULTATS ET METHODE

Pour simplifier cet exposé, nous allons développer les méthodes utilisées dans le cas d'une équation d'ordre m, alors que (2.2) est un système du 1er ordre, soit

$$(3.1)\quad \begin{cases} D_0^m u(t,x) = a_m(x,D)u(t,x) + \sum_{l=1}^{l_0} a_{l+m}(x,D)D_t^{-l}u(t,x) + v(t,x), \\ u(t,x) - \sum_{l=1}^{l_0} b_l(x,D)D_t^{-l}u(t,x) - w(t,x) = O((x^0)^m), \end{cases}$$

où les opérateurs a_l et b_l sont d'ordre ≤ 1 et on suppose que

$$(3.2)\qquad \text{ordre}_{x^0}(a_m) < m$$

On a alors le

Théorème 3.1 : Pour tout voisinage ouvert Ω de l'origine, on peut trouver un nombre $\omega_0 > 0$ et un voisinage ouvert Ω_1 de l'origine tels que pour $|a| < \omega \leq \omega_0$ et

$$v,w \in \mathcal{H}(R_\omega \times \Omega)$$

le problème (3.1) admette une solution unique

$$u \in \mathcal{H}(R_\omega \times \Omega_1).$$

Note : On a un théorème analogue pour le problème (2.2) ; ce théorème implique le théorème 1.1 : il suffit de choisir $|a|$ suffisamment petit.

L'étude du problème (3.1) se fera en utilisant la méthode des approximations successives sous le forme suivante :

$$(3.3)\quad k \geq 0 \quad \begin{cases} D_o^m\, u_k(t,x) = a_m(x,D)u_k(t,x) + v_k(t,x)\,, \\ u_k(t,x) - w_k(t,x) = \mathcal{O}((x^o)^m)\,, \end{cases}$$

où

$$v_o = v\ ,\quad w_o = w$$

et

$$(3.4)\quad k \geq 1 \quad \begin{cases} v_k(t,x) = \sum_{l=1}^{l_o} a_{l+m}(x,D)\, D_t^{-l} u_{k-1}(t,x)\ , \\ w_k(t,x) = \sum_{l=1}^{l_o} b_l(x,D) D_t^{-l} u_{k-1}(t,x)\,. \end{cases}$$

La solution du problème (3.1) est alors formellement donnée par la série

$$(3.5)\qquad u = \sum_{k=0}^{+\infty} u_k$$

On notera d'abord que les problèmes (3.3) sont des problèmes de Cauchy linéaires, holomorphes et non caractéristiques d'après (3.2) ; ils permettent donc de définir par récurrence sur k des fonctions u_k holomorphes, modulo un théorème de dépendance analytique par rapport à un paramètre de la solution de tels problèmes.

Il faut démontrer avant toute chose qu'il existe un domaine de définition de la forme $\mathfrak{K}_{\omega'} \times \Omega'$ commun à toutes ces fonctions u_k ; il s'agit essentiellement de préciser le domaine d'existence de la solution du problème de Cauchy en fonction des domaines de définition des données.

On peut ensuite étudier la convergence de la série (3.5) pour la topologie de la convergence compacte.

Pour résoudre les problèmes évoqués ci-dessus, nous utiliserons la méthode des fonctions majorantes de Cauchy.

§ 4. FONCTIONS MAJORANTES

Soient E un espace de Banach complexe, $u = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^{n+1}} u_\alpha x^\alpha$ une série formelle à n + 1-indéterminées à coefficients dans E et $\phi = \sum_{\alpha \in \mathbb{N}^{n+1}} \phi_\alpha x^\alpha$ une série formelle à coefficients dans $\mathbb{R}_+$. Rappelons que la relation

$$\forall \alpha \in \mathbb{N}^{n+1} \quad , \quad \|u_\alpha\| \leq \phi_\alpha$$

est notée simplement

$$u \ll \phi$$

Si ϕ est une série convergente, il en est de même de u et le domaine de convergence de u contient celui de ϕ.

Voici d'abord une remarque générale concernant la notion de fonctions majorantes. Supposons la série ϕ convergente et soit B_ϕ l'ensemble de toutes les fonctions u holomorphes à l'origine telles qu'il existe une constante $c \geq 0$ telle que $u \ll c\phi$. Il est clair que B_ϕ est un espace vectoriel de fonctions qu'on munit d'une structure d'espace de Banach en posant

$$\| u \|_{B_\phi} = \inf \{c \in \mathbb{R}_+ \mid u \ll c\phi\} \ .$$

On obtient ainsi des espaces de Banach de fonctions holomorphes à l'origine. Ces espaces sont utiles : en choisissant convenablement ϕ, les théorèmes classiques d'existence et d'unicité concernant les problèmes de Cauchy et de Goursat linéaires se réduisent au théorème du point fixe usuel.

<u>Note</u> : Si Ω_ϕ désigne le domaine de convergence de ϕ , on constate aisément qu'on a $B_\phi \subset \mathscr{H}(\Omega_\phi \, ; E)$ avec une injection continue.

La simplicité de la méthode des fonctions majorantes de Cauchy dépend essentiellement du choix des fonctions majorantes. Pour l'étude des problèmes linéaires, les fonctions majorantes décrites cidessous permettent de simplifier notablement les méthodes classiques.

Soit $\xi = (\xi_j)_{0\le j\le n} \in (\mathbb{R}_+^*)^{n+1}$; nous noterons Δ_ξ le polydisque

$$\Delta_\xi = \{x \in \mathbb{C}^{n+1} \mid \operatorname*{Max}_{0\le j\le n} \xi_j |x^j| < 1\} \ ;$$

si $u : \Delta_\xi \to E$ est une fonction holomorphe et bornée, on a, d'après les inégalités de Cauchy ,

$$u(x) \ll \frac{M}{\prod_{j=0}^{n}(1-\xi_j x^j)} \ll \frac{M}{1-\xi . x} \ , \tag{4.1}$$

où $M = \sup_{x\in\Delta_\xi} \|u(x)\|$ et $\xi . x = \sum_{j=0}^{n} \xi_j x^j$. On voit apparaître une fonction majorante très simple, à savoir $\varphi_o(\xi . x)$ où

$$\varphi_o(t) = \frac{1}{1-t} \ .$$

Il est évidemment naturel d'introduire les dérivées de cette fonction, vu la relation

$$u \ll \phi \Rightarrow D^\alpha u \ll D^\alpha \phi \ ;$$

ce sont les fonctions

$$\varphi_k(t) = D_t^k \frac{1}{1-t} = \frac{k!}{(1-t)^{k+1}} \quad , \ k \in \mathbb{N} \tag{4.2}$$

Ces fonctions majorantes ont des propriétés très simples que voici

<u>Proposition 4.1</u>

1. $u \ll c\ \varphi_k(\xi . x) \Rightarrow D^\alpha u \ll c\ \xi^\alpha \varphi_{k+|\alpha|}(\xi . x)$.

2. $\xi \le \xi' \Rightarrow \varphi_k(\xi . x) \ll \varphi_k(\xi' . x)$.

3. $\varphi_k(\xi . x) \ll \varphi_{k+l}(\xi . x)$, pour tout $k,l \in \mathbb{N}$.

4. Soit $\eta \in]0,1[$, on a

$$\frac{1}{1-\eta\xi.x}\varphi_k(\xi.x) \ll \frac{1}{1-\eta}\varphi_k(\xi.x).$$

La propriété 4 appelle quelques commentaires. On a évidemment constamment besoin de majorer des produits a(x) u (x) de fonctions holomorphes. On procèdera alors comme suit : on supposera la fonction a(x) holomorphe et bornée dans le polydisque $\Delta_{\eta\xi}$, d'après (4.1) et la propriété 4., on a alors

$$u \ll c\varphi_k(\xi.x) \Rightarrow au \ll c\,\frac{M}{1-\eta}\,\varphi_k(\xi.x).$$

Autrement dit, du point de vue des fonctions majorantes, tout se passe comme si a(x) était une fonction constante égale à $\frac{M}{1-\eta}$; le fait de travailler avec des opérateurs à coefficients variables n'introduira dans la méthode des fonctions majorantes que des constantes multiplicatives.

La proposition 4.1 permet d'étudier simplement le comportement des opérateurs différentiels linéaires. Soit a(x,D) un opérateur d'ordre m à coefficients holomorphes et bornés dans le plydisque $\Delta_{\eta\xi}$ où $\eta \in]0,1[$ d'après les propriétés 1, 3 et 4, il existe une constante $C = C(\xi,\eta)$ telle que, pour tout $k \in \mathbb{N}$, on ait

$$u \ll c\,\varphi_k(\xi.x) \Rightarrow a(x,D)u(x) \ll c\ C(\xi,\eta)\varphi_{k+m}(\xi.x).$$

Si l'on note $B_k(\xi)$ l'espace de Banach B_ϕ lorsque $\phi(x) = \varphi_k(\xi.x)$, ce qui précède prouve que l'opérateur différentiel a(x,D) opère continûment de l'espace $B_k(\xi)$ dans $B_{k+m}(\xi)$.

Lorsque l'on étudie le problème de Cauchy holomorphe par la méthode des fonctions majorantes, on est d'abord conduit à majorer les données, que ce soit les données de Cauchy ou le second membre. Pour faire cette majoration, on peut se contenter de (4.1) : on majore alors des fonctions holomorphes et bornées dans un polydisque Δ_ξ par des fonctions dont la série de Taylor à l'origine admet pour domaine de convergence l'ouvert

$$D_\xi = \{x \in \mathbb{C}^{n+1} \mid \sum_{j=0}^{n} \xi_j |x^j| < 1\}.$$

En procédant ainsi, on ne pourra donc affirmer l'holomorphie de la solution que dans le domaine D_ξ. Ceci n'est pas satisfaisant lorsque l'on désire étudier avec précision le domaine d'existence de la solution. On peut alors démontrer la

Proposition 4.2 : Soit $u : D_\xi \to E$ une fonction holomorphe et bornée ; on a alors

$$u \ll c_{n+1} M \varphi_n(\xi . x) \ , \quad M = \sup_{x \in D_\xi} \| u(x) \|$$

où la constante c_{n+1} ne dépend que de la dimension $n+1$ de l'espace.

Les résultats qui précèdent permettent d'étudier le problème de Cauchy non caractéristique

$$(4.3) \quad \begin{cases} D_0^m u(x) = a_m(x,D) u(x) + v(x) \ , \\ u(x) - w(x) = O((x^0)^m) . \end{cases}$$

Proposition 4.3 : Il existe $\xi \in (\mathbb{R}_+^*)^{n+1}$ tel que pour $\lambda \geq 1$ et $v, w \in \mathscr{H}(D_{\lambda\xi} ; E)$, le problème (4.3) admet une solution holomorphe unique $u \in \mathscr{H}(D_{\lambda\xi} ; E)$.

En prenant pour espace de Banach E, l'algèbre de Banach $\mathcal{C}(K;\mathbb{C})$ des fonctions continues sur un compact K décrivant une variété analytique complexe T de dimension finie, on montre que, si les données v et w sont holomorphes sur $T \times D_{\lambda\xi}$, la solution u est elle même holomorphe sur $T \times D_{\lambda\xi}$.

Pour ce qui concerne les fonctions u_k définies par les problèmes (3.3), ce qui précède prouve l'existence d'un $\xi \in (\mathbb{R}_+^*)^{n+1}$ tel que

$$u_k \in \mathscr{H}(D_\xi \times R_\omega) \quad \text{pour tout } k \in \mathbb{N} .$$

§ 5. CONVERGENCE

Pour étudier la convergence de la série (3.5), on utilise par rapport à la variable x la méthode des fonctions majorantes et par rapport à t on détermine des majorations uniformes sur des chemins tracés sur $\mathcal{R}_\omega$.

Notons Γ l'ensemble des chemins $\gamma : [0,1] \to \mathcal{R}_\omega$ d'origine a, de classe $\mathcal{C}^1$ et de longueur $\leq \Lambda_o$ et pour toute fonction holomorphe $u : \mathcal{R}_\omega \to \mathbb{C}$, posons $\|u\|_\gamma = \operatorname{Max}_{s\in[0,1]} |u(\gamma(s))|$. On a alors le lemme suivant qui justifie la méthode utilisée.

<u>Lemme 5.1</u> : La famille de semi-normes $(\|.\|_\gamma)_{\gamma\in\Gamma}$ définit la topologie de la convergence compacte sur $\mathcal{H}(\mathcal{R}_\omega)$ si $2\omega \leq \Lambda_o$.

On est donc conduit à faire $t = \gamma(s)$ dans les équations (3.1), (3.3) et (3.4). Posons $\mathcal{U}(s,x) = u(\gamma(s),x)$; on a alors

$$D_t^{-1}u(t,x)\Big|_{t=\gamma(s)} = \int_o^s \mathcal{U}(\sigma,x)\gamma'(\sigma)\,d\sigma = \mathcal{K}\mathcal{U}(s,x)$$

et les équations (3.1) deviennent

$$(5.1)\quad \begin{cases} D_o^m\mathcal{U}(s,x) = a_m(x,D)\,\mathcal{U}(s,x) + \sum_{l=1}^{l_o} a_{l+m}(x,D)\mathcal{K}^l\mathcal{U}(s,x) + \mathcal{V}(s,x), \\ \mathcal{U}(s,x) - \sum_{l=1}^{l_o} b_l(x,D)\mathcal{K}^l\mathcal{U}(s,x) - \mathcal{W}(s,x) = O((x^o)^m) \ ; \end{cases}$$

on étudie évidemment ce problème par le schéma d'approximation (3.3) et (3.4) où l'on fait $t = \gamma(s)$. L'opérateur $\mathcal{K}$ est un opérateur de Volterra linéaire ; les majorations utilisées sont les majorations classiques des itérés d'un tel opérateur à savoir : si pour tout $s \in [0,1]$, on a

$$\mathcal{U}(s,x) \ll c\,\frac{\Lambda(s)^k}{k!}\,\Phi(x), \text{ où } \Lambda(s) = \int_o^s |\gamma'(\sigma)|\,d\sigma,$$

on a alors, pour tout $s \in [0,1]$,

$$\mathcal{K}^l\mathcal{U}(s,x) \ll c\,\frac{\Lambda(s)^{k+1}}{(k+1)!}\,\Phi(x).$$

Ces majorations permettent de démontrer que la série $\sum_{k=0}^{+\infty} \mathcal{U}_k(s,x)$, où $\mathcal{U}_k(s,x) = u_k(\gamma(s),x)$, converge dans l'espace

$\mathcal{H}(D_{2\xi}\ ;\ \mathcal{C}([0,1]))$ si la longueur $\Lambda(1)$ du chemin γ est inférieure à une constante Λ_o ne dépendant que des opérateurs a_1, b_1 et de ξ. Plus généralement, on obtient ainsi un théorème d'existence et d'unicité pour le problème (5.1), dans lequel on peut prendre pour $\mathcal{K}$ un opérateur de Volterra linéaire

$$\mathcal{K}\mathcal{U}(s,x) = \int_o^s k(s,\sigma)\,\mathcal{U}(\sigma,x)\,d\sigma, \qquad 0 \leq s \leq 1,$$

où le noyau $k(s,\sigma)$ continue en s pour presque tout σ, mesurable en σ est majoré par une fonction intégrable

$$\forall s \in [0,1]\ , \quad |k(s,\sigma)| \leq g(\sigma) \quad \text{où} \quad g \in \mathcal{L}^1([0,1])\,.$$

Théorème 5.1 : Pour tout voisinage ouvert Ω de l'origine, il existe un voisinage ouvert Ω' de l'origine et une constante $\Lambda_o > 0$ tels que l'on ait ceci : soit $\alpha \in\,]0,1]$ tel que $\int_o^\alpha g(\sigma)\,d\sigma \leq \Lambda_o$ et soient $\mathcal{V},\mathcal{W} : \Omega \to \mathcal{C}([0,\alpha])$ des fonctions holomorphes, alors le problème (5.1) admet une solution holomorphe unique $\mathcal{U} : \Omega' \to \mathcal{C}([0,\alpha])$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Y. Hamada : The singularities of the solution of the Cauchy problem, Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, Ser. A, Vol. 5, 1969, p.21-40.

[2] Y. Hamada : On the propagation of singularities of the solution of the Cauchy problem, Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University, Ser. A, Vol.6, 1970, p.357-384.

[3] Y. Hamada : Problème analytique de Cauchy à caractéristiques multiples dont les données de Cauchy ont des singularités polaires, C. R. Acad. Sc., t.276, Série A, 1973, p.1681-1684.

[4] Y. Hamada, J. Leray et C. Wagschal , en préparation.

[5] C.Wagschal : Problème de Cauchy analytique, à données méromorphes, J. Math. pures et appl., t.51, 1972, p.375-397.

[6] C. Wagschal : Ramification de la solution du problème de Cauchy linéaire à données singulières, C. R. Acad. Sc., t. 276, Série A, 1973, p.1677-1680.

[7] C. Wagschal : Une généralisation du problème de Goursat pour des systèmes d'équations intégro-différentielles holomorphes ou partiellement holomorphes, J. Math. pures et appl., à paraître.

[8] C. Wagschal : Sur le problème de Cauchy ramifié, J. Math. pures et appl. , à paraître.