SÉMINAIRE DELANGE-PISOT-POITOU.
THÉORIE DES NOMBRES

MARTHE GRANDET-HUGOT

Quelques notions sur l'équirépartition dans les groupes abéliens compacts et localement compacts

Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres, tome 18, nº 2 (1976-1977), exp. nº G21, p. G1-G8

<http://www.numdam.org/item?id=SDPP_1976-1977__18_2_A17_0>

Séminaire DELANGE-PISOT-POITOU
(Théorie des Nombres)
18e année, 1976/77, n° G21, 8 p.

16 mai 1977

QUELQUES NOTIONS SUR L'ÉQUIRÉPARTITION DANS LES GROUPES ABÉLIENS COMPACTS ET LOCALEMENT COMPACTS

par Marthe GRANDET-HUGOT

L'équirépartition dans les groupes compacts a été introduite dès 1943 par B. ECKMANN [16] qui a énoncé les principaux résultats concernant cette théorie. L'équirépartition dans les groupes localement compacts est d'introduction plus récente (1965), et son étude se ramène à une étude d'équirépartition dans un groupe compact. Enfin, l'équirépartition dans quelques groupes compacts ou localement compacts ($\underset{\sim}{Z}_p$, $\underset{\sim}{Z}_g$, $\underset{\sim}{R}$, $\underset{\sim}{Z}$, $\underset{\sim}{Q}_p$, $GF[q\ ;\ x]$, etc.) classiques peut être étudiée indépendamment de la théorie générale ou en utilisant cette théorie, les résultats obtenus étant similaires.

Dans cet exposé, nous nous limiterons à l'étude de l'équirépartition des suites d'éléments d'un groupe abélien compact ou localement compact, bien que de nombreux résultats puissent s'étendre à des groupes compacts quelconques ou à l'étude de suites de mesures (Cf. K. SIGMUND [48]

Pour les types d'équirépartition étudiés, nous obtiendrons des théorèmes analogues aux théorèmes fondamentaux de l'équirépartition modulo 1 : critère de Weyl, théorème fondamental de Van der Corput et, sous certaines conditions, théorème de Koksma.

En examinant le critère de Weyl pour l'équirépartition modulo 1 , ou équirépartition dans $\underset{\sim}{R}/\underset{\sim}{Z}$, on remarque qu'il fait intervenir les caractères continus de $\underset{\sim}{R}/\underset{\sim}{Z}$:

$$x \longrightarrow e(hx) = \exp(2\pi ihx) \quad \text{pour} \quad h \in \underset{\sim}{Z} .$$

Les caractères interviendront également pour l'étude de l'équirépartition dans les groupes compacts ou localement compacts.

C'est pourquoi nous allons commencer par de brefs rappels d'analyse harmonique.

1. Rappels d'analyse harmonique.

Soit G un groupe abélien localement compact (noté additivement) ; un caractère de G est un homomorphisme de G dans le tore $\underset{\sim}{T}$ à une dimension, le produit de deux caractères χ_1 et χ_2 se définit par

$$\chi_1\, \chi_2(x) = \chi_1(x)\, \chi_2(x) ,$$

ce qui permet de définir l'ensemble des caractères de G d'une structure de groupe abélien (noté, ici, multiplicativement) dont l'élément neutre est le caractère trivial χ_0 . Dans cet exposé, nous ne nous intéressons qu'aux caractères continus de G ; ils forment un groupe abélien G^* appelé groupe dual de G . G^* , muni de la topologie de la convergence uniforme sur tout compact, devient un groupe abélien localement compact.

De plus (théorème de dualité de Pontryagin [46]), on démontre que G et $(G^*)^*$ sont isomorphes algébriquement et topologiquement. Et si G est compact, alors G^* est discret ; inversément, si G est discret, G^* est compact.

Soit H un sous-groupe fermé de G ; posons

$$H^\perp = \{\chi \in G^* \; ; \; \chi(H) = \{1\}\} \; ;$$

alors, $H^\perp$ est un sous-groupe fermé de G^*, appelé orthogonal de H, et $(H^\perp)^\perp$ est isomorphe à H, algébriquement et topologiquement. De plus, $G^*/H^\perp$ est isomorphe, algébriquement et topologiquement, à H^* ; de même, $H^\perp$ est isomorphe à $(G/H)^*$.

2. Equirépartition dans les groupes abéliens compacts.

Dans ce paragraphe, G est un groupe abélien compact à base dénombrable, nous désignerons par λ sa mesure de Haar, et par $M(G)$ l'ensemble des mesures positives régulières normalisées sur G. Rappelons que la mesure de Haar de G est caractérisée par l'égalité

$$\int_G \chi(x)\, dx = 0 \quad \text{pour} \quad \chi \in G^* \, , \quad \chi_0 \neq \chi \, .$$

Enfin, $\mathcal{C}(G)$ est l'espace vectoriel des fonctions complexes continues sur G.

Pour $\mu \in M(G)$, nous appellerons <u>ensemble de μ-continuité</u> tout sous-ensemble fermé de G dont la frontière est de mesure μ nulle.

Soit $(x_n)_{n \in \underset{\sim}{N}}$ une suite d'éléments de G ; nous posons

$$A(N \; ; \; M) = \operatorname{Card}(\{n \in \underset{\sim}{N} \; ; \; n \leq N \; ; \; x_n \in M\}) \, .$$

On pose alors la définition suivante.

DÉFINITION 2. 1 ([16], [24], [30]). - <u>Soit $(x_n)_{n \in \underset{\sim}{N}}$ une suite d'éléments de G. On dit que cette suite admet la mesure de répartition $\mu \in M(G)$ si, pour tout ensemble de μ-continuité M, on a :</u>

(1) $$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} A(N \; ; \; M) = \mu(M) \, .$$

Si μ est la mesure de Haar λ, on dit que $(x_n)_{n \in \underset{\sim}{N}}$ est équirépartie dans G.

La première forme du critère de Weyl s'énonce alors sous la forme suivante.

THÉORÈME 2. 1. - <u>Soit $(x_n)_{n \in \underset{\sim}{N}}$ une suite d'éléments de G. Cette suite admet la mesure de répartition $\mu \in M(G)$ si, et seulement si, pour tout $f \in \mathcal{C}(G)$, on a</u>

(2) $$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} f(x_n) = \mu(f) \, .$$

D'après le théorème de Peter-Weyl, toute fonction $f \in \mathcal{C}(G)$ est limite uniforme de caractères continus, d'où la deuxième forme du critère de Weyl :

THÉORÈME 2. 2. - Une suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'éléments de G admet la mesure de répartition $\mu \in M(G)$ si, et seulement si, pour tout $\chi \in G^*$, $\chi \neq \chi_0$ on a

(3) $$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \chi(x_n) = \mu(\chi) .$$

Dans le cas particulier de l'équirépartition, nous énonçons le corollaire suivant :

COROLLAIRE. - Une suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'éléments de G est équirépartie dans G, si, et seulement si, pour tout $\chi \in G^*$, $\chi \neq \chi_0$, on a

(4) $$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \chi(x_n) = 0 .$$

Dans le cas de $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$, on retrouve le critère de Weyl classique. Pour l'équirépartition des suites, on obtient le théorème fondamental de Van der Corput (Cf. J. CIGLER [8]). Notons que l'on peut obtenir ce même résultat avec des hypothèses plus larges, mais en faisant appel à la distribution d'une suite de mesures.

THÉORÈME 2. 3. - Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'éléments de G ; si, pour tout entier naturel non nul h, la suite $(x_{n+h} - x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est équirépartie dans G, alors la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est équirépartie dans G.

A l'aide de ces résultats, on peut étudier, en particulier, l'équirépartition dans les groupes additifs $\mathbb{Z}_p$ (Cf. S. BEER [1], J. CHAUVINEAU [6]), $\mathbb{Z}_g$ (Cf. H. G. MEIJER [35], [36], [39] ; H. G. MEIJER et J. SHIUE [39] ; J. S. SHIUE [47]).

3. Groupes monothétiques (Cf. [19], [30]).

Ces groupes, étudiés d'abord par P. R. HALMOS et H. SAMELSON, en 1942 [19], jouent un rôle important pour la théorie de l'équirépartition dans les groupes abéliens compacts.

DÉFINITION 3. 1. - On dit qu'un groupe topologique G est monothétique, s'il existe un élément a de G tel que la suite $(na)_{n\in\mathbb{N}}$ soit dense dans G. On dit que a est un générateur de G.

Parmi les groupes monothétiques, nous pouvons citer $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}_p$, ...

On démontre facilement que tout groupe monothétique est abélien ; le théorème suivant permet de caractériser les groupes monothétiques compacts :

THÉORÈME 3. 1. - Soit G un groupe abélien compact, et soit $a \in G$; alors les trois propriétés suivantes sont équivalentes :

1° Soit T_a la transformation de G, définie par

$$T_a(x) = x + a \quad \text{pour} \quad x \in G ,$$

alors T_a est ergodique pour la mesure de Haar λ de G.

2° Pour tout $\chi \in G^*$, $\chi \neq \chi_0$, on a

$$\chi(a) \neq 1 .$$

3° G est un groupe monothétique de générateur a .

A l'aide du critère de Weyl, on en déduit le corollaire suivant.

COROLLAIRE. - Pour que la suite $(na)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ soit équirépartie dans un groupe abélien compact G , il faut et il suffit que G soit un groupe monothétique compact de générateur a .

Par ailleurs, on peut démontrer qu'un groupe monothétique est soit compact, soit topologiquement isomorphe à $\underset{\sim}{Z}$, et qu'il est compact, si, et seulement si, son dual est isomorphe à un sous-groupe de T_d (Tore à une dimension, muni de la topologie discrète).

4. Equirépartition dans les groupes abéliens localement compacts.

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, l'équirépartition dans les groupes localements compacts se ramène à l'étude de l'équirépartition dans les groupes compacts, ce qui nous conduit à introduire la notion de compactifié.

DÉFINITION 4. 1. - Soit G un groupe abélien localement compact non compact. Soit G^* son dual, considérons un sous-groupe de G^* muni de la topologie discrète. Soit Γ_d , et soit K son dual ; alors, par définition, K est un compactifié de G .

En particulier, si $\Gamma_d = G_d^*$, on obtient le compactifié de Bohr $\overline{G}$ de G , et l'on démontre que tout compactifié de G est un groupe quotient de son compactifié de Bohr.

Avant d'introduire la notion d'équirépartition, nous énonçons le lemme suivant.

LEMME 4. 1. - Soit K un compactifié de G ; alors il existe un homomorphisme continu θ de G dans K tel que $\theta(G)$ soit dense dans K ; nous dirons que K et θ sont associés.

DÉFINITION 4. 2.(Cf. B. de MATHAN [34]). - Soit G un groupe abélien localement compact, soit K un compactifié de G , et soit θ l'homomorphisme associé ; nous dirons qu'une suite $(x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est (K , θ)-équirépartie, si la suite $(\theta(x_n))_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est équirépartie dans K .

Le critère de Weyl (2e forme) prend alors la forme suivante.

THÉORÈME 4. 1. - Soit K un compactifié de G , et soit θ l'homomorphisme associé ; la suite $(x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ d'éléments de G est (K , θ)-équirépartie si, et seulement si, pour tout $\chi \in K^*$, $\chi \neq \chi_0$, on a

(5) $$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \chi(x_n) = 0 .$$

Le théorème fondamental de Van der Corput se déduit immédiatement des considérations précédentes, et s'énonce ainsi.

THÉORÈME 4. 2. - Soit K un compactifié de G, et soit θ l'homomorphisme associé. Si, pour tout entier naturel non nul h, la suite $(x_{n+h} - x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est (K, θ)-équirépartie, alors la suite $(x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est (K, θ)-équirépartie dans G.

Si G est un groupe abélien localement compact dans lequel il existe une base du filtre des voisinages de 0, formée de sous-groupes compacts (par exemple, $\underset{\sim}{Q}_p$), B. de MATHAN [34] a démontré le théorème de Koksma pour la (K, θ)-équirépartition si K^* est dénombrable. Notons que si la première condition n'est pas vérifiée, il peut y avoir également un théorème de Koksma si K^* est dénombrable (par exemple dans les anneaux d'adèles [17], [18]).

5. Différents types d'équirépartition dans les groupes abéliens localement compacts.

Dans ce paragraphe, nous indiquons rapidement quelques types d'équirépartition étudiés, en y ajoutant les principaux groupes auxquels ont été appliquées les diverses définitions.

Equirépartition modulo H (Cf. [45], [47]). - Soit H un sous-groupe d'indice compact de G ; autrement dit, le groupe quotient G/H est compact, les groupes discrets $(G/H)^*$ et $H^\perp$ sont isomorphes et l'homomorphisme associé au compactifié de G/H est l'homomorphisme canonique $\varphi_H : G \longrightarrow G/H$. Nous dirons alors qu'une suite $(x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est équirépartie modulo H, si elle est $(G/H, \varphi_H)$-équirépartie.

L'équirépartition modulo 1 dans $\underset{\sim}{R}$, ou équirépartition modulo $\underset{\sim}{Z}$ est de ce type. Dans $\underset{\sim}{Z}$, l'équirépartition mod m, étudiée par I. NIVEN et S. UCHIYAMA ([41], [42], [49], [50]), est de ce type. De même, dans $GF[a ; x]$ (Cf. J. H. HODGES [25], [26], [27] ; A. DIJKSMA [10], [11], [12]) ainsi que dans le groupe additif de l'anneau des adèles d'un corps de nombres algébriques (Cf. M. GRANDET [17]) ou un anneau d'entiers algébriques (Cf. H. NIEDERREITER et S. K. LO [40]). Signalons encore qu'un corps local n'admettant pas de sous-groupe d'indice compact, ce type d'équirépartition ne peut pas être étudié dans le groupe additif d'un tel corps.

Equirépartition périodique (L. A. RUBEL [45]). - Pour ce type d'équirépartition, on dit qu'une suite $(x_n)_{n\in\underset{\sim}{N}}$ est équirépartie si elle équirépartie modulo H pour tout sous-groupe d'indice compact.

Soit H un sous-groupe d'indice compact de G ; les caractères $\chi \in H^\perp$ sont dits périodiques, de période H ; dans le cas de l'équirépartition périodique, le groupe K^* est le groupe engendré par l'ensemble de tous les caractères périodiques de G (ceux-ci ne forment pas nécessairement un groupe) ; on dit alors que K

est le <u>compactifié périodique</u> $\overline{G}_p$ de G .

Ce type d'équirépartition a été étudié dans $\underset{\sim}{R}$ (Cf. J. CIGLER [7]), dans $\underset{\sim}{Z}$ (Cf. S. UCHIYAMA [49], [50], [51]), dans $GF[q\ ;\ x]$ (Cf. A. DIJKSMA [10], [11], [12], [13] ; J. H. HODGES [25], [26], [27]), dans les anneaux d'adèles (Cf. M. GRANDET [17], [18]).

($\overline{G}$, $\overline{\theta}$)-<u>équirépartition</u>. - Ce type d'équirépartition a été introduit par S. HARTMAN [20] ; on voit facilement qu'une suite $\overline{G}$-équirépartie est $(K\ ,\ \theta)$-équirépartie pour tout couple $(K\ ,\ \theta)$ formé d'un compactifié et de l'homomorphisme associé.

Dans $\underset{\sim}{R}$, où tout caractère est périodique, cette équirépartition coïncide avec l'équirépartition périodique (Cf. RUBEL [45]), de même dans l'anneau des adèles de $\underset{\sim}{Q}$ (Cf. [18]) où l'ensemble des caractères périodiques engendre G^* .

D'autres types d'équirépartition, autres que ceux qui viennent d'être indiqués, peuvent être étudiés, en particulier dans les corps locaux (B. de MATHAN [34]), dans les anneaux d'adèles (F. BERTRANDIAS [3], M. GRANDET [18]), etc...

BIBLIOGRAPHIE

Nous avons indiqué un certain nombre de titres se rapportant à des problèmes d'équirépartition dans des groupes compacts ou localement compacts.

[1] BEER (S.). - Zur Theorie der Gleichverteilung im p-adischen, Sitz. Österr. Akad. Wiss., t. 176, 1968, p. 499-520.

[2] BERG (I. D.), RAJAGOPALAN (M.) and RUBEL (L. A.). - Uniform distribution in locally compact abelian groups, Trans. Amer. math. Soc., t. 133, 1968, p. 435-446.

[3] BERTRANDIAS (F.). - Ensembles remarquables d'adèles algébriques, Bull. Soc. math. France, mémoire 4, 1965, 104 p.

[4] CAVIOR (S. R.). - Uniform distribution of polynomials modulo m , Amer. math. Monthly, t. 73, 1966, p. 171-172.

[5] CHABAUTY (C.). - Sur la répartition modulo 1 de certaines suites p-adiques, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 203, 1950, p. 465-466.

[6] CHAUVINEAU (J.). - Sur la répartition dans $\underset{\sim}{R}$ et dans $\underset{\sim}{Q}_p$, Acta Arithm., Warszawa, t. 14, 1968, p. 225-314.

[7] CIGLER (J.). - Folgen normierter Masse auf kompakten Gruppen, J. Wahrscheinlichkeitstheorie, t. 1, 1962, p. 3-13.

[8] CIGLER (J.). - The fundamental theorem of Van der Corput and its generalizations, Comp. Math., Groningen, t. 16, 1965, p. 29-34.

[9] CIGLER (J.) und HELMBERG (G.). - Neuere Entwicklungen in der Theorie der Gleichverteilung, Jahr Deutscher Math. Vereinig., t. 64, 1962, p. 1-50.

[10] DIJKSMA (A.). - Uniform distribution of polynomials over $GF\{q\ ,\ x\}$ in $GF[q\ ,\ x]$, Part I, Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. A, t. 72, 1969, p. 376-383 ; ou Indag. Math., t. 31, 1969, p. 376-383.

[11] DIJKSMA (A.). - The measure theoretic approach to uniform distribution of sequences in $GF[q\ ,\ x]$, Mathematica, Cluj, t. 11, 1969, p. 221-240.

[12] DIJKSMA (A.). - Uniform distribution of polynomials over GF{q , x} in GF[q , x] , Part II, Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. A, t. 73, 1970, p. 187-195 ; ou Indag. Math., t. 32, 1970, p. 187-195.

[13] DIJKSMA (A.). - Metrical theorems concerning uniform distribution in GF{q , x} and GF[q , x] , Nieuw Arch. Wisk., Ser. 3, t. 18, 1970, p. 279-293.

[14] DIJKSMA (A.). - Uniform distribution in GF[q , x] and GF{q , x} , Doct. Dissertation, Techn. Univ. Delft, 1971.

[15] DIJKSMA (A.) and MEIJER (H. G.). - Note on uniformly distributed sequences of integers, Nieuw Arch. Wisk., Ser. 3, t. 17, 1969, p. 210-213.

[16] ECKMANN (B.). - Über monothetische Gruppen, Comment Math. Helvet., t. 16, 1943/44, p. 249-263.

[17] GRANDET-HUGOT (M.). - Quelques résultats concernant l'équirépartition dans l'anneau des adèles d'un corps de nombres algébriques, Bull. Sc. math., t. 99, 1975, p. 91-111 et 243- 247.

[18] GRANDET-HUGOT (M.). - Etude de différents types d'équirépartition dans un anneau d'adèles, Bull. Sc. math., t. 100, 1976, p. 3-16.

[19] HALMOS (P. R.) and SAMELSON (H.). - On monothetic groups, Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A., t. 28, 1942, p. 254-258.

[20] HARTMAN (S.). - Remarks on equidistribution on non compact groups, Comp. Math., Groningen, t. 16, 1965, p. 66-71.

[21] HELMBERG (G.). - A theorem on equidistribution in compact groups, Pacific J. of Math., t. 8, 1958, p. 227-241.

[22] HELMBERG (G.). - Eine Familie von Gleichverteilungskriterien in kompakten Gruppen, Monatsh. für Math., t. 66, 1962, p. 417-423.

[23] HELMBERG (G.). - Abstract theory of uniform distribution, Comp. Math., Groningen, t. 16, 1964, p. 72-82.

[24] HLAWKA (E.). - Zur formalen Theorie der Gleichverteilung in kompakten Gruppen, Rend. Circ. Matem. Palermo, Ser. II, t. 4, 1955, p. 33-47.

[25] HODGES (J. H.). - Uniform distribution of sequences in GF[q , x] , Acta Arithm., Warszawa, t. 12, 1966, p. 55-74.

[26] HODGES (J. H.). - Uniform distribution of polynomial-generated sequences in GF[q , x] , Ann. Mat. pura ed appl., Ser. 4, t. 82, 1969, p. 134-142.

[27] HODGES (J. H.). - On uniform distribution of sequences in GF{q , x} and GF[q , x] , Ann. Mat. pura ed appl., Ser. 4, t. 85, 1970, p. 287-294.

[28] KEMPERMAN (J. H. B.). - On the uniform distribution in a compact group, Comp. Math., Groningen, t. 16, 1964, p. 138-157.

[29] KUIPERS (L.). - A remark on asymptotic distribution in GF[p^r , x] , Rev. roumaine Math. pures et appl., t. 18, 1973, p. 1217-1221.

[30] KUIPERS (L.) and NIEDERREITER (H.). - Uniform distribution of sequences. - New York, J. Wiley, 1974 (Pure and applied Mathematics, Wiley-Interscience).

[31] KUIPERS (L.) and NIEDERREITER (H.). - Asymptotic distribution mod m and independance of sequences of integers, Proc. Japan Acad., t. 50, 1974, p. 256-259 et 261-265.

[32] KUIPERS (L.), NIEDERREITER (H.) and SHIUE (J. S.). - Uniform distribution in the ring of gaussian integers, Bull. Inst. math. Acad. Sinica, t. 3, 1975, p. 311-325.

[33] KUIPERS (L.) and UCHIYAMA (S.). - Notes on the uniform distribution of sequences of integers, Proc. Japan Acad., t. 44, 1968, p. 608-613.

[34] de MATHAN (B.). - Approximations diophantiennes dans un corps local, Bull. Soc. math. France, Mémoire 21, 1970, 93 p.

[35] MEIJER (H. G.). - Uniform distribution of g-adic integers, Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. A, t. 70, 1967, p. 535-546 ; ou Indag. Math., t. 29, 1967, p. 535-546.

[36] MEIJER (H. G.). - Uniform distribution of g-adic integers, Doct. Dissertation, Univ. Amsterdam, 1967.

[37] MEIJER (H. G.). - On uniform distribution of integers and uniform distribution modulo 1 , Nieuw Arch. Wisk., t. 18, 1970, p. 271-278.

[38] MEIJER (H. G.) and SATTLER (R.). - On uniform distribution of integers and uniform distribution modulo 1 , Nieuw Arch. Wisk., t. 20, 1972, p. 146-151.

[39] MEIJER (H. G.) and SHIUE (J.). - Uniform distribution in $\underset{\sim}{Z}_{g}$ and $\underset{\sim}{Z}_{g_1} \times \ldots \times \underset{\sim}{Z}_{g_i}$, Nederl. Akad. Wet., Proc., Ser. A, t. 79, 1976, p. 200-212.

[40] NIEDERREITER (H.) and LO (S. K.). - Uniform distribution of sequences of algebraic integers, Math. J. Okayama Univ., t. 18, 1975, p. 13-29.

[41] NIVEN (I.). - Uniform distribution of sequences of integers, Trans. Amer. math. Soc., t. 9, 1961, p. 52-61.

[42] NIVEN (I.). - Uniform distribution of sequences of integers, Comp. Math., Groningen, t. 16, 1964, p. 158-160.

[43] RAJAGOPALAN (M.). - Structure of monogenic groups, Illinois J. Math., t. 12, 1968, p. 205-214.

[44] RAJAGOPALAN (M.) and ROTMAN (J. J.). - Monogenic groups, Comp. Math., Groningen, t. 18, 1967, p. 155-161.

[45] RUBEL (L. A.). - Uniform distribution in locally compact groups, Comment. Math. Helvet., t. 39, 1965, p. 252-258.

[46] RUDIN (W.). - Fourier analysis on groups. - New York, Interscience Publishers, 1962 (Interscience Tracts in pure and applied Mathematics, 12).

[47] SHIUE (J. S.). - A theorem on uniform distribution of sequences of g-adic integers and a notion of independance, Atti. Accad. Naz. Lincei, Rend., Cl. Sc. Fig. Mat., Ser. 8, t. 50, 1971, p. 90-93.

[48] SIGMUND (K.). - Über Verteilungsmasse von Massfolgen auf kompakten Gruppen, Comp. Math., Groningen, t. 21, 1969, p. 299-311.

[49] UCHIYAMA (S.). - On the uniform distribution of sequences of integers, Proc. Japan. Acad., t. 37, 1962, p. 605-609.

[50] UCHIYAMA (S.). - A note on the uniform distribution of sequences of integers, J. Fac. Sc. Shinshu Univ., t. 3, 1968, p. 163-169.

[51] UCHIYAMA (M.) and UCHIYAMA (S.). - A characterization of uniformly distributed sequences of integers, J. Fac. Sc. Hokkaido Univ., Ser. I, t. 16, 1962, p. 238-248.

(Texte reçu le 16 mai 1977)

Marthe GRANDET-HUGOT
7 rue Joyeuse
14000 CAEN