

Astérisque

JEAN-MICHEL BONY

**Résolution des conjectures de Calderón et espaces
de Hardy généralisés**

Astérisque, tome 92-93 (1982), Séminaire Bourbaki,
exp. n° 591, p. 293-300

http://www.numdam.org/item?id=SB_1981-1982__24__293_0

© Société mathématique de France, 1982, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

RÉSOLUTION DES CONJECTURES DE CALDERÓN
 ET ESPACES DE HARDY GÉNÉRALISÉS

[d'après R. Coifman, G. David, A. McIntosh, Y. Meyer]

par Jean-Michel BONY

1. Opérateurs et noyaux de Calderón-Zygmund

Les conjectures de Calderón sont relatives à la continuité sur L^2 d'une classe de noyaux singuliers, et notamment de l'intégrale de Cauchy sur une courbe lipschitzienne. Nous commençons par la définition suivante.

DÉFINITION 1.1.— Une fonction localement lipschitzienne $K(x,y)$, définie dans le complémentaire de la diagonale de \mathbb{R}^n , est un noyau de Calderón-Zygmund si elle vérifie les trois propriétés suivantes :

$$(1.1) \quad K(x,y) \leq Cte|x-y|^{-n}$$

$$(1.2) \quad \text{Sup} \left\{ \frac{\partial K}{\partial x_j}(x,y), \frac{\partial K}{\partial y_j}(x,y) \right\} \leq Cte(x-y)^{-n-1} \text{ presque partout,}$$

(1.3) Il existe un opérateur T (dit aussi de Calderón-Zygmund) borné sur L^2 , tel que, pour $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ et x n'appartenant pas au support de f , on ait

$$Tf(x) = \int K(x,y)f(y)dy .$$

Pour un opérateur de convolution $K(x,y) = k(x-y)$ impair, (1.1) et (1.2) impliquent (1.3), mais il n'en est rien dans le cas général, même pour K anti-symétrique.

On exige souvent, à la place de (1.3), la continuité L^2 de l'opérateur $T = v.p.K = \lim_{\epsilon} T_\epsilon$

$$(1.4) \quad T_\epsilon f(x) = \int_{|x-y| \geq \epsilon} K(x,y)f(y)dy .$$

Cette propriété plus forte est souvent vérifiée en pratique. Cela dit, la définition correspondante des noyaux et opérateurs de Calderón-Zygmund ne serait même pas invariante par $GL(n, \mathbb{R})$.

Des résultats classiques (Cotlár, Calderón-Zygmund) assurent que, si (1.1), (1.2), (1.3) sont satisfaites, l'opérateur T et l'opérateur maximal

$$(1.5) \quad T^*f(x) = \sup_{\epsilon} |T_\epsilon f(x)|$$

sont bornés de L^p dans L^p ($1 < p < \infty$) de L^1 dans L^1 de type faible et de L^∞ dans BMO (voir par exemple [4]).

Les exemples les plus classiques correspondent au cas où, en posant $k(x, x-y) = K(x, y)$, le comportement de k par rapport à la seconde variable est voisin de celui d'une fonction homogène de degré $-n$. Les opérateurs s'écrivent

$$(1.6) \quad Tf(x) = (2\pi)^{-n} \int e^{ix\xi} \sigma(x, \xi) \hat{f}(\xi) d\xi$$

où le symbole σ est la transformée de Fourier, par rapport à la seconde variable, d'une partie finie de k (voir [4] pour des conditions minimales de régularité garantissant la continuité L^2 de T).

Les théorèmes et conjectures de Calderón [1] sont relatifs à des noyaux d'une nature différente. Les cas typiques en dimension 1 sont les commutateurs suivants, où on note H la transformation de Hilbert (convolution par v.p. $\frac{1}{\pi x}$); $D = \frac{1}{i} \frac{d}{dx}$; M_A l'opérateur de multiplication par la fonction lipschitzienne $A(x)$ et $Ad(M_A)$ la dérivation de l'algèbre des opérateurs :

$$Ad M_A \cdot T = [M_A, T] = M_A T - T M_A .$$

$$(1.7) \quad T_1 f(x) = v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A(x) - A(y)}{(x-y)^2} = -i\pi [M_A, DH]$$

$$(1.8) \quad T_n f(x) = v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[A(x) - A(y)]^n}{(x-y)^{n+1}} = (-i)^n \frac{\pi}{n!} ((Ad M_A)^n D^n) f(x) .$$

Les noyaux K_n associés à T_n vérifient (1.1) et (1.2) dès que A est lipschitzienne. Dans ce cas, les identités ci-dessus, dont la démonstration n'est pas très difficile pour $A \in \mathcal{L}$ par exemple, sont encore valables, et on a le résultat suivant.

THÉORÈME 1.2 (Coifman-McIntosh-Meyer [3]).— *Si A vérifie $|A(x) - A(y)| \leq \delta|x - y|$, les opérateurs T_n vérifient*

$$(1.9) \quad \|T_n f\|_2 \leq C\delta(1+n)^4 \delta^n \|f\|_2$$

THÉORÈME 1.3 (Coifman-David-Meyer [2]).— *Soit A lipschitzienne de \mathbb{R} dans \mathbb{R}^n , et F indéfiniment dérivable de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} . Alors le noyau $K(x, y) = F\left(\frac{A(x) - A(y)}{x - y}\right) \frac{1}{x - y}$ est un noyau de Calderón-Zygmund sur \mathbb{R} .*

Par des méthodes de variable complexe, Calderón avait démontré en 1977 que les opérateurs T_n étaient bornés, avec une constante $C^n \delta^n$ au second membre de (1.9), et démontré le théorème 1.4 lorsque F est holomorphe de rayon de convergence assez grand. Nous renvoyons pour ceci à [1] et à l'exposé [8].

Nous esquisserons la démonstration du théorème 1.2 au § 3. La décomposition de F en série de Fourier permet de ramener le théorème 1.3 à l'estimation de la norme de l'opérateur de noyau $\exp\left(\frac{i[C(x) - C(y)]}{x - y}\right) \cdot \frac{1}{x - y}$, avec C lipschitzienne. Ce dernier opérateur peut s'exprimer comme une intégrale de noyaux de Cauchy associés à des courbes convenables de \mathbb{C} , qui relèvent du théorème 2.2 ci-dessous.

Signalons également une variante dans \mathbb{R}^n . Le noyau

CONJECTURES DE CALDERÓN

$$K(x, y) = L[x - y; A(x) - A(y)]$$

est de Calderón-Zygmund si A est lipschitzienne de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^n , et si L est définie et C^∞ dans $\mathbb{R}^{n+p} \setminus \{0\}$, homogène de degré $-n$, et impaire.

2. Noyau de Cauchy associé à une courbe rectifiable

2.1. Cas d'un graphe lipschitzien. Soit $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction M -lipschitzienne, et Γ la courbe d'équation $\text{Im } z = \varphi(\text{Re } z)$. La restriction à Γ (paramétrée par $x = \text{Re } z$) de l'intégrale de Cauchy a pour noyau

$$(2.1) \quad C_\Gamma(x, y) = \frac{1 + i\varphi'(y)}{(x - y) + i(\varphi(x) - \varphi(y))} .$$

THÉORÈME 2.2 (Coifman, McIntosh, Meyer [3]).— *L'opérateur*

$$(2.2) \quad Tf(x) = \text{v.p.} \int C_\Gamma(x, y) f(y) dy$$

est borné sur L^2 , et vérifie

$$(2.3) \quad \|Tf\|_2 \leq Cte(1 + M)^9 \|f\|_2$$

Les résultats de Calderón (voir [1], [8]) ne donnaient ce résultat, et le corollaire ci-dessous, que pour M assez petit, ou pour φ de classe C^1 .

COROLLAIRE 2.3.— *L'espace $L^2(\Gamma, ds)$, où ds est la mesure longueur d'arc sur Γ , est somme directe (non orthogonale en général) des sous-espaces fermés $H_+^2(\Gamma)$ et $H_-^2(\Gamma)$, sous-espaces de L^2 constitués des fonctions admettant un prolongement holomorphe F au dessus [resp. en dessous] de Γ vérifiant*

$$\sup_{\varepsilon > 0} \int |F(x + i\varphi(x) \pm i\varepsilon)|^2 dx < \infty .$$

2.4. Démonstration du théorème 2.2 à partir du théorème 1.2. Il est clair que la multiplication par $1 + i\varphi'(y)$ est bornée sur L^2 . D'autre part, en posant $x + i\varphi(x) = C(x + A(x))$ où C est assez grande par rapport à M , on obtient $|A(x) - A(y)| \leq \delta|x - y|$ avec $\delta < 1$, et

$$\frac{C_\Gamma(x, y)}{1 + i\varphi'(y)} = \frac{1}{C} \frac{1}{(x - y) + A(x) - A(y)} .$$

Le membre de droite se développe en série $1/C \sum K_n(x, y)$ et l'estimation du théorème 1.2 permet de conclure.

2.5. Cas d'une courbe rectifiable. Soit maintenant Γ un arc rectifiable paramétré par la longueur d'arc. On suppose que le paramétrage $s \rightsquigarrow z(s)$ est propre, et défini sur $]-\infty, +\infty[$ entier. La restriction à Γ de l'intégrale de Cauchy a pour noyau

$$C_\Gamma(s, t) = \frac{1}{z(s) - z(t)} z'(t) .$$

THÉORÈME 2.6 (G. David [5]).— *Les trois propriétés suivantes sont équivalentes*

a) *L'opérateur maximal T^* est borné sur L^2 avec*

$$T^*f(s) = \sup_{r > 0} \int_{|z(s) - z(t)| \leq r} C_\Gamma(s, t) f(t) dt .$$

b) L'opérateur T^* est borné sur L^p pour tout $p \in]1, +\infty[$.

c) La courbe Γ est presque lipschitzienne au sens suivant :

$$\exists C, \forall z_0, \forall r, |\{s \mid |z(s) - z_0| \leq r\}| \leq Cr.$$

On a noté $|A|$ la mesure de Lebesgue de $A \subset \mathbb{R}$. On construit facilement des courbes rectifiables non presque lipschitziennes, et des graphes non lipschitziens qui sont presque lipschitziens. Si Γ vérifie la condition corde-arc de Lavrentiev ($|z(t) - z(s)| \geq \varepsilon|t - s|$), elle est presque lipschitzienne.

La démonstration $c \Rightarrow a$, la plus difficile, repose principalement sur les deux ingrédients suivants :

- Une décomposition des courbes presque lipschitzienne :

Si Γ est presque lipschitzienne, il existe $M > 0$ et $\nu \in]0, 1[$ tels que, pour tout intervalle $]a, b[$ de \mathbb{R} , on peut trouver un graphe M -lipschitzien (i.e. déduit par rotation d'un graphe $\text{Im } z = \varphi(\text{Re } z)$ avec φ M -lipschitzienne), paramétré par sa longueur d'arc : $s \rightsquigarrow \zeta(s)$, tel que

$$|\{s \in]a, b[\mid |z(s) = \zeta(s)\}| \geq \nu(b - a)$$

- Une "inégalité aux bons λ " à la Burkholder-Gundy, faisant intervenir l'opérateur maximal ci-dessus, et une fonction maximale d'ordre p :

$$\exists \nu \in]0, 1[, \forall \varepsilon > 0, \forall p \in]1, \infty[, \exists \gamma > 0, \forall f \in C_0^\infty(\mathbb{R})$$

$$|\{s \in \mathbb{R} \mid T_\Gamma^* f(s) > \lambda + \varepsilon \lambda \text{ et } M_{\Gamma, p} f(s) \leq \gamma \lambda\}| \leq (1 - \nu) |\{s \mid T_\Gamma^* f(s) > \lambda\}|$$

où l'on a posé

$$M_{\Gamma, p} f(s) = \left[\sup_r \left\{ \frac{1}{r} \int_{|z(t) - z(s)| \leq r} |f(t)|^p dt \right\} \right]^{1/p}$$

2.7. Cas d'un arc de Jordan rectifiable. Soit D^+ l'intérieur, et D^- l'extérieur, d'un arc de Jordan rectifiable paramétré par la longueur d'arc : $s \rightsquigarrow z(s)$ de $[0, L]$ dans \mathbb{C} . On définit les espaces de Hardy généralisés (voir [6]) H_+^p (resp. H_-^p) comme étant l'adhérence dans $L^p(\Gamma, ds)$ des polynômes en z (resp. des polynômes sans terme constant en $1/(z - a)$ pour $a \in D^+$).

THÉORÈME 2.8 [5].- On suppose Γ presque lipschitzienne. On a alors

a) $L^p(\Gamma)$ est somme directe de H_+^p et H_-^p .

b) Les domaines D^+ et D^- sont des domaines de Smirnov : l'espace H_+^p coïncide avec l'espace (a priori plus grand) des $f \in L^p$ vérifiant

$$\forall k \geq 0 \int_\Gamma f(z) z^k dz = 0,$$

et on a la propriété analogue pour D^- .

Les projections de f sur H_+^p et H_-^p sont données par

$$f_\pm(z(s)) = \frac{1}{2} f(z(s)) \mp \frac{1}{2i\pi} \text{v.p.} \int C_\Gamma(s, t) f(z(t)) dt.$$

En presque tout point de Γ , ce sont les limites non tangentielles des fonctions holomorphes dans D^\pm fournies par l'intégrale de Cauchy de f .

3. Démonstration du théorème 1.3

On peut se ramener au cas où $A(x) \in C_0^\infty$, et vérifie $\|A'(x)\|_\infty \leq 1$. Les opérateurs introduits seront bien définis et bornés sur L^2 , et le seul problème est l'estimation de leur norme.

3.1. Décomposition intégrale de T_n . On part de l'identité

$$(3.1) \quad H = -\frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \leq |t| \leq 1/\epsilon} \int (1+itD)^{-1} \frac{dt}{t}.$$

En vertu de (1.8), on est conduit à appliquer, sous le signe somme, $(\text{Ad } M_A)^n$ à $D^n(1+itD)^{-1}$. Il s'agit d'un calcul purement algébrique utilisant uniquement le fait que $\text{Ad } M_A$ est une dérivation (de l'algèbre des opérateurs), que l'élément $1+itD$ est inversible, et que l'on a

$$\text{Ad } M_A(D) = iM_a \quad (\text{Ad } M_A)^2(D) = 0$$

en posant $a(x) = A'(x)$. On obtient

$$(3.2) \quad T_n = \text{v.p.} \int (1+itD)^{-1} M_a (1+itD)^{-1} M_a \dots M_a (1+itD)^{-1} \frac{dt}{t}$$

avec n occurrences de M_a .

3.2. Fonctions de Littlewood-Paley-Stein généralisées

On a $(1+itD)^{-1} = P_t - iQ_t$, où

$$(3.3) \quad P_t f = k_t * f \quad \text{avec} \quad k_t(x) = \frac{1}{t} k\left(\frac{x}{t}\right) \quad \text{et} \quad k(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$$

$$(3.4) \quad Q_t f = h_t * f \quad \text{avec} \quad h_t(x) = \frac{1}{t} h\left(\frac{x}{t}\right) \quad \text{et} \quad h(x) = ik(x) \text{sgn}(x).$$

La famille P_t est une approximation de l'identité, tandis que les Q_t permettent de définir une fonction de Littlewood-Paley-Stein :

$$(3.5) \quad G_0(f) = \left[\int_0^\infty |Q_t f(x)|^2 \frac{dt}{t} \right]^{1/2}.$$

On sait ([4], [9]) que G_0 est borné sur L^p , pour $1 < p < \infty$. On utilisera les variantes suivantes

$$(3.6) \quad G_k(f) = \left[\int_0^\infty |Q_t M_a P_t M_a P_t \dots M_a P_t f|^2 \frac{dt}{t} \right]^{1/2}.$$

avec k occurrences de M_a , et les G_k^* obtenus en remplaçant a par \bar{a} .

Les identités suivantes seront utiles :

$$(3.7) \quad t \frac{\partial}{\partial t} P_t = -2Q_t^2$$

$$(3.8) \quad Q_t = 8Q_t^3 + t \frac{\partial}{\partial t} A_t \quad \text{avec} \quad A_t = (2P_t - I)Q_t.$$

Lemme 3.3.— On a

$$|(T_n f | g)| \leq \text{Cte}(1+n^2) \left[\sup_{k \leq n} \|G_k(f)\|_2 \cdot \sup_{j \leq n} \|G_j^*(g)\|_2 + \|f\|_2 \|g\|_2 \right]$$

en notant $(. | .)$ le produit scalaire dans $L^2(\mathbb{R})$.

Dans l'expression de $(T_n f | g)$, en remplaçant T_n par $\text{v.p.} \int (P_t - iQ_t) M_a \dots (P_t - iQ_t) \frac{dt}{t}$ et en développant le produit, on obtient 2^{n+1}

termes. Celui qui ne contient que des P_t n'est pas sommable, mais son intégrale en valeur principale est nulle par parité. Les autres seront sommables. Il y a $(n+1)$ termes ne contenant qu'un seul Q_t :

$$(3.9) \quad \iint_{\mathbb{R}_+^2} P_t M_a P_t \dots M_a Q_t M_a P_t \dots P_t f(x) \bar{g}(x) \frac{dx dt}{t},$$

et on regroupe le reste en $\frac{n(n+1)}{2}$ termes correspondant aux cas où le premier Q_t est à la j -ième place et le dernier à la k -ième place.

$$\iint P_t M_a \dots P_t M_a Q_t M_a (P_t - iQ_t) \dots (P_t - iQ_t) M_a Q_t M_a P_t \dots P_t f(x) \bar{g}(x) dx \frac{dt}{t}.$$

Ce terme est majoré en module par $\|G_k f\|_2 \|G_j^* g\|_2$, en faisant agir l'adjoint des premiers opérateurs sur g , en observant que M_a et $(P_t - iQ_t)$ sont de norme ≤ 1 dans $L^2(\mathbb{R})$, et en utilisant Cauchy-Schwarz.

Pour les termes (3.9), on remplace Q_t en vertu de (3.8) par $8Q_t^3$, ce qui conduit à un terme du type précédent, et par $t \frac{\partial}{\partial t} A_t$. Une intégration par parties fait apparaître $t \frac{\partial}{\partial t} P_t$ que l'on remplace par $-2Q_t^2$, et on est encore ramené au cas précédent.

Il suffit maintenant d'établir le lemme suivant (qui s'appliquera aussi aux G_j^*) pour obtenir le théorème 1.2.

Lemme 3.4.—

$$\|G_n f\|_2 \leq Cte(1+n) \|f\|_2$$

La démonstration se fait par récurrence sur n . On pose

$$f_t(x) = M_a P_t M_a \dots P_t f(x) \quad (n \text{ facteurs}).$$

On suppose établi

$$(3.10) \quad \iint |Q_t f_t(x)|^2 \frac{dx dt}{t} \leq Cte(1+n)^2 \|f\|_2^2$$

et on veut obtenir l'estimation de

$$(3.11) \quad \|G_{n+1} f\|_2^2 = \iint |Q_t M_a P_t f_t(x)|^2 \frac{dx dt}{t}.$$

En revenant aux expressions de $P_t f = k_t * f$, où k est paire symétrique et d'intégrale 1, on obtient (voir [9])

$$(3.12) \quad |f_t(x)| \leq f^*(x) \quad \text{et} \quad |P_t f_t(x)| \leq f^*(x)$$

où f^* est la fonction maximale de Hardy-Littlewood. On a en outre

$$(3.13) \quad \mathcal{M} P_t f_t(x) = \sup_{|y-x| \leq t} |P_t f_t(y)| \leq e f^*(x).$$

Le lemme 3.4 résulte alors de deux arguments. Le premier est l'identité de commutation suivante, dont la démonstration est purement algébrique. Le second repose sur l'utilisation des mesures de Carleson.

$$(3.14) \quad Q_t M_a P_t = P_t M_{\alpha_t} Q_t + R_t$$

avec $R_t = M_{\alpha_t} P_t - Q_t M_{\alpha_t} Q_t$; $a_t = P_t a$; $\alpha_t = Q_t a$.

Dans l'expression (3.11), en remplaçant $Q_t M_a P_t$ par $P_t M_a Q_t$, et en utilisant le fait que Q_t et M_a sont de norme ≤ 1 dans $L^2(\mathbb{R})$, on est ramené à la majoration (3.10). Il reste donc à montrer que $\iint |R_t f_t|^2 \frac{dxdt}{t} \leq Cte \|f\|_2^2$.

Considérons par exemple (l'autre terme est analogue)

$$(3.15) \quad \iint |M_{\alpha_t} P_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t} = \iint |Q_t a(x)|^2 |P_t f_t(x)|^2 \frac{dxdt}{t}.$$

Compte tenu de (3.13), son estimation résulte des propriétés classiques suivantes :

- La mesure $\mu = |Q_t a(x)|^2 \frac{dxdt}{t}$ est une mesure de Carleson pour $a \in L^\infty$ (et même pour $a \in BMO$) (voir [4], [9]), c'est-à-dire qu'il existe une constante $C_\mu \leq Cte \|a\|_{BMO}^2$ telle que

$$\mu(\{(x,t) \in \mathbb{R}_+^2 \mid |x - x_0| + t \leq r\}) \leq C_\mu r.$$

- Si μ est une mesure de Carleson, et si $g_t(x)$ de \mathbb{R}_+^2 dans \mathbb{E} est continue et nulle à l'infini, on a

$$\iint_{\mathbb{R}_+^2} |g_t(x)|^p d\mu(x,t) \leq C_\mu \int_{\mathbb{R}} |Mg(x)|^p dx, \quad \text{pour } p > 0.$$

4. Domaine de la racine carrée d'opérateurs accréatifs

Soit a appartenant à $L^\infty(\mathbb{R})$, vérifiant $Re a(x) \geq \delta > 0$. Alors, l'opérateur $T = DM_a D$, défini sur le domaine

$$V = \{f \in H^1 \mid M_a Df \in H^1\}$$

est accréatif-maximal au sens de Kato [7], c'est-à-dire que :

- $\forall f \in V, \quad Re(Tf|f) \geq 0$;
- $I + T : V \rightarrow L^2$ est un isomorphisme.

Il existe alors un unique opérateur S qui soit accréatif-maximal et qui vérifie $S^2 = T$.

THÉORÈME 4.1.— *Le domaine de $S = (DM_a D)^{1/2}$ est l'espace de Sobolev $H^1(\mathbb{R})$.*

A partir de l'expression de S en fonction de la résolvante de T , on obtient $S = JD$ avec

$$J = \frac{2}{\pi} \sum_0^\infty \int_0^\infty Q_t (M_b P_t)^k \frac{dt}{t}$$

où on a posé $b = 1 - 1/a$ en supposant, ce qui est loisible, $\delta > 1$. La convergence de la série d'opérateurs provient des estimations obtenues dans le lemme 3.3.

Dans une publication récente, Coifman Deng et Meyer obtiennent un résultat analogue dans \mathbb{R}^n , pour

$$T = \sum \frac{\partial}{\partial x_i} b_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j}$$

avec $b_{ij} \in L^\infty$, en supposant la matrice (b_{ij}) suffisamment proche de l'identité. Le point clef est encore l'estimation de la norme L^2 d'opérateurs :

$$T_k = \int_0^\infty Q_t M_0 L_1(tD) M_1 \dots L_k(tD) M_k P_t \frac{dt}{t}$$

où les M_j sont des multiplications par des fonctions bornées, et où les L_j sont des opérateurs pseudo-différentiels d'ordre 0 "à coefficients constants".

BIBLIOGRAPHIE

- [1] CALDERÓN A.P. - *Commutators, singular integrals on Lipschitz curves and applications*, Proc. I.C.M. Helsinki (1978), 85-96.
- [2] COIFMAN R.R., DAVID G., MEYER Y. - *La solution des conjectures de Calderon*, Advances in Math. (à paraître).
- [3] COIFMAN R.R., McINTOSH A., MEYER Y. - *L'intégrale de Cauchy définit un opérateur borné sur L^2 pour les courbes lipschitziennes*, Annals of Math. (à paraître).
- [4] COIFMAN R.R., MEYER Y. - *Au delà des opérateurs pseudo-différentiels*, Astérisque n° 57, S.M.F. (9178).
- [5] DAVID G. - *L'intégrale de Cauchy sur les courbes rectifiables*, (prépublication).
- [6] DUREN P.L. - *Theory of H^p spaces*, Academic Press (1970).
- [7] KATO T. - *Perturbation theory for linear operators*, Springer-Verlag (1966).
- [8] MEYER Y. - *Les nouvelles intégrales singulières de Calderón*, Sémin. Bourbaki 31e année (1978/79), n° 528.
- [9] STEIN E.M. - *Singular integrals and differentiability properties of functions*, Princeton Univ. Press, Princeton N.J. (1970).

Jean-Michel BONY
 Université de Paris Sud
 Département de Mathématiques
 Bâtiment 425
 F-91405 ORSAY