Séminaire Choquet.
Initiation à l'analyse

Stephen Simons

Deux essais de généralisation du critère de Grothendieck (compacité faible des ensembles de mesures)

Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse, tome 15 (1975-1976), exp. nº 22, p. 1-8
<http://www.numdam.org/item?id=SC_1975-1976__15__A8_0>

Séminaire CHOQUET
(Initiation à l'analyse)
15e année, 1975/76, n° 22, 8 p.

6 mai 1976

DEUX ESSAIS DE GÉNÉRALISATION DU CRITÈRE DE GROTHENDIECK
(Compacité faible des ensembles de mesures)

par Stephen SIMONS

GROTHENDIECK a démontré dans [4], théorème 2, le résultat suivant : soit $\mathfrak{M}$ l'espace de Banach de mesures de Radon bornées sur un espace localement compact S, et soit A un sous-ensemble borné non vide de $\mathfrak{M}$, alors les deux conditions (1) et (2) sont équivalentes.

(1) A est relativement $\sigma(\mathfrak{M}, \mathfrak{M}')$-compact,

(2) $\mu(G_n) \to 0$ uniformément pour $\mu \in A$ quand $\{G_n\}_{n\geq 1}$ est une suite d'ouverts disjoints dans S.

Nous allons discuter deux tentatives de généralisation de ce résultat ; d'abord dans le cadre des ELC, et ensuite dans le cadre des espaces de Riesz.

Plus précisément, nous allons donner pour les ELC une condition analogue à (2) qui est nécessaire (mais malheureusement pas suffisante) pour qu'un sous-ensemble soit faiblement relativement compact (voir Théorème 3 et Remarques 4). Nous donnerons ensuite une condition analogue à (2) pour les espaces de Riesz, et nous démontrerons que cette condition équivaut à dire que A est "presque" contenu dans un intervalle (voir théorème 7). On peut utiliser nos résultats pour démontrer, et même généraliser l'implication (2) $\Rightarrow$ (1) pour certains espaces de Riesz <u>localement convexes</u>. Ces résultats comportent aussi des applications à la théorie des mesures vectorielles.

Soit $N = \{n : n \geq 1\}$ et $\mathfrak{F} = \{F : F \subset N, F$ est fini$\}$. Si $\{x_n\}_{n\geq 1}$ est une suite dans un espace vectoriel, et $F \in \mathfrak{F}$, nous mettons $x_F = \sum_{n\in F} x_n$.

1. Condition pour les ELC.

Soit E un ELC avec dual E' et bidual fort E''. $\{a_n\}_{n\geq 1}$ et $\{b_n\}_{n\geq 1}$ représenteront toujours des suites dans E'.

LEMME 1. - <u>Les quatre conditions de</u> (3) <u>à</u> (6) <u>sont équivalentes et impliquent</u> (7).

(3) <u>L'ensemble</u> $\{a_F : F \in \mathfrak{F}\}$ <u>est équicontinu dans</u> E',

(4) <u>Il existe une semi-norme continue</u> p <u>sur</u> E <u>telle que</u>

$$\forall\, x \in E \text{ et } F \in \mathfrak{F}, \qquad |\langle x, a_F\rangle| \leq p(x).$$

(5) <u>Il existe une semi-norme continue</u> q <u>sur</u> E <u>telle que</u>

$$\forall\, x \in E \text{ et } F \in \mathfrak{F}, \qquad \sum_{n\in F} |\langle x, a_n\rangle| \leq q(x).$$

(6) L'application T, définie par $T(x) = \{\langle x , a_n \rangle\}_{n \in N}$, est une application continue de E dans b_1.

(7) $$\forall \xi \in E'' , \qquad \sum_{n \in N} |\langle a_n , \xi \rangle| < \infty .$$

Nous dirons alors que la suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a les sommes partielles équicontinues (SPE) si les conditions de (3) à (6) sont satisfaites.

Démonstration. - Il est trivial que (3) $\Leftrightarrow$ (4) et (5) $\Leftrightarrow$ (6). L'inégalité
$$\sup_F \sum_{n \in F} |\langle x , a_n \rangle| \leq 4 \sup_F |\langle x , a_F \rangle|$$
implique que (4) $\Leftrightarrow$ (5). Finalement, si $\xi \in E''$, il existe un borné B dans E tel que $\forall a \in E'$, $|\langle a , \xi \rangle| \leq \sup |\langle B , a \rangle|$. Nous choisissons p comme dans (4). Alors
$$\forall F \in \mathfrak{F} , \qquad |\sum_{n \in F} \langle a_n , \xi \rangle| = |\langle a_F , \xi \rangle| \leq \sup |\langle B , a_F \rangle| \leq \sup p(B) ,$$
d'où
$$\forall F \in \mathfrak{F} , \qquad \sum_{n \in F} |\langle a_n , \xi \rangle| \leq 4 \sup p(B) ,$$
donc (7) est satisfait.

LEMME 2. - Soit $\emptyset \neq A \subset E$. Les deux conditions (8) et (9) sont alors équivalentes :

(8) Si la suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a SPE, alors les séries $\sum_{n \in N} |\langle x , a_n \rangle|$ convergent uniformément pour $x \in A$.

(9) Si la suite $\{b_m\}_{m \geq 1}$ a SPE, alors $\langle x , b_m \rangle \to 0$ uniformément pour $x \in A$.

Démonstration. - Il est trivial que (8) $\Rightarrow$ (9). D'autre part, si (8) est faux, il existe une suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ avec SPE,
$$\varepsilon > 0 , \quad n_0 < n_1 < n_2 < \ldots \in N \quad \text{et} \quad x_1 , x_2 , \ldots \in A$$
tels que
$$\forall m \in N , \qquad \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} |\langle x_m , a_n \rangle| > \varepsilon .$$
Puisque chaque a_n n'apparaît qu'une seule fois, en multipliant chaque a_n par un scalaire de valeur absolue 1, nous pouvons donc supposer que
$$\forall m \in N , \qquad \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} \langle x_m , a_n \rangle \ (\text{est réel et}) > \varepsilon .$$
De plus, d'après (5), $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a toujours SPE. Mettons
$$b_m = \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} a_n$$
alors, $\forall m \in N$, $\langle x_m , b_m \rangle > \varepsilon$. Comme $\{b_m\}_{m \geq 1}$ a SPE, nous avons démontré que (9) est faux.

THÉORÈME 3. - Soit $\emptyset \neq A \subset E$. Si A satisfait à l'une des conditions (10) ou (11) suivantes, alors (8) et (9) sont satisfaits. En particulier, (8) et (9) sont satisfaits si A est relativement $\sigma(E, E')$-compact.

(10) Toute suite extraite de A a une valeur d'adhérence pour $\sigma(E, E')$.

(11) Toute suite extraite de A a une sous-suite Cauchy pour $\sigma(E, E')$.

Démonstration. – Soit $\{a_n\}_{n\geq 1}$ une suite dans E' avec SPE. Définissons

$$T : E \mapsto \ell_1$$

comme dans (6). Puisque T est continu, T est aussi (uniformément) continu pour $\sigma(E, E')$ et $\sigma(\ell_1, \ell_\infty)$. Si (10) est vrai alors toute suite extraite de $T(A)$ a une valeur d'adhérence pour $\sigma(\ell_1, \ell_\infty)$. Si (11) est vrai, alors toute suite extraite de $T(A)$ a une sous-suite $\sigma(\ell_1, \ell_\infty)$-Cauchy, donc $\sigma(\ell_1, \ell_\infty)$-convergente (puisque ℓ_1 est faiblement complet pour les suites). Dans chacun des deux cas, $T(A)$ est relativement $\sigma(\ell_1, \ell_\infty)$-compact et nous déduisons donc des critères bien connus pour la compacité relative dans $(\ell_{1,\sigma}(\ell_{1,(\infty)}))$ (voir par exemple [2], IV, 13.3) que (8) est vrai.

Remarques 4. – Il suit du théorème 3 que (1) $\Rightarrow$ (2), car si $\{G_n\}_{n\geq 1}$ est une suite d'ouverts disjoints dans S, et si $a_n \in \mathbb{M}^+$ est défini par $\langle \mu_1, a_n \rangle = \mu(G_n)$, alors la suite $\{a_n\}_{n\geq 1}$ a SPE ($\forall F \in \mathfrak{F}$, $\|a_F\| \leq 1$).

Il peut arriver que (8) et (9) soient satisfaits, mais que (10) et (11) soient faux. Soit

$$E = C[0, 1] \quad \text{et} \quad A = \{x : x \in E, \|x\| \leq 1\}.$$

Pour voir que (10) et (11) sont faux, il suffit de considérer la suite $\{x_n\}_{n\geq 1}$, extraite de A, où $x_n(t) = \sin 2\pi nt$. D'autre part, E' est un espace L_1, donc faiblement complet (pour les suites), d'où E' ne contient pas de sous-espace isomorphe à c_0. Si $\{b_m\}_{m\geq 1}$ a SPE, nous déduisons de (7) et d'un résultat de BESSAGA et PELCZYNSKI (voir [1]) que $\|b_m\| \to 0$, d'où $\langle x, b_m \rangle \to 0$ uniformément pour $x \in A$. Alors (9) est vrai.

Nous remarquons aussi que si $E = c_0$ et $A = \{x : x \in E, \|x\| \leq 1\}$, alors (10) est faux, mais (11) est vrai.

2. Condition pour les espaces de Riesz.

Soit E un espace de Riesz (pas nécessairement archimédien), et soit I un sous-ensemble non vide de $E_+^* = \{a : a \text{ est une forme linéaire positive sur } E\}$.

Nous allons démontrer que si $\emptyset \neq A \subset E$ et A est borné dans un sens qui sera précisé plus tard, alors les conditions (12) et (13) sont équivalentes.

(12) $\forall a \in I$ et $\varepsilon > 0$, $\exists y \in E$ tel que $\forall x \in A$, $\langle (|x| - y)^+, a \rangle < \varepsilon$.

(13) $\langle x, a_n \rangle \to 0$ uniformément pour $x \in A$ quand $\{a_n\}_{n\geq 1}$ est une suite dis-

jointe dans E_+^* majorisée dans I (c'est-à-dire que $\forall\, n \neq m$,

$$a_n \in \underset{\sim}{E}_+^* , \quad a_n \wedge a_m = 0$$

et $\exists\, a \in I$ tel que $\forall\, n$, $a_n \leq a$).

Nous commençons par des faits élémentaires sur les espaces de Riesz.

LEMME 5.

(a) $\forall\, x , y \in E_+$ et $\alpha , \beta > 0$, $(x - \beta z)^+ \wedge \alpha z \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]z$;

(b) $\forall\, x , y , z \in E_+$, $(x - y)^+ \wedge z = (x - y)^+ - (x - z)^+ + (x - z)^+ \wedge y$;

(c) $\forall\, z \in E_+$ et $a \in E_+^*$, $\exists\, a_z \in E_+^*$ tel que

(i) $\forall\, x \in E_+$, $\langle x , a_z \rangle = \sup_{\lambda \geq 0} \langle x \wedge \lambda z , a \rangle$,

(ii) $a_z \leq a$,

(iii) Si $x \in E_+$, $\alpha \geq 0$ et $x \leq \alpha z$, alors $\langle x , a - a_z \rangle = 0$,

(iv) Si $x \in E_+$ et $x \wedge z = 0$, alors $\langle x , a_z \rangle = 0$;

(d) Si $y \in E$, $a \in E_+^*$ et $z = y^+$, alors $\langle y , a_z \rangle = \langle z , a \rangle$;

(e) $\forall\, x \in E$ et $a \in E_+^*$, $\exists\, b \in E_+^*$ tel que $b \leq a$ et $|\langle x , b \rangle| \geq \frac{1}{2}\langle |x| , a \rangle$.

<u>Démonstration</u>.

(a) Posons $u = (x - \beta z) \wedge \alpha z$. Alors $(\alpha + \beta)u \leq \alpha(x - \beta z) + \beta(\alpha z) = \alpha x$, d'où $u \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]x$, donc $u^+ \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]x$. Ceci implique le résultat recherché car $u^+ = (x - \beta z)^+ \wedge \alpha z$.

(b) Nous remarquons que, puisque $z \geq 0$,

$$(x - y - z)^+ = (x - y) \vee z - z = (x - y)^+ \vee z - z = (x - y)^+ - (x - y)^+ \wedge z .$$

De même, $(x - y - z)^+ = (x - z)^+ - (x - z)^+ \wedge y$. Nous obtenons donc le résultat voulu.

(c) Nous utilisons (i) pour définir a_z , et vérifions facilement les propriétés (ii), (iii) et (iv). (Voir par exemple [3], 18, p. 83).

(d) $\langle y , a_z \rangle = \langle y^+ , a_z \rangle - \langle y^- , a_z \rangle$. Nous obtenons le résultat voulu en remarquant (d'après (c) (iv)) que $\langle y^- , a_z \rangle = 0$.

(e) Comme $\langle |x| , a \rangle = \langle x^+ , a \rangle + \langle x^- , a \rangle$, soit $\langle x^+ , a \rangle \geq \frac{1}{2}\langle |x| , a \rangle$ ou $\langle x^- , a \rangle > \frac{1}{2}\langle |x| , a \rangle$, le résultat découle de (d) avec soit $y = x$, soit $y = -x$.

Nous allons montrer maintenant que a_z est toujours "complémenté" par rapport à a .

THÉORÈME 6. – $\forall\, z \in E_+$ <u>et</u> $a \in E_+^*$, $a_z \wedge (a - a_z)^+ = 0$.

<u>Démonstration</u>. – Puisque $a_z \wedge (a - a_z)^+ = [a_z \wedge (a - a_z)]^+$, il suffira de montrer

que

(14) $$a_z \wedge (a - a_z) \leq 0 .$$

Soit $x \in E_+$ et $\varepsilon > 0$. Puisque la fonction $\lambda \mapsto \langle (x - \lambda z)^+ , a\rangle$ est positive et décroissante, il existe $\alpha > 0$ tel que

(15) $$\forall \lambda \geq \alpha , \quad \langle (x - \lambda z)^+ , a\rangle > \langle (x - \alpha z)^+ , a\rangle - \varepsilon .$$

Nous choisissons $\beta \geq \alpha$ tel que $[\alpha/(\alpha + \beta)] \langle x , a\rangle < \varepsilon$ et alors, d'après le lemme 5(a), $\langle (x - \beta z)^+ \wedge \alpha z , a\rangle < \varepsilon$. Nous déduisons de ceci que

(16) $$\forall \lambda \geq \beta , \quad \langle (x - \lambda z)^+ \wedge \alpha z , a\rangle < \varepsilon .$$

Nous déduisons donc de (15), (16) et du lemme 5(b) que

$$\forall \lambda \geq \beta , \quad \langle (x - \alpha z)^+ \wedge \lambda z , a\rangle < 2\varepsilon .$$

Il est évident que cette dernière inégalité reste valable pour tout $\lambda \geq 0$; nous déduisons donc du lemme 5(c)(i) et (iii) que

$$\langle (x - \alpha z)^+ , a_z\rangle \leq 2\varepsilon \quad \text{et} \quad \langle x \wedge \alpha z , a - a_z\rangle = 0 ,$$

donc

$$\begin{aligned} \langle x , a_z \wedge (a - a_z)\rangle &= \langle (x - \alpha z)^+ + x \wedge \alpha z , a_z \wedge (a - a_z)\rangle \\ &\leq \langle (x - \alpha z)^+ , a_z\rangle + \langle x \wedge \alpha z , a - a_z\rangle \\ &\leq 2\varepsilon + 0 = 2\varepsilon . \end{aligned}$$

Comme ceci reste vrai pour tout $x \in E_+$ et $\varepsilon > 0$, nous avons établi (14), ce qui démontre le théorème.

Soit $\{a_n\}_{n\geq 1}$ une suite extraite de E_+^*. Nous dirons que les <u>sommes partielles</u> de $\{a_n\}_{n\geq 1}$ sont <u>majorisées dans</u> I s'il existe $a \in I$ tel que,

$$\forall F \in \mathfrak{F} , \quad a_F \leq a .$$

THÉORÈME 7. – <u>Soit</u> $B \neq A \subset E$. <u>Nous allons considérer les quatre conditions suivantes</u> :

(12) $\forall a \in I$ et $\varepsilon > 0$, $\exists y \in E_+$ <u>tel que</u>, $\forall x \in A$, $\langle (|x| - y)^+ , a\rangle < \varepsilon$.

(17) <u>Les séries</u> $\sum_{n\geq 1} \langle |x| , a_n\rangle$ <u>convergent uniformément pour</u> $x \in A$ <u>quand</u> $\{a_n\}_{n\geq 1}$ <u>est une suite dans</u> E_+^* <u>dont les sommes partielles sont majorisées dans</u> I.

(18) $\langle |x| , a_n\rangle \to 0$ <u>uniformément pour</u> $x \in A$ <u>quand</u> $\{a_n\}_{n\geq 1}$ <u>est une suite disjointe dans</u> E_+^* <u>majorisée dans</u> I.

(13) $\langle x , a_n\rangle \to 0$ <u>uniformément pour</u> $x \in A$ <u>quand</u> $\{a_n\}_{n\geq 1}$ <u>est une suite disjointe dans</u> E_+^* <u>majorisée dans</u> I.

<u>Alors</u> (12) $\Rightarrow$ (17) $\Rightarrow$ (18) $\Leftrightarrow$ (13). <u>Or si</u>

(19) $$\forall a \in I , \quad \sup\langle |A| , a\rangle < \infty ,$$

alors les quatre conditions sont équivalentes.

Démonstration. - Il est trivial que (12) $\Rightarrow$ (17) $\Rightarrow$ (18) , et il est évident, grâce au lemme 5(c), que (18) $\Leftrightarrow$ (13). Pour la dernière partie, nous supposons que (19) est vrai, mais que (12) est faux. Nous allons donc démontrer que (18) est faux. Choisissons $a \in I$ et $\varepsilon > 0$ tels que $\forall\, y \in E_+$, $\exists\, x \in A$ tel que

$$\langle |x| - y)^+ , a\rangle \geqslant \varepsilon$$

et soit $M = \sup\langle |A| , a\rangle < \infty$.

Construisons inductivement une suite $\{x_n\}_{n\geqslant 1}$ d'éléments de A tels que

$$\forall\, n \in N , \qquad \langle(|x_n| - \alpha_n(|x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|))^+ , a\rangle \geqslant \varepsilon ,$$

où $\alpha_n = 2^n M/\varepsilon$. $\forall\, n \in N$, mettons

$$y_n = |x_n| - \alpha_n(|x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|) , \; z_n = y_n^+ \text{ et } b_n = a_{z_n} .$$

L'inégalité ci-dessus peut s'écrire

$$\forall\, n \in N , \qquad \langle x_n , a\rangle \geqslant \varepsilon ,$$

alors, d'après le lemme 5(d), $\langle y_n , b_n\rangle \geqslant \varepsilon$, c'est-à-dire que

$$\langle |x_n| , b_n\rangle \geqslant \varepsilon + \alpha_n\langle |x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}| , b_n\rangle .$$

Ceci implique, premièrement, que

(20) $$\forall\, n \in N , \qquad \langle |x_n| , b_n\rangle \geqslant \varepsilon$$

et, deuxièmement, que $\alpha_n\langle |x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}| , b_n\rangle \leqslant \langle |x_n| , b_n\rangle$, par conséquent :

(21) $$\forall\, m < n , \qquad \langle |x_m| , b_n\rangle \leqslant \varepsilon/2^n .$$

Pour tout $m \geqslant 1$, mettons $a_m = \Lambda_{p>m}(b_m - b_p)^+$. Si $1 \leqslant m < n$, alors

$$a_n \leqslant (b_n - b_{n+1})^+ \leqslant b_n \quad \text{et} \quad a_m \leqslant (b_m - b_n)^+ \leqslant (a - b_n)^+$$

donc, d'après le théorème 6, $a_m \wedge a_n = 0$. D'autre part, $\forall\, m \geqslant 1$,

$$\langle |x_m| , a_m\rangle = \langle |x_m| , b_m - V_{p>m}\, b_p \wedge b_m\rangle \geqslant \varepsilon/2$$

d'après (20) et (21). Nous avons donc démontré que (18) est faux.

Remarques 8. - Il est intéressant de comparer le théorème 7 avec le résultat suivant de FREMLIN (voir [3], 81 H, p. 223-225) : soit F un espace de Riesz archimédéen, E un espace vectoriel réticulé de formes linéaires relativement bornées sur F , et A un sous-ensemble non vide $\sigma(E , F)$-borné de E . Si

$$\langle x , a_n\rangle \to 0 \text{ uniformément pour } x \in A , \text{ quand } \{a_n\}_{n\geqslant 1}$$

est une suite disjointe dans F_+ majorisée dans F_+, alors

$$\forall\ a \in F_+ \ \text{et}\ \varepsilon > 0\ ,\ \exists\ y \in F_+ \ \text{tel que}\ \forall\ x \in A\ ,\ \langle(|x| - y)^+ , a\rangle < \varepsilon\ .$$

Il ne semble pas qu'il soit possible de déduire l'un de ces deux résultats de l'autre.

Cette question nous amène à considérer la version suivante affaiblie de (18) :

(22) $\langle |x| , a_n\rangle \to 0$ uniformément pour $x \in A$, quand $\{a_n\}_{n\geq 1}$ est une suite disjointe dans I majorisée dans I.

Il s'agit maintenant de trouver une condition sur I qui garantit que (19) et (22) $\Rightarrow$ (12).

THÉORÈME 9. – Supposons que

$$b\ ,\ c \in E^*_+\ ,\ b \wedge c = 0 \ \underline{\text{et}}\ b + c \in I \Rightarrow b \in I \ \underline{\text{et}}\ c \in I\ ,\ \underline{\text{et}}\ \emptyset \neq A \subset E\ .$$

Alors (19 et (22) $\Rightarrow$ (12).

Démonstration. – Si $a \in E^*_+$, mettons

$$Ba = \{b\ :\ b \in E^*_+\ ,\ b \leq a \ \text{et}\ b \wedge (a - b)^+ = 0\}\ .$$

La distributivité de E_+ nous permet de voir aisément que Ba est fermé pour les inf et les sup. Si b, $c \in Ba$, alors

$$\begin{aligned}(b - c) \wedge (a - (b - c)) &= (b - c) \wedge (a - b + c) \leq (b - c) \wedge (b + c) \wedge (a - b + c)\\ &= (b - c) \wedge (b \wedge (a - b) + c) \leq (a - c) \wedge (b \wedge (a - b)^+ + c)\\ &\leq (a - c)^+ \wedge (0 + c) = 0\ .\end{aligned}$$

Nous avons donc démontré que

$$b\ ,\ c \in Ba \Rightarrow (b - c)^+ \in Ba\ .$$

(En fait, Ba est un réseau booléen complet). Regardons maintenant la démonstration du théorème 7. Il découle du théorème 6 et de ce que nous venons de dire que $\forall\ n \in N$, $b_n \in Ba$ et donc $\forall\ n \in N$, $a_n \in Ba$. Cependant puisque $a \in I$, $Ba \subset I$ et donc $\forall\ n \in N$, $a_n \in I$. Nous obtenons ainsi le résultat voulu.

Remarque 10. – Il y a d'autres résultats connus sur les suites disjointes dans les espaces de Riesz (En particulier, voir [3], 24 H, p. 56-58, et [5]).

BIBLIOGRAPHIE

[1] BESSAGA (C.) et PELCZYNSKI (A.). – On bases and unconditional convergence of series in Banach spaces, Studia Math., Warszawa, t. 17, 1958, p. 151-164.

[2] DUNFORD (N.) et SCHWARTZ (J. T.). – Linear operators, Part I. – Wiley, Interscience, 1967 ; New York, Interscience Publishers, 1958 (Pure and applied mathematics, Interscience, 7).

[3] FREMLIN (D. H.). – Topological Riesz spaces and measure theory. – London, Cambridge, University Press, 1974.

[4] GROTHENDIECK (A.). - Sur les applications linéaires faiblement compactes d'espaces du type C(K) , Canadian J. Math., t. 5, 1953, p. 129-173.

[5] MEYER-NIEBERG (P.). - Charakterisierung einiger topologischer und ordnungstheoretischer Eigenschaften von Banachverbänden mit Hilfe disjunkter Folgen, Arch. der Math., t. 24 , 1973, p. 640-647.

[6] MEYER-NIEBERG (P.). - Zur schwachen Kompaktleit in Banachverhänden, Math. Z., t. 134, 1973, p. 303-315.

(Texte reçu le 28 juin 1976)

Stephen SIMONS
Department of Mathematics
University of California
SANTA BARBARA Cal. 93106
(Etats-Unis)