Gabriel Mokobodzki

Représentation intégrale des capacités

Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse, tome 2 (1963), exp. n° 7, p. 1-10
<http://www.numdam.org/item?id=SC_1963__2__A5_0>

[Rédigé en novembre 1964]

REPRÉSENTATION INTÉGRALE DES CAPACITÉS

par Gabriel MOKOBODZKI

Introduction. - Le problème de la représentation intégrale des capacités a été étudié et résolu par CHOQUET dans son mémoire "Theory of Capacities" [2]. La méthode employée par CHOQUET est susceptible d'une extension dans un cadre plus général que nous exposerons dans la deuxième partie.

Actuellement, lorsqu'on parle de représentation intégrale dans un cône convexe, cela revient à exhiber des topologies localement convexes séparées qui permettent d'appliquer les théorèmes généraux de CHOQUET sur la représentation intégrale.

Dans tous les cas connus, on se ramène à montrer que tout élément du cône convexe est contenu dans un <u>chapeau</u>, c'est-à-dire un sous-ensemble convexe compact du cône, contenant le sommet du cône, et dont le complémentaire par rapport à ce cône est aussi convexe.

Il existe différentes notions de capacité. Soient E un ensemble, $\mathcal{K}$ une famille de parties de E, ordonnée par inclusion. En général, une capacité sera définie comme une application croissante φ de $\mathcal{K}$ dans $\bar{R}$, satisfaisant certaines conditions de régularité et diverses inégalités (par exemple sous-additivité, sous-additivité forte, etc.).

1. Capacités sur un espace compact.

Dans ce qui suit, on se placera dans un cadre topologique : l'ensemble E sera un espace compact, et $\mathcal{K}$ sera l'ensemble $\mathcal{K}(E)$ des compacts de E.

On posera la définition suivante :

DÉFINITION 1. - <u>Une application</u> φ <u>de</u> $\mathcal{K}(E)$ <u>dans</u> $\bar{R}$ <u>sera dite une capacité, si elle est croissante sur</u> $\mathcal{K}(E)$, <u>et si, pour tout compact</u> K <u>de</u> E, <u>on a</u>

$$\varphi(K) = \inf_{\substack{\omega \supset K \\ \omega \text{ ouvert}}} \varphi(\bar{\omega})$$

(<u>continuité à droite</u>).

Cette définition est suffisante pour étudier la représentation intégrale des capacités alternées d'ordre 2 ou alternées d'ordre infini, qui sont caractérisées par leurs valeurs sur $\mathcal{K}(E)$. (Pour toutes ces notions, voir [2].)

Introduisons les ensembles suivants :

- $\mathcal{C}^+(E)$: ensemble des fonctions numériques $\geqslant 0$, continues sur E ;
- S : ensemble des fonctions numériques $\geqslant 0$, croissantes sur $\mathcal{K}(E)$;
- C : ensemble des capacités $\geqslant 0$, c'est-à-dire l'ensemble des éléments continus à droite de S .

Les ensembles S et C sont des cônes convexes.

On va montrer qu'on peut munir l'espace vectoriel $H = C - C$ d'une topologie localement convexe séparée, de sorte que C admette un chapeau et, plus précisément, une base convexe compacte pour cette topologie.

DÉFINITION 2. - <u>Soit</u> $\varphi \in S$; <u>on appellera régularisée de</u> φ , <u>qu'on notera</u> $\hat{\varphi}$, <u>la fonction définie sur</u> $\mathcal{K}(E)$ <u>par</u>

$$\hat{\varphi}(K) = \inf_{\substack{K \subset \omega \\ \omega \text{ ouvert}}} \varphi(\bar{\omega}) \qquad \forall\, K \in \mathcal{K}(E) .$$

Il est immédiat de vérifier que $\hat{\varphi}$ est continue à droite ; c'est même la plus petite fonction continue à droite majorant φ .

On remarque encore que l'application $\varphi \to \hat{\varphi}$ est une application affine de S dans C .

Nous aurons besoin du lemme suivant :

LEMME 1. <u>Soient</u> $I = [0 , a]$, θ_0 <u>et</u> $(\theta_i)_{i\in I}$ <u>des fonctions numériques croissantes (resp. décroissantes) sur</u> $[0 , a]$ <u>à valeurs dans</u> $[0 , b]$. <u>Soient</u> A <u>un ensemble dense dans</u> $[0 , a]$, $\mathfrak{F}$ <u>un filtre sur</u> I <u>tel que pour tout</u> $x \in A$, <u>on ait</u>

$$\lim_{\mathfrak{F}} \theta_i(x) = \theta_0(x) .$$

<u>Dans ces conditions</u>,

$$\lim_{\mathfrak{F}} \int_0^a \theta_i(x)\, dx = \int_0^a \theta_0(x)\, dx .$$

(Toutes ces fonctions sont intégrables au sens de Riemann.)

<u>Formes affines sur</u> S <u>défini par des éléments de</u> $\mathcal{C}^+(E)$. - Soit $g \in \mathcal{C}^+(E)$; pour toute $\varphi \in S$, on pose

$$\theta_\varphi^g(x) = \varphi(\{g \geqslant x\}) \qquad \text{pour tout } x \in [0 , \sup g] .$$

Les fonctions θ^g_φ sont décroissantes, et l'on a $0 \leqslant \theta^g_\varphi \leqslant \varphi(\{E\})$.

On pose encore

$$\mu_g(\varphi) = \int_0^{\sup g} \varphi(\{g \geqslant x\})\, dx .$$

Les applications $\varphi \to \theta^g_\varphi$ et $\varphi \to \mu_g(\varphi)$ sont évidemment affines.

PROPOSITION 1.

1° <u>Pour tout filtre</u> $\mathfrak{F}$ <u>sur</u> S <u>qui converge simplement vers</u> $\varphi_0 \in S$ (i. e. $\lim_{\mathfrak{F}} \varphi(K) = \varphi_0(K)$ pour tout $K \in \mathcal{K}(E)$), <u>on a, pour tout</u> $g \in \mathcal{C}^+(E)$,

$$\lim_{\mathfrak{F}} \mu_g(\varphi) = \mu_g(\varphi_0) .$$

2° <u>Pour toute</u> $\varphi \in S$, <u>on a</u>

$$\mu_g(\varphi) = \mu_g(\hat{\varphi}) .$$

<u>Démonstration</u>.

1° Si le filtre $\mathfrak{F}$ converge simplement vers φ_0 , θ^g_φ converge suivant $\mathfrak{F}$ vers $\theta^g_{\varphi_0}$, en tout point de l'intervalle $[0 , \sup g]$. D'après le lemme 1, cela entraîne la convergence des intégrales

$$\lim_{\mathfrak{F}} \int_0^{\sup g} \theta^g_\varphi(x)\, dx = \int_0^{\sup g} \theta^g_{\varphi_0}(x)\, dx ,$$

ou encore

$$\lim_{\mathfrak{F}} \mu_g(\varphi) = \mu_g(\varphi_0) .$$

2° Soit $\varphi \in S$. Comparons les fonctions θ^g_φ et $\theta^g_{\hat{\varphi}}$. Comme $\varphi \leqslant \hat{\varphi}$, on a $\theta^g_\varphi \leqslant \theta^g_{\hat{\varphi}}$. Par ailleurs, pour $x < y$, $x , y \in [0 , \sup g]$, l'ensemble $\{g \geqslant x\}$ est un voisinage compact de $\{g \geqslant y\}$; on a donc

$$\varphi(\{g \geqslant x\}) \geqslant \hat{\varphi}(\{g \geqslant y\}) ,$$

ou encore

$$\theta^g_{\hat{\varphi}}(x) \geqslant \theta^g_\varphi(x) \geqslant \theta^g_{\hat{\varphi}}(y) , \qquad \text{si } x < y ;$$

ces inégalités montrent que $\theta^g_{\hat{\varphi}} = \theta^g_\varphi$, sauf peut-être dans l'ensemble des points de discontinuité de $\theta^g_{\hat{\varphi}}$, et cet ensemble est, au plus, dénombrable. On a donc bien

$$\mu_g(\varphi) = \mu_g(\hat{\varphi}) .$$

<u>Remarques</u>.

1° Si on prend $g \in \mathcal{C}^+(E)$, $g \equiv 1$, on a

$$\mu_g(\varphi) = \varphi(\{E\})\ , \quad E \text{ espace tout entier.}$$

2° Les formes affines μ_g se prolongent à $S - S$ tout entier.

Munissons l'espace vectoriel $H = C - C$ de la topologie la moins fine rendant continues les formes linéaires $(\mu_g)_{g \in \mathcal{C}^+(E)}$; H est séparé pour cette topologie.

PROPOSITION 2.

1° <u>Le cône convexe</u> C <u>est faiblement complet dans</u> H .

2° <u>L'ensemble</u> $B = \{\varphi\ ;\ \varphi \in C\ ;\ \varphi(\{E\}) = 1\}$ <u>est une base convexe compacte du cône</u> C .

<u>Démonstration</u>.

1° Soit $\mathfrak{F}$ un filtre de Cauchy sur C . On doit avoir

$$\lim_{\mathfrak{F}} \varphi(\{E\}) < +\infty\ .$$

Soit $\mathfrak{U}$ un ultrafiltre plus fin que $\mathfrak{F}$. Considéré comme filtre sur S , il converge simplement vers $\varphi_0 \in S$. D'après la proposition 1, pour toute $g \in \mathcal{C}^+(E)$,

$$\lim_{\mathfrak{U}} \mu_g(\varphi) = \mu_g(\varphi_0) = \mu_g(\hat{\varphi}_0)\ .$$

Autrement dit, le filtre $\mathfrak{U}$, donc aussi le filtre $\mathfrak{F}$, qui est un filtre de Cauchy moins fin, converge vers $\hat{\varphi}_0$.

2° L'ensemble B est une base de C . Par ailleurs, B est faiblement borné, faiblement fermé, donc complet, et par suite B est faiblement compact.

<u>Remarques</u>.

1° L'ensemble $B_1 = \{\varphi\ ;\ \varphi \in C\ ;\ \varphi(\{E\}) \leqslant 1\}$ est un chapeau du cône C .

2° Si E est un espace compact métrisable, il existe une suite $g_n \in \mathcal{C}^+(E)$, dense dans $\mathcal{C}^+(E)$, et par conséquent les formes linéaires μ_{g_n} séparent les points de B ; ceci entraîne que B est également métrisable.

Dans ce dernier cas, l'ensemble $\mathcal{E}$ des points extrêmaux de B est un G_δ , et tout point de B est barycentre d'une mesure de Radon $\geqslant 0$ sur B , de masse totale 1 , portée par $\mathcal{E}$.

Dans la généralisation qui va suivre, sera traîté implicitement le cas des capacités sur les espaces localement compacts.

2. Fonctions croissantes continues à droite sur un ensemble fortement ordonné.

DÉFINITION 1. - Soient E un ensemble, une relation binaire sur E notée $\prec$ qui satisfait aux conditions suivantes :

(a) $(x \prec y)$ et $(y \prec z) \Longrightarrow (x \prec z)$ (transitivité),

(b) $(x \prec y)$ et $(y \prec x) \Longrightarrow (x = y)$ (antisymétrie),

(c) $\forall\, x , y , z \in E$, tels que $x \prec y$ et $x \prec z$, il existe $t \in E$ tel que

$$(x \prec t \prec y) \quad \text{et} \quad (x \prec t \prec z) \qquad \text{(normalité)},$$

(d) $\forall\, x \in E$, il existe $y \in E$, $y \succ x$.

(La relation $\prec$ n'est pas nécessairement réflexive.) On dira que la relation $\prec$ définit une structure d'ordre fort sur E, ou que le couple $(E , \prec)$ est un ensemble fortement ordonné.

Exemples.

1° Tout ensemble ordonné est fortement ordonné pour sa relation d'ordre

$$(x \prec y) \Longleftrightarrow (x \leqslant y) .$$

2° Soient X un espace localement compact, E l'ensemble des compacts de X. Si $K_1 , K_2 \in E$, on dira que $K_1 \prec K_2$ si l'on a $K_1 \subset \mathring{K}_2$ (intérieur de K_2).

3° Soient X un espace normal, E l'ensemble des fermés de X. Si $F_1 , F_2 \in E$, on dira que $F_1 \prec F_2$ si l'on a $F_1 \subset \mathring{F}_2$.

DÉFINITION 2. - Soient $(E , \prec)$, $(F , \prec)$ des ensembles fortement ordonnés. Une application f de E dans F sera dite croissante si, pour tous $x , y \in E$, $x \prec y$, on a

$$f(x) \prec f(y) .$$

Dans la suite, on considérera toujours un ensemble ordonné comme étant fortement ordonné pour sa relation d'ordre.

DÉFINITION 3. - Soient $(E , \prec)$ un ensemble fortement ordonné, f une application croissante de E dans $\bar{R}$; on dira que f est continue à droite sur $(E , \prec)$ si, pour tout $x \in E$, on a

$$f(x) = \inf_{y \succ x} f(y) .$$

Exemple. - Soit φ une application de E dans $\bar{R}$. On définit $\hat{\varphi}$, pour tout $x \in E$, par

$$\hat{\varphi}(x) = \inf_{y>x}(\sup_{y>x'} \varphi(x')) .$$

La fonction $\hat{\varphi}$ est alors la plus petite fonction croissante continue à droite majorant φ .

<u>Quelques propriétés des fonctions croissantes continues à droite</u>. - Désignons par C l'ensemble des fonctions croissantes continues à droite à valeurs dans R^+ .

(a) Si $(f_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ sont des éléments de C ,

$$\sup f_i \in C .$$

(b) Si $(f_\alpha)_{\alpha\in A}$ est une famille quelconque d'éléments de C ,

$$f = \inf_\alpha f_\alpha \in C .$$

(c) Le cône C est convexe :

$$(f_1 , f_2 \in C) \implies (f_1 + f_2) \in C .$$

(d) Si f est une fonction croissante $\geqslant 0$ majorée par $g \in C$, $\hat{f}$ définie par

$$\hat{f}(x) = \inf_{y>x} f(y) \qquad \forall\ x \in E$$

est un élément de C .

On désignera par S le cône convexe des fonctions numériques positives simplement croissantes sur E , et par C le sous-cône convexe de S formé des fonctions continues à droite.

LEMME 1. - <u>Soient</u> $x , y \in E$, $x \prec y$, <u>et soit</u> D <u>l'ensemble des nombres dyadiques de</u> $[0 , 1]$. <u>Il existe une application</u> T <u>définie sur</u> D , <u>à valeurs dans</u> E , <u>telle que</u> :

a. $T(0) = x$; $T(1) = y$.

b. <u>Pour tous</u> $\alpha , \beta \in D$, $\alpha < \beta$, <u>on a</u> :

$$x_\alpha = T(\alpha) \prec T(\beta) = x_\beta .$$

<u>Démonstration</u>. - On procède par récurrence en utilisant la condition (c) de normalité.

Nous conservons les notations du lemme 2. Introduisons alors les fonctions suivantes :

Pour une fonction $\varphi \geqslant 0$ sur E , $\varphi \in S$, et pour une application T du type étudié dans le lemme 1, on définit

$$\theta_\varphi^T : [0 , 1] \to R^+$$

par

$$\theta_\varphi^T(t) = \sup_{\substack{\alpha \leqslant t \\ \alpha \in D}} \varphi(x_\alpha) ;$$

θ_φ^T est croissante. L'application $\varphi \to \theta_\varphi^T$ est affine sur le cône convexe S . On pose encore

$$\mu_T(\varphi) = \int_0^1 \theta_\varphi^T(t)\, dt .$$

LEMME 2. - <u>Soit</u> $\mathcal{U}$ <u>un filtre sur</u> S <u>qui converge simplement vers</u> $\varphi_0 \in S$ (<u>i. e.</u> <u>pour tout</u> $x \in E$,

$$\lim_{\mathcal{U}} \varphi(x) = \varphi_0(x) < + \infty).$$

<u>Alors on a</u>

$$\lim_{\mathcal{U}} \mu_T(\varphi) = \mu_T(\varphi_0) .$$

<u>Démonstration</u>. - Pour $M \in \mathcal{U}$, M convenablement choisi, les fonctions θ_φ^T , qui sont croissantes, sont bornées dans leur ensemble dès que $\varphi \in M$.

De plus, θ_φ^T converge simplement, suivant $\mathcal{U}$, en tout point de $D \subset [0 , 1]$ vers $\theta_{\varphi_0}^T$, et comme D est dense dans $[0 , 1]$, cela entraîne la convergence des intégrales :

$$\lim_{\mathcal{U}} \mu_T(\varphi) = \lim_{\mathcal{U}} \int_0^1 \theta_\varphi^T(t)\, dt = \int_0^1 \theta_{\varphi_0}^T(t)\, dt = \mu_T(\varphi_0) .$$

Rappelons que, pour toute $\varphi \geqslant 0$, $\varphi \in S$, on a défini $\hat{\varphi}$ sur E par

$$\hat{\varphi}(x) = \inf_{y > x} \varphi(y) \qquad \forall\, x \in E .$$

LEMME 3. - <u>Pour toute</u> $\varphi \in S$, <u>on a</u>

$$\mu_T(\varphi) = \mu_T(\hat{\varphi}) .$$

<u>Démonstration</u>. - En effet, on a $\theta_\varphi^T \leqslant \theta_{\hat{\varphi}}^T$, et $\forall\, \alpha , \beta \in D$, $\alpha < \beta$, on a :

$$\theta_{\hat{\varphi}}^T(\alpha) = \hat{\varphi}(x_\alpha) \leqslant \varphi(x_\beta) = \theta_\varphi^T(\beta) .$$

De sorte que l'ensemble $N \subset [0\,,1]$ où θ^T_φ diffère de θ^T_φ est au plus dénombrable, ce qui entraîne l'égalité des intégrales de ces fonctions.

Remarques.

1° Les formes affines μ_T peuvent être étendues à l'espace vectoriel $S - S$, mais elles peuvent être non-continues sur $S - S$, muni de la topologie de la convergence simple.

Toutefois, leurs restrictions à S sont continues sur S pour la topologie de la convergence simple.

2° L'application $\varphi \to \hat{\varphi}$ est affine sur S.

LEMME 4. - *Soient* $\varphi_1\,,\varphi_2 \geqslant 0$, $\varphi_1\,,\varphi_2 \in C$, $\varphi_1 \neq \varphi_2$. *Il existe une forme affine* μ_T *telle que*

$$\mu_T(\varphi_1) \neq \mu_T(\varphi_2)\ .$$

Démonstration. - Soit $x \in E$ tel que, par exemple,

$$\varphi_1(x) > \varphi_2(x) + \varepsilon \qquad (\varepsilon > 0)\ .$$

Il existe alors $y \in E$, $y \succ x$, tel que

$$\varphi_2(y) \leqslant \varphi_1(x) - \varepsilon\ .$$

Soit alors T une application de l'ensemble D des nombres dyadiques de $[0\,,1]$ dans E, vérifiant les conditions du lemme 1, $T(0) = x$; $T(0) = y$,

$$(\alpha\,,\,\beta \in D\,,\ \alpha < \beta) \implies T(\alpha) \prec T(\beta)\ .$$

On a $\theta^T_{\varphi_1} \geqslant \theta^T_{\varphi_2} + \varepsilon$, de sorte que

$$\mu_T(\varphi_1) \geqslant \mu_T(\varphi_2) + \varepsilon\ .$$

Soit $(\mu_i)_{i\in I}$ la famille de toutes les formes affines sur S du type μ_T. Soit $H = C - C$ l'espace vectoriel des différences de fonctions numériques continues à droite sur E. Les formes affines $(\mu_i)_{i\in I}$ se prolongent à H tout entier, et l'on munit H de la topologie la moins fine rendant continues toutes les formes linéaires μ_i. D'après le lemme 4, H est séparé.

PROPOSITION 1. - *Le cône convexe* C *est un sous-ensemble faiblement complet de* H.

Démonstration. - Soit $\mathfrak{F}$ un filtre de Cauchy sur C, et soit $\mathfrak{U}$ un ultrafiltre plus fin que $\mathfrak{F}$. Pour tout $x \in E$, il existe $M \in \mathfrak{U}$ et $k > 0$, tels que

$$(\varphi \in M) \implies \varphi(x) \leqslant k .$$

Par suite, le filtre $\mathfrak{U}$, considéré comme filtre sur S, converge simplement dans S vers $\varphi_0 \in S$, φ_0 étant croissante sur E (φ_0 non nécessairement continue à droite). D'après le lemme 2, on a, pour toute forme linéaire μ_i,

$$\lim_{\mathfrak{U}} \mu_i(\varphi) = \mu_i(\varphi_0) ,$$

et d'après le lemme 3,

$$\mu_i(\varphi_0) = \mu_i(\hat{\varphi}_0) .$$

Par suite, le filtre $\mathfrak{U}$, donc aussi le filtre $\mathfrak{F}$, converge faiblement dans C vers $\hat{\varphi}_0$, $\hat{\varphi}_0 \in C$.

COROLLAIRE. - S'il existe $\omega \in E$ tel que $x \prec \omega$, $\forall x \in E$. Alors l'application $\varphi \to \varphi(\omega)$ est une forme linéaire continue sur H et l'ensemble

$$B = \{\varphi \in C ; \ \varphi(\omega) = 1\}$$

est une base compacte du cône convexe C.

DÉFINITION. - On dira que $(E, \prec)$ est dénombrable à l'infini s'il existe une suite (x_n) d'éléments de E vérifiant la condition :

Pour toute famille filtrante croissante (f_α) d'éléments de S, si $f = \sup f_\alpha$ est telle que $f(x_n) < +\infty$, $\forall x_n$, alors

$$f(x) < +\infty \quad \text{pour tout} \quad x \in E .$$

LEMME. - Pour tout $x \in E$, il existe une forme affine μ_T telle que

$$\varphi(x) \leqslant \mu_T(\varphi) \quad \text{pour toute} \quad \varphi \in S .$$

Démonstration. - Pour tout x, soit $y \succ x$; d'après le lemme 1, il existe une application $T : D \to E$ telle que

$$T(0) = x ; \qquad T(y) = 1 .$$

$$T(\alpha) \prec T(\beta) \qquad \text{si} \quad \alpha < \beta , \quad \alpha, \beta \in D .$$

On a bien

$$\mu_T(\varphi) \geqslant \varphi(x) \qquad \forall \varphi \in S .$$

On suppose maintenant que $\{(E, \prec), (x_n)\}$ est dénombrable à l'infini. Soit alors :

$$\mu_{T_n} = \mu_n \quad \text{telles que} \quad \mu_n(\varphi) \geqslant \varphi(x_n) \qquad \forall\ \varphi \in S .$$

Soit (α_n) une suite de nombres réels, $\alpha_n > 0$ pour tout n. On définit une forme affine μ s. c. i. sur C en posant, pour toute $\varphi \in C$,

$$\mu(\varphi) = \sum \alpha_n\ \mu_n(\varphi)$$

(on peut avoir $\mu(\varphi) = +\infty$ pour certaines $\varphi \in C$).

PROPOSITION 2.

(a) Pour toute $\varphi \in C$, il existe une suite (α_n) de nombres réels, $\alpha_n > 0$, telle que :

$$\mu(\varphi) = \sum \alpha_n\ \mu_n(\varphi) \leqslant 1 .$$

(b) L'ensemble $B = \{\varphi\ ;\ \varphi \in C\ ;\ \mu(\varphi) \leqslant 1\}$ est convexe compact dans C (c'est un chapeau de C).

Démonstration. - (a) est immédiat ; pour démontrer (b) on va utiliser le lemme suivant :

LEMME. - Pour toute forme affine μ_T, il existe $k > 0$ tel que l'on ait

$$\mu_T(\varphi) \leqslant k\mu(\varphi) \qquad \forall\ \varphi \in S .$$

Supposons le lemme non vérifié. Il existerait une suite φ_n d'éléments de S telle que

$$\mu_T(\varphi_n) = n \qquad \mu(\varphi_n) \leqslant \frac{1}{2^n} .$$

Soit $\varphi = \sum \varphi_n$. On a

$$\sum_p \alpha_p\ \mu_p(\varphi) \leqslant 1 ,$$

d'où

$$\varphi(x_p) \leqslant \mu_p(\varphi) < \frac{1}{\alpha_p} ,$$

ce qui montre que $\varphi \in S$, et par suite $\mu(\varphi_n) \leqslant \mu(\varphi) < +\infty$ contrairement à l'hypothèse. Ainsi, toutes les formes affines μ_T sont bornées sur B, qui est convexe, fermé, donc faiblement complet ; par suite B est faiblement compact.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BONY (J.-M.). - Représentation intégrale sur les cônes convexes faiblement complets, Séminaire Choquet : Initiation à l'analyse, t. 3, 1964, n° 5, 7 p.

[2] CHOQUET (Gustave). - Theory of capacities, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, t. 5, 1953-1954, p. 131-295.