MARC ROGALSKI

Représentation intégrale des mesures excessives relativement à un semi-groupe d'opérateurs

Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse, tome 3 (1964), exp. n° 6, p. 1-11
<http://www.numdam.org/item?id=SC_1964__3__A4_0>

REPRÉSENTATION INTÉGRALE DES MESURES EXCESSIVES RELATIVEMENT À UN SEMI-GROUPE D'OPÉRATEURS

par Marc ROGALSKI

L'utilisation des mesures coniques a permis à G. CHOQUET de généraliser son théorème de représentation intégrale aux cônes convexes faiblement complets. Elle a permis ainsi d'énoncer de nouveaux théorèmes de représentation intégrale en analyse, en particulier dans les cas d'unicité : cônes réticulés bien coiffés (voir [1], [2], [3], [4] et [5] pour le théorème lui-même).

G. CHOQUET et J. DENY ont, au Séminaire de Théorie du Potentiel en 1960, exposé un théorème de représentation des mesures positives μ , sur un groupe abélien localement compact, à base dénombrable, vérifiant l'équation de convolution

$$\mu = \mu \star \sigma$$

où σ est une mesure positive donnée. Nous renvoyons à cet exposé [7].

G. A. HUNT a récemment utilisé le théorème de G. CHOQUET pour donner une représentation intégrale des mesures excessives relativement à un semi-groupe d'opérateurs sur $C_K(\mathcal{E})$, où $\mathcal{E}$ est localement compact à base dénombrable. C'est ce théorème qui sera exposé ici.

1. Rappels.

Soient $\mathcal{E}$ un espace localement compact à base dénombrable, $\mathfrak{M}^+(\mathcal{E})$ le cône des mesures de Radon positives, muni de la topologie vague.

(1) $\mathfrak{M}^+(\mathcal{E})$ est bien coiffé. - En effet, si K_n est une suite exhaustive de compacts, et $\widetilde{1_{K_n}}$ une régularisée continue à support compact inclus dans K_{n+1} de l'indicateur de K_n , les ensembles $V_{n,m}$: $\{\mu \mid \langle\mu , \widetilde{1_{K_n}}\rangle \leq \frac{1}{m}\}$ forment un système fondamental dénombrable de voisinages de l'origine dans $\mathfrak{M}^+(\mathcal{E})$. On en déduit très simplement que $\mathfrak{M}^+(\mathcal{E})$ est bien coiffé (cf. [1]).

(2) Les chapeaux sont métrisables. - Cela résulte de ce que $\mathcal{E}$ est à base dénombrable.

(3) Si E est un sous-cône convexe vaguement fermé de $\mathfrak{M}^+(\mathcal{E})$, il possède les propriétés précédentes.

(4) Si E est de plus réticulé pour son ordre propre, on a le théorème de représentation intégrale :

THÉORÈME 1. - Tout point de E est résultante d'une mesure conique maximale unique, localisable en une mesure de Radon sur un chapeau, portée par les points extrémaux.

2. Notations et définitions.

$\mathcal{E}$ sera un espace localement compact à base dénombrable $\mathcal{M}(\mathcal{E})$, $\mathcal{M}^+(\mathcal{E})$: mesures de Radon, mesures de Radon positives ou nulles.

$\mathcal{M}_K(\mathcal{E})$: mesures de Radon à support compact

$\mathcal{C}(\mathcal{E})$: fonctions continues

$\mathcal{C}_K(\mathcal{E})$: fonctions continues à support compact.

A. Soit $(P_t)_{t\geqslant 0}$ une famille d'applications linéaires de $\mathcal{C}_K(\mathcal{E})$ dans $\mathcal{C}(\mathcal{E})$, positives :

$$f \geqslant 0 \implies P_t\, f \geqslant 0 , \qquad \forall\, t \geqslant 0 .$$

Extension : Si $f \geqslant 0$ mesurable, on posera :

$$P_t\, f = \sup_{\substack{g\in\mathcal{C}_K^+(\mathcal{E}) \\ g\leqslant f}} P_t\, g .$$

Nous supposerons que la famille $(P_t)_{t\geqslant 0}$ vérifie les propriétés suivantes :

(1) $\forall\, f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$, l'application $(x , t) \rightsquigarrow P_t\, f(x)$ est continue sur $\mathcal{E} \times \mathbb{R}^+$.

(2) $\forall\, f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$, $\forall\, s , t \geqslant 0$,

$$P_s\, P_t\, f = P_{s+t}\, f \quad \text{(propriété de semi-groupe).}$$

(3) $P_0 \equiv I$ et $P_t\, f \to f$ uniformément sur tout compact, quand $t \to 0$.

(4) $\forall\, f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$, l'application $x \rightsquigarrow \mathcal{U}f(x)$:

$$\mathcal{U}f(x) = \int_0^\infty P_t\, f(x)\, dt$$

est continue.

Remarque. - Les opérateurs P_t peuvent être définis au moyen de noyaux, mais seules les propriétés formelles ci-dessus nous suffiront.

<u>Fonctions excessives</u>. - Nous dirons que f est excessive, si f est positive ou nulle, mesurable, si $P_t f \leq f$, $\forall t > 0$ et si $P_t f \to f$ simplement quand $t \to 0$.

Nous n'étudierons pas ici les fonctions excessives (cf. [8]).

B. Extension du semi-groupe aux mesures.

Si $\mu \in \mathfrak{M}_K(\mathcal{E})$, μP_t sera définie par :

$$\forall f \in \mathcal{C}_K(\mathcal{E}) , \qquad \langle \mu P_t , f \rangle = \langle \mu , P_t f \rangle .$$

<u>Extension</u> : Si $\mu \geq 0$, on peut définir μP_t par $\mu P_t = \sup\limits_K \mu_K P_t$, où μ_K est la restriction de μ au compact K , si les $\mu_K P_t$ sont uniformément majorés sur tout compact.

Si $f \geq 0$ est mesurable, si μ est positive ou nulle et si μP_t est définie, on a donc :

$$\langle \mu P_t , f \rangle = \langle \mu , P_t f \rangle \leq + \infty .$$

<u>Propriété de semi-groupe pour les mesures positives</u>. - <u>Si μP_t et μP_{t+s} sont définies</u>, $\mu P_t P_s = \mu P_{t+s}$.

Soit $f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$.

$$\begin{aligned} \langle \mu P_t P_s , f \rangle &= \sup \langle (\mu P_t)_K P_s , f \rangle \\ &= \sup \langle (\mu P_t)_K , P_s f \rangle \\ &= \langle \mu P_t , P_s f \rangle \leq + \infty \\ &= \langle \mu , P_t P_s f \rangle \\ &= \langle \mu , P_{t+s} f \rangle \\ &= \langle \mu P_{t+s} , f \rangle . \end{aligned}$$

Cela se produira, par exemple, chaque fois que $\mu \in \mathfrak{M}_K^+(\mathcal{E})$.

3. Mesures excessives.

Soit μ une mesure positive ; nous dirons que μ est <u>excessive</u>, si $\mu P_t \leq \mu$, $\forall t > 0$. D'après la propriété de semi-groupe, μP_t décroit quand t croit.

μ sera dite <u>harmonique</u>, si $\mu P_t = \mu$, $\forall t > 0$.

THÉORÈME 2. - Les mesures excessives forment un cône convexe saillant vaguement fermé E , stable par l'opération

$$\mu , \nu \rightsquigarrow \inf(\mu , \nu) .$$

Démonstration.

a. Que E soit convexe saillant est bien évident. Soient μ et ν deux mesures de E , et

$$\alpha = \inf(\mu , \nu) .$$

αP_t existe, et on a

$$\alpha P_t \leqslant \mu P_t \leqslant \mu ,$$

$$\alpha P_t \leqslant \nu P_t \leqslant \nu ,$$

d'où $\alpha P_t \leqslant \alpha$ et $\alpha \in E$.

b. Soit μ_n une suite de mesures de E , convergeant vers μ . Il faut montrer que μP_t existe et que $\mu P_t \leqslant \mu$.

Il faut donc étudier $\sup_K \langle \mu_K P_t , f \rangle$ pour $f \in C_K^+(\mathcal{E})$.

$$\begin{aligned}
\sup_K \langle \mu_K P_t , f \rangle &= \sup_K \langle \mu_K , P_t f \rangle \\
&= \sup_K \lim_n \langle \mu_{nK} , P_t f \rangle \\
&\leqslant \lim_n \sup_K \langle \mu_n K , P_t f \rangle \\
&= \lim_n \langle \mu_n , P_t f \rangle \\
&= \lim_n \langle \mu_n P_t , f \rangle \\
&\leqslant \lim_n \langle \mu_n , f \rangle \\
&= \langle \mu , f \rangle ,
\end{aligned}$$

donc μP_t existe et $\mu P_t \leqslant \mu$.

C. Q. F. D.

Pour avoir l'unicité d'une représentation intégrale par les points extrémaux de E , il faut montrer que ce cône est réticulé pour son ordre propre. Cette démonstration, délicate, nécessite quelques préliminaires.

THÉORÈME 3. - Décomposition de Riesz.

Si μ est une mesure excessive, μ peut s'écrire de façon unique sous la forme d'une somme d'une mesure μ' excessive telle que $\mu' P_t \to 0$ quand $t \to \infty$, et d'une mesure μ'' harmonique.

μ' est dite purement excessive.

Démonstration.

Unicité. - Nécessairement $\mu'' = \lim_{t\to\infty} \mu P_t$ et $\mu' = \mu - \mu''$.

Existence. - μP_t décroit quand $t \to \infty$, donc $\mu'' = \lim_{t\to\infty} \mu P_t$ existe, et

$$\mu'' P_s = \lim_{t\to\infty} \mu P_{s+t} = \mu'' ,$$

donc μ'' est harmonique. Si on pose $\mu' = \mu - \mu''$,

$$\mu' P_t = \mu P_t - \mu'' \to 0 \quad \text{quand} \quad t \to \infty .$$

Enfin

$$\mu P_t = \mu'' + \mu' P_t \leqslant \mu'' + \mu'$$

donc $\mu' P_t \leqslant \mu'$: μ' est excessive.

C. Q. F. D.

LEMME 1. - Si μ et ν sont excessives et si $\mu - \nu$ est excessive, alors $\mu' \geqslant \nu'$ et $\mu'' \geqslant \nu''$.

En effet

$$(\mu - \nu)'' = \mu'' - \nu'' \geqslant 0$$

$$(\mu - \nu)' = \mu' - \nu' \geqslant 0 .$$

LEMME 2. - Si μ est purement excessive, et si

$$\nu \leqslant \mu , \quad \lim_{t\to\infty} \nu P_t = 0$$

4. Potentiels.

L'hypothèse (4) sur le semi-groupe $(P_t)_{t\geq 0}$ va nous permettre de définir le potentiel $\mu\mathcal{U}$ d'une mesure μ.

DÉFINITION. - Si $\mu \in \mathcal{F}_K(\mathcal{E})$, $\mu\mathcal{U}$ sera définie par :

$$\forall\ f \in \mathcal{C}_K(\mathcal{E}) : \qquad \langle \mu\mathcal{U} , f\rangle = \langle \mu , \mathcal{U}f\rangle .$$

Nous avons pour l'opérateur $\mathcal{U} = \int_0^\infty P_t \, dt$, les mêmes extensions que pour les opérateurs P_t.

$\mu\mathcal{U}$ s'appelle le potentiel de μ.

PROPOSITION 1. - <u>Si</u> μ <u>est positive, et si</u> $\mu\mathcal{U}$ <u>existe, elle est excessive et</u> $\mu\mathcal{U}P_t \to 0$ <u>quand</u> $t \to \infty$ <u>(les potentiels sont purement excessifs)</u>.

Formellement, on peut écrire :

$$\mu\mathcal{U}P_t = \mu \int_0^{+\infty} P_{s+t}\, ds$$

$$= \mu \int_t^{+\infty} P_s\, ds \leq \mu\mathcal{U}$$

et $\mu \int_t^{+\infty} P_s\, ds \to 0$ quand $t \to +\infty$.

De façon précise, soit $f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$,

$$\langle \mu\mathcal{U}P_t , f\rangle = \sup_K \langle \mu\mathcal{U}_K , P_t f\rangle$$

$$= \sup_K \langle \mu\mathcal{U} , P_t f|_K\rangle$$

$$= \sup_K \langle \mu , \int_0^{+\infty} P_s[P_t f|_K]\, ds\rangle$$

$$= \langle \mu , \int_0^{+\infty} P_s P_t f\, ds\rangle$$

$$= \langle \mu , \int_t^{+\infty} P_s f\, ds\rangle$$

$$= \langle \int_t^{\infty} \mu P_s\, ds , f\rangle \leq \langle \mu\mathcal{U} , f\rangle$$

et de plus $\langle \int_t^{+\infty} \mu P_s\, ds , f\rangle \to 0$, quand $t \to +\infty$.

C. Q. F. D.

PROPOSITION 2. - <u>Si</u> μ <u>est excessive</u> : $\frac{1}{t} \int_0^t \mu P_s\, ds \to \mu$, <u>quand</u> $t \to 0$.

Soit $f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$

$$\langle \mu , \frac{1}{t} \int_0^t P_s f\, ds\rangle \leq \langle \mu , f\rangle .$$

Soit $\sup_K \langle \mu_K , \frac{1}{t} \int_0^t P_s f\, ds\rangle \leq \langle \mu , f\rangle$.

$$\sup_K \varliminf_{t\to 0} \langle \mu_K , \frac{1}{t} \int_0^t P_s f\, ds\rangle \leq \varliminf_{t\to 0} \sup_K \langle \mu_K , \frac{1}{t} \int_0^t P_s f\, ds\rangle \leq$$

$$\leq \varlimsup_{t\to 0} \sup_K \langle \mu_K , \frac{1}{t} \int_0^t P_s f\, ds\rangle \leq \langle \mu , f\rangle ,$$

cr le premier membre est $\sup_K \langle \mu_K , f\rangle$, grâce à l'hypothèse (3) sur les $(P_t)_{t\geq 0}$, c'est-à-dire $\langle \mu , f\rangle$. D'où le résultat annoncé.

LEMME 3. - <u>Si</u> φ <u>est une fonction numérique continue positive décroissante,</u> $\frac{1}{t}\int_0^t \varphi(u)\,du$ <u>est une fonction décroissante de</u> t .

PROPOSITION 3. - <u>Si</u> μ <u>est purement excessive,</u> μ <u>est une limite croissante de potentiels. Plus précisement si</u> μ_t <u>est le potentiel de</u> $\frac{\mu - \mu P_t}{t}$, $\mu = \lim_{t\to 0} \mu_t$.

Soit donc μ excessive telle que $\mu P_t \to 0$ quand $t \to \infty$. $\int_0^A \mu P_s\,ds$ existe car elle est majorée par $A\mu$, puisque $\mu P_s \leqslant \mu$

$$\frac{\mu - \mu P_t}{t}\int_0^A P_s\,ds = \frac{1}{t}\int_0^A \mu P_s\,ds - \frac{1}{t}\int_t^{A+t} \mu P_s\,ds$$

$$= \frac{1}{t}\int_0^t \mu P_s\,ds - \frac{1}{t}\int_A^{A+t} \mu P_s\,ds .$$

Or

$$\frac{1}{t}\int_A^{A+t} \mu P_s\,ds \leqslant \frac{A + t - A}{t}\,\mu P_A = \mu P_A \to 0 \quad \text{quand} \quad A \to +\infty$$

et

$$\frac{1}{t}\int_0^t \mu P_s\,ds \leqslant \frac{1}{t}\int_0^t \mu\,ds = \mu ,$$

donc

$$\frac{\mu - \mu P_t}{t}\int_0^A P_s\,ds \to \frac{1}{t}\int_0^t \mu P_s\,ds \leqslant \mu \quad \text{quand} \quad A \to +\infty .$$

Donc $\mu_t = \frac{\mu - \mu P_t}{t}\mathcal{U}$ existe, vaut $\frac{1}{t}\int_0^t \mu P_s\,ds$ et $\mu_t \leqslant \mu$.

Si $f \in \mathcal{C}_K^+(\mathcal{E})$, $\langle \mu_t , f\rangle = \langle \mu , \frac{1}{t}\int_0^t P_s f\,ds\rangle$ est une fonction décroissante de t , d'après le lemme 3.

Donc, d'après la proposition 2, $\mu_t \nearrow \mu$, quand $t \searrow 0$.

C. Q. F. D.

PROPOSITION 4. - <u>Si</u> $\mu\mathcal{U}$ <u>existe,</u>

$$\frac{\mu\mathcal{U} - \mu\mathcal{U}P_t}{t} \to \mu \ \underline{\text{quand}} \ t \to 0 .$$

Nous ne le démontrerons que pour μ à support compact (si μ est purement excessive, c'est la proposition 3), renvoyant aux travaux de J. DENY pour le cas général (Cf. [9]).

$$\langle \frac{\mu\mathcal{U} - \mu\mathcal{U}P_t}{t} , f\rangle = \lim_{A\to+\infty} \langle \frac{\mu - \mu P_t}{t}\int_0^A P_s\,ds , f\rangle$$

$$= \lim_{A\to\infty} [\langle \frac{1}{t}\int_0^t \mu P_s\,ds , f\rangle - \langle \frac{1}{t}\int_A^{A+t} \mu P_s\,ds , f\rangle] .$$

D'après l'existence de $\mu\mathcal{U}$, $\frac{1}{t}\int_A^{A+t} \mu P_s \, ds \to 0$ quand $A \to +\infty$. Donc

$$\langle \frac{\mu\mathcal{U} - \mu\mathcal{U}P_t}{t} , f \rangle = \langle \mu , \frac{1}{t}\int_0^t P_s \, f \, ds \rangle .$$

Si μ est à support compact, le résultat provient de l'hypothèse (3) sur le semi-groupe $(P_t)_{t\geq 0}$.

Si μ est excessive, la proposition 2 donne le même résultat.

PROPOSITION 5. - Principe d'unicité des masses.

Si $\mu\mathcal{U} = \nu\mathcal{U}$, alors $\mu = \nu$.

$$\frac{\mu\mathcal{U} - \mu\mathcal{U}P_t}{t} = \frac{\nu\mathcal{U} - \nu\mathcal{U}P_t}{t}$$

si $t \to 0$, le premier membre tend vers μ , le second vers ν . Donc $\mu = \nu$.

C. Q. F. D.

COROLLAIRE. - L'application $\mu \rightsquigarrow \mu\mathcal{U}$ est bijective, et le cône U des potentiels est un sous-cône de E réticulé pour son ordre propre.

$$\inf(\mu\mathcal{U} , \nu\mathcal{U}) = \inf(\mu , \nu).\mathcal{U} .$$

Si V est le cône des mesures qui ont un potentiel, et si U est le cône des potentiels, $\mu \rightsquigarrow \mu\mathcal{U}$ est une bijection de V sur U . L'ordre $\leq$ sur V se transporte en l'ordre propre $\ll$ de U qui coïncide avec l'ordre $\prec$ induit sur U par l'ordre propre $\prec$ de E .

5. Représentation intégrale des mesures excessives.

Nous noterons $\prec$ l'ordre propre de E , et $\mu \vee \nu$ l'enveloppe inférieure, si elle existe, de 2 mesures de E pour son ordre propre.

THÉORÈME 4. - Le cône E est réticulé pour son ordre propre, ainsi que H , cône des mesures harmoniques. Si $\alpha = \alpha' + \alpha''$, $\beta = \beta' + \beta''$, $\gamma = \alpha \vee \beta = \gamma' + \gamma''$ avec

$$\gamma' = \inf(\alpha' , \beta') \text{ purement excessive,}$$
$$\gamma'' = \lim_{t\to\infty} [\inf(\alpha'' , \beta'')]P_t \text{ harmonique.}$$

a. $\lambda = \inf(\alpha' , \beta')$ est excessive, et $\lambda P_t \to 0$ quand $t \to \infty$, donc λ est purement excessive.

b. Si $\gamma = \alpha \vee \beta = \gamma' + \gamma''$ existe, on a nécessairement $\gamma'' \leq \lambda$ (lemme 1). Posons $\delta = \inf(\alpha'' , \beta'')$, excessive (théorème 2). $\gamma'' \leq \delta$ est alors nécessaire (lemme 1). Donc

$$\gamma'' P_t = \gamma'' \leqslant \delta P_t \; .$$

Si $t \to \infty$, on obtient la relation nécessaire $\gamma'' \leqslant \delta''$. Posons $\mu = \lambda + \delta''$; μ est excessive.

Nous allons montrer que μ est effectivement $\alpha \vee \beta$.

c. Si $\nu \prec \alpha$ et $\nu \prec \beta$, il faut d'abord montrer que $\nu \prec \lambda + \delta''$.

Si $\alpha - \nu$ et $\beta - \nu$ sont excessives, $\alpha' - \nu'$ et $\beta' - \nu'$ sont excessives. Donc $\inf(\alpha' - \nu' , \beta' - \nu') = \lambda - \nu'$ est excessive.

D'autre part, $\nu'' \leqslant \alpha''$ et β'' (lemme 1), donc

$$\nu'' \leqslant \inf(\alpha'' , \beta'') = \delta \; ,$$

donc

$$\nu'' P_t = \nu'' \leqslant \delta P_t \; ,$$

et, en faisant $t \to +\infty$,

$$\nu'' \leqslant \delta'' \; .$$

Donc $\delta'' - \nu''$ est harmonique $\geqslant 0$. $\lambda + \delta'' - \nu = \lambda - \nu' + \delta'' - \nu''$ est excessive. Donc

$$\nu \prec \lambda + \delta'' \; .$$

d. Reste à montrer que $\alpha - \mu$ et $\beta - \mu$ sont excessives.

$$\alpha - \mu = \alpha'' - \delta'' + \alpha' - \inf(\alpha' , \beta')$$

$\alpha'' - \delta''$ est harmonique $\geqslant 0$.

Si nous avons démontré le

LEMME 4. - <u>Si</u> α' <u>et</u> β' <u>sont purement excessives</u>, $\alpha' \vee \beta'$ <u>existe, et c'est</u> $\inf(\alpha' , \beta')$.

alors $\alpha' - \inf(\alpha' , \beta')$ sera excessive et $\alpha - \mu$ sera bien excessive.

<u>Démonstration du lemme 4.</u>

$\alpha'_t = \dfrac{\alpha' - \alpha' P_t}{t}\, \mathcal{U} \nearrow \alpha$ quand $t \searrow 0$ (proposition 3). $\alpha'_t = \alpha' K_t$ où $K_t = \dfrac{I - P_t}{t}\, \mathcal{U}$ est un opérateur $\geqslant 0$ sur les mesures excessives. Il en résulte que, si $\gamma = \inf(\alpha' , \beta')$, on a

$$\gamma_t = \inf(\alpha'_t , \beta'_t) \; .$$

Soit $\nu \prec \alpha'$ et β'.

$$\nu_t \prec \alpha'_t \text{ et } \beta'_t \Longrightarrow \nu_t \prec \gamma_t \nearrow \gamma$$

$$\nu_t \prec \gamma \; ;$$

or $\nu_t \nearrow \nu$, donc

$$\nu \prec \gamma$$

$\gamma_t \prec \alpha'_t \nearrow \alpha'$ et $\gamma_t \prec \beta'_t \nearrow \beta'$, donc $\gamma_t \prec \alpha'$ et β' , or $\gamma_t \nearrow \gamma$, donc

$$\gamma \prec \alpha' \text{ et } \beta' .$$

C. Q. F. D.

e. Enfin si α et β sont harmoniques, $\alpha' = \beta' = 0$.

$$\alpha \vee \beta = \lim_{t\to 0} [\inf(\alpha , \beta)] P_t$$

est harmonique. Comme l'ordre induit sur H , par l'ordre propre de E , est l'ordre propre de H , H est réticulé pour son ordre propre.

C. Q. F. D.

On peut donc énoncer le théorème suivant.

THÉORÈME 5. - <u>Toute mesure excessive est résultante d'une mesure conique maximale</u> unique, <u>localisable en une mesure de Radon sur un chapeau, portée par les points extrémaux du cône</u> E .

On a assez peu de résultats, dans le cas général, sur la nature de ces points extrémaux. Il en existe a priori de trois sortes : mesures harmoniques, potentiels, et mesures purement excessives, mais non potentiels (c'est d'ailleurs l'existence de ces mesures qui rend si délicate la démonstration du théorème 4, beaucoup plus simple dans [7] par exemple).

Il semble qu'on ait plus de renseignements dans le cas où le semi-groupe (P_t) est markovien, en utilisant les processus de Markov.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BONY (Jean-Michel). - Représentation intégrale des cônes convexes faiblement complets, Séminaire Choquet : Initiation à l'Analyse, t. 3, 1963/64, n° 5, 7 p.

[2] CHOQUET (Gustave). - Mesures coniques maximales sur les cônes convexes faiblement complets, Séminaire Brelot-Choquet-Deny : Théorie du Potentiel, t. 6, 1961/62, n° 12, 15 p.

[3] CHOQUET (Gustave). - Ensembles et cônes convexes faiblement complets, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 254, 1962, p. 2123-2125.

[4] CHOQUET (Gustave). - Axiomatique des mesures maximales. Applications aux cônes convexes faiblement complets, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 255, 1962, p. 37-39.

[5] CHOQUET (Gustave). - Etude des mesures coniques, cônes convexes saillants faiblement complets sans génératrices extrémales, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 255, 1962, p. 445-447.

[6] DENY (Jacques). - Les noyaux élémentaires, Séminaire Brelot-Choquet-Deny : Théorie du Potentiel, t. 4, 1959/60, n° 4, 12 p.

[7] DENY (Jacques). - Sur l'équation de convolution $\mu = \mu \star \sigma$, Séminaire Brelot-Choquet-Deny, t. 4, 1959/60, n° 5, 11 p.

[8] DENY (Jacques). - Eléments de théorie du potentiel par rapport à un noyau de Hunt, Séminaire Brelot-Choquet-Deny : Théorie du Potentiel, t. 5, 1960/61, n° 8, 8 p.

[9] DENY (Jacques). - Noyaux de convolution de Hunt et noyaux associés à une famille fondamentale, Annales Inst. Fourier, Grenoble, t. 12, 1962, p. 643-667.