

SÉMINAIRE N. BOURBAKI

JEAN-LOUIS KOSZUL

Travaux de J. Stallings sur la décomposition des groupes en produits libres

Séminaire N. Bourbaki, 1971, exp. n° 356, p. 173-185

http://www.numdam.org/item?id=SB_1968-1969__11__173_0

© Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki, 1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire Bourbaki (<http://www.bourbaki.ens.fr/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

TRAVAUX DE J. STALLINGS SUR LA DÉCOMPOSITION DES
GROUPES EN PRODUITS LIBRES

par Jean-Louis KOSZUL

N° 1 - Produits libres et bouts.

On désigne par G un groupe de type fini et par $B(G)$ l'ensemble des bouts de G ([2]). Soit S une famille génératrice finie de G telle que $S = S^{-1}$ et $e \notin S$ (e désigne l'élément neutre de G) ; il existe une bijection naturelle de $B(G)$ sur l'ensemble des bouts du graphe défini comme suit : les sommets sont les éléments de G et les arêtes sont les couples (s, t) avec $s^{-1}t \in S$. On notera $b(G)$ le cardinal de $B(G)$. Soit $\mathbb{Z}_2 G$ l'algèbre de G à coefficients modulo 2 et soit $H^1(G, \mathbb{Z}_2 G)$ l'espace de cohomologie obtenu en prenant dans $\mathbb{Z}_2 G$ la structure de G -module définie par la représentation régulière. On montre que si $b(G) > 0$, $H^1(G, \mathbb{Z}_2 G)$ est de dimension $b(G) - 1$.

Les seules valeurs possibles pour $b(G)$ sont 0, 1, 2 ou ∞ ([2]). Pour que $b(G) = 0$, il faut et il suffit que G soit fini. On a $b(\mathbb{Z}) = 2$, $b(\mathbb{Z}^2) = 1$. Si G est produit libre de deux sous-groupes non triviaux et non tous deux isomorphes à \mathbb{Z}_2 , alors $b(G) = \infty$ (le groupe $\mathbb{Z}_2 * \mathbb{Z}_2$, isomorphe au groupe diédral infini a deux bouts).

THÉORÈME 1.- Soit G un groupe de type fini sans torsion. Si G a une infinité de bouts, alors G est produit libre de deux sous-groupes non triviaux.

Ce résultat est démontré par Stallings dans le cas où G est un groupe de présentation finie ([6]) ; sa démonstration a été adaptée par G. Bergman ([1]) au cas des groupes de type fini. On indiquera la démonstration de Stallings dans les N° 3, 4, 5, 6.

N° 2 - Applications du Théorème 1.

Soit $G = G_1 * G_2$ le produit libre de deux groupes G_1, G_2 . S'il existe une famille génératrice de G comprenant n éléments, alors il existe des familles génératrices de G_1 et G_2 comprenant respectivement n_1 et n_2 éléments, avec $n_1 + n_2 = n$. C'est un corollaire immédiat du Théorème connu sous le nom de Théorème de Gruschko (cf. [4]). Combiné avec le Théorème 1, il donne dans certains cas des possibilités de raisonnement par récurrence sur le nombre minimum d'éléments des familles génératrices.

THÉORÈME 2.- Tout groupe sans torsion qui contient un sous-groupe d'indice fini libre est libre.

THÉORÈME 3.- Tout groupe de dimension cohomologique ≤ 1 est libre.

Ces énoncés répondent à des questions de Serre, Eilenberg, Ganea entre autres. Ils ont été démontrés par J. Stallings dans le cas des groupes de type fini ([6]). Le passage au cas général a été fait par R. Swan ([7]).

Démonstration du Théorème 2 (cas d'un groupe G de type fini).

Si G contient un sous-groupe libre d'indice fini L , alors G est de présentation finie et L est de type fini. On a $b(G) = b(L) = 0, 2$ ou ∞ .

Si $b(L) = 0$, alors $G = \{e\}$. Si $b(L) = 2$, c'est-à-dire si $L \cong \mathbb{Z}$, alors G est un groupe de type fini sans torsion ayant deux bouts. Un tel groupe est isomorphe à \mathbb{Z} d'après un résultat de C. T. Wall. Cela étant, on démontre le Théorème 2 par récurrence sur le nombre minimal d'éléments des familles génératrices de G . Si ce nombre est ≥ 2 , ce qui précède montre que $b(L) = \infty$ et par suite $b(G) = \infty$. D'après le Théorème 1, G est produit libre de deux sous-groupes non triviaux G_1, G_2 . Puisque $L \cap G_i$ est un sous-groupe libre d'indice fini dans G_i (pour $i = 1, 2$), le Théorème de Gruschko et l'hypothèse de récurrence montrent que G_1 et G_2 sont libres.

Démonstration du Théorème 3 (cas d'un groupe G de type fini).

On montre d'abord que si la dimension cohomologique de G est ≤ 1 , alors G est sans torsion et $b(G) \neq 1$. Si $b(G) = 2$, alors G est isomorphe à \mathbb{Z} d'après le résultat de Wall déjà utilisé plus haut. On démontre alors le Théorème 3 par récurrence sur le nombre minimum d'éléments des familles génératrices de G . Si ce nombre est ≥ 2 , ce qui précède montre que $b(G) = \infty$. D'après le Théorème 1, G est produit libre de deux sous-groupes non triviaux G_1, G_2 . Ces groupes G_1, G_2 sont de dimension cohomologique ≤ 1 . Le Théorème de Gruschko et l'hypothèse de récurrence montrent que G_1 et G_2 sont libres.

On peut aussi déduire directement le Théorème 2 du Théorème 3 en démontrant le Lemme suivant (J.-P. Serre) : si G est un groupe sans torsion et si H est un sous-groupe d'indice fini dans G , alors G et H ont même dimension cohomologique.

N° 3 - Structures bipolaires et produits libres ([6]).

Soient A , A^* deux groupes et $G = A * A^*$ leur produit libre. Tout élément $s \in G$ admet une décomposition réduite unique

$$s = s_1 s_2 \dots s_n$$

ayant la propriété suivante : quel que soit $i = 1, 2, \dots, n-1$, ou bien $s_i \in A - \{e\}$ et $s_{i+1} \in A^* - \{e\}$, ou bien $s_i \in A^* - \{e\}$ et $s_{i+1} \in A - \{e\}$. Si $s \neq e$, alors $n > 0$; en regardant l'extrême gauche et l'extrême droite de la décomposition réduite, on arrive à une partition de $G - \{e\}$ en quatre parties notées AA , AA^* , A^*A , A^*A^* , qui se définissent comme suit : pour $X, Y \in \{A, A^*\}$, XY désigne l'ensemble des $s \in G - \{e\}$ dont la décomposition réduite commence par un élément de X et se termine par un élément de Y . On posera $(A^*)^* = A$. La partition AA , AA^* , A^*A , A^*A^* de $G - \{e\}$ possède les propriétés suivantes : quels que soient

$X, Y, Z \in \{A, A^*\}$,

- (1) si $s \in XY$ et si $t \in Y^*Z$, alors $st \in XZ$,
- (2) si $s \in XY$, alors $s^{-1} \in YX$.

Etant donné un groupe G , on appelle structure bipolaire sur G une partition de $G - \{e\}$ en quatre classes AA , AA^* , A^*A , A^*A^* qui vérifie les conditions (1) et (2) ci-dessus. Si G est un groupe muni d'une structure bipolaire, on appelle mot cassé de G une suite (s_1, \dots, s_n) d'éléments de $G - \{e\}$ telle que, si $s_i \in X_i Y_i$, alors $X_{j+1} = Y_j^*$ pour $j = 1, 2, \dots, n-1$. On dit que le mot cassé (s_1, \dots, s_n) a pour longueur n et représente l'élément $s_1 \dots s_n$ de G .

Pour que l'on puisse tirer quelque chose de la structure bipolaire sur G il faut qu'elle vérifie la condition de finitude suivante :

(Φ) Quel que soit $s \in G$, la longueur des mots cassés qui représentent s admet une borne supérieure finie.

Un élément de $G - \{e\}$ est dit irréductible s'il ne peut être représenté par un mot cassé de longueur > 1 . On voit facilement que si la condition (Φ) est vérifiée, tout élément de G est représenté d'une manière et d'une seule par un mot cassé constitué d'éléments irréductibles. (Dans la structure bipolaire obtenue plus haut sur le produit libre $A * A^*$, la condition (Φ) est évidemment vérifiée. Les éléments irréductibles sont les éléments de

$A - \{e\}$ et les éléments de $A^* - \{e\}$. Ils appartiennent donc à $AA \cup A^*A^*$. La représentation des éléments de $A * A^*$ par des mots cassés d'éléments irréductibles coïncide avec la décomposition réduite.)

Soient $X, Y, Z \in \{A, A^*\}$. Si $s \in XY$, $t \in YZ$ et si t est irréductible, alors, ou bien $st = e$, ou bien $st \in XV$ avec $V \in \{A, A^*\}$. En effet, si l'on avait $st \in X^*V$, alors (s^{-1}, st) serait un mot cassé de longueur 2 représentant t . De même, si $s \in XY$, $t \in YZ$ et si s est irréductible, alors, ou bien $st = e$, ou bien $st \in VZ$ avec $V \in \{A, A^*\}$. On déduit de là que si $s \in XY$ et $t \in YZ$ sont tous deux irréductibles, alors $st = e$ ou bien st est un élément irréductible appartenant à XZ . Ceci montre en particulier que les éléments irréductibles appartenant à AA (resp. A^*A^*) constituent avec e un sous-groupe G_A (resp. G_{A^*}) de G .

LEMME 1.- Soit G un groupe muni d'une structure bipolaire AA , AA^* , A^*A , A^*A^* vérifiant la condition (Φ).

a) Si AA^* ne contient pas d'élément irréductible, alors G est produit libre des sous-groupes G_A et G_{A^*} .

b) Si AA^* contient un élément irréductible x , alors G est produit libre du sous-groupe G_A et du sous-groupe (isomorphe à \mathbb{Z}) engendré par x .

Dans le cas b), les éléments irréductibles appartenant à AA^* sont de la forme sx avec $s \in G_A$; les éléments irréductibles appartenant à A^*A^* sont de la forme $x^{-1}sx$ avec $s \in G_A - \{e\}$; on a $G_{A^*} = x^{-1}G_Ax$.

Avec les hypothèses du Lemme, on voit que si $AA^* = (A^*A)^{-1}$ n'est pas vide et si G n'est pas isomorphe à \mathbb{Z} , alors G est produit libre de deux sous-groupes non triviaux.

N° 4 - Construction de structures bipolaires ([6]).

Soient G un groupe et K un complexe simplicial localement fini et connexe. On suppose donnée une loi d'opération simpliciale $G \times K \rightarrow K$ de G dans K . Les p -cochaînes sur K à coefficients dans \mathbb{Z}_2 s'identifient à des ensembles de p -simplexes de K . L'ensemble K^0 des sommets de K étant supposé totalement ordonné, on a une opération de cup-produit sur les cochaînes. Si C et D sont des cochaînes de degrés respectifs p et q , le cup-produit $C.D$ est l'ensemble des $(p+q)$ -simplexes (v_0, \dots, v_{p+q}) avec $v_0 < \dots < v_{p+q}$, $(v_0, \dots, v_p) \in C$ et $(v_p, \dots, v_{p+q}) \in D$. Le complémentaire

dans K^0 d'une 0-cochaîne F se note F^* . Le cobord dF d'une 0-cochaîne F est l'ensemble des 1-simplexes de K ayant un sommet dans F et un sommet dans F^* . On note $H^1(K)$ (resp. $H_f^1(K)$) la cohomologie du complexe des cochaînes (resp. des cochaînes finies) sur K à coefficients dans \mathbb{Z}_2 .

On suppose dans la suite $H_f^0(K) = 0$ (c'est-à-dire K^0 infini), $H^1(K) = 0$ et $H_f^1(K) \neq 0$. Tout 1-cocycle est le cobord de deux 0-cochaînes complémentaires. Un 1-cocycle fini P est dit minimal si il n'est pas cohomologue à 0 (bien entendu pour la cohomologie des cochaînes finies) et si tout 1-cocycle contenant moins de simplexes que P est cohomologue à 0. Dans ce qui suit, on supposera que P est un 1-cocycle minimal et on notera E et E^* les 0-cochaînes infinies telles que $dE = dE^* = P$. Les sous-complexes de K définis par E et E^* sont connexes, car autrement P serait somme de deux cocycles disjoints non vides et ne serait donc pas minimal.

LEMME 2.- Quel que soit $s \in G$, si P et sP sont disjoints l'une des
0-cochaînes

$$E \cap sE, \quad E \cap sE^*, \quad E^* \cap sE, \quad E^* \cap sE^*$$

est vide.

En utilisant la connexité de E , on montre que dans le cas contraire, $sP = E.sP + E^*.sP$ est une décomposition de sP en somme de deux 1-cochaînes disjointes non vides. Puisque sP est minimal, on devrait avoir

$P.sP = d(E.sP) \neq 0$. Or si P et sP sont disjoints, la formule du cup-produit montre que $P.sP = 0$.

LEMME 3.- Quel que soit $s \in G$, l'une au moins des 0-cochaînes

$$E \cap sE, \quad E \cap sE^*, \quad E^* \cap sE, \quad E^* \cap sE^*$$

est finie.

Le cas où $P \cap sP = \emptyset$ a été vu avec le Lemme 2. Supposons $P \cap sP \neq \emptyset$. Soit m le nombre des simplexes de P . Les cobords $d(E \cap sE)$, $d(E \cap sE^*)$, $d(E^* \cap sE)$, $d(E^* \cap sE^*)$ ont pour réunion $P \cup sP$ qui contient moins de $2m$ simplexes. Comme tout 1-simplexe de $P \cup sP$ appartient à exactement deux de ces cobords, il existe une 0-cochaîne $X \cap sY$, avec $X, Y \in \{E, E^*\}$, telle que $d(X \cap sY)$ contienne moins de m simplexes. Le cocycle $d(X \cap sY)$ est donc de classe nulle dans $H_F^1(K)$. Puisque le complémentaire de $X \cap sY$ contient X^* qui est infini, ceci implique que $X \cap sY$ est fini.

LEMME 4.- Si G opère librement dans K^0 et si $s \in G$ est un élément d'ordre infini tel que P et sP soient cohomologues, alors $H_F^1(K) = \mathbb{Z}_2$.

Si $P - sP = P + sP$ est cohomologue à 0, c'est que $E + sE$ ou $(E + sE)^* = K^0 + E + sE$ est finie. Dans le second cas, $E + s^2E = (K^0 + E + sE) + (K^0 + sE + s^2E) = (E + sE)^* + s(E + sE)^*$ est finie. Puisque G opère librement dans K^0 , on en déduit qu'il existe toujours dans le sous-groupe engendré par s un élément t tel que $E + tE$ soit finie et $P \cap tP = \emptyset$. Le Lemme 2 montre que, dans ces conditions, $E \subset tE$ ou $tE \subset E$. En remplaçant au besoin t par son inverse, on se place dans le cas où $E \subset tE$. Pour tout entier $N > 0$, soit $F_N = \sum_{-N}^N t^n(E + tE)$. C'est une suite croissante de 0-cochaînes finies dont la réunion est K^0 . Soit $Q = dH$ un

1-cocycle fini. Pour N assez grand, $F_N \cdot Q = Q$ et par suite
 $d(F_N \cdot H) = dF_N \cdot H + Q$ ce qui montre que Q est cohomologue à
 $dF_N \cdot H = (t^{-N}P + t^{N+1}P) \cdot H$. Or, pour N assez grand, $(t^{-N}P) \cdot Q = 0$, c'est-à-dire que $(t^{-N}P) \cdot H$ et $(t^{N+1}P) \cdot H$ sont des cocycles. Comme ces cocycles sont contenus respectivement dans les cocycles minimaux $t^{-N}P$ et $t^{N+1}P$, ils sont tous deux cohomologues à 0 ou à P . Ceci entraîne que Q est cohomologue à 0 ou à P .

Ce Lemme montre que, si $\dim H_f^1(K) > 1$ et si G contient un élément d'ordre infini, alors $\dim H_f^1(K) = \infty$.

PROPOSITION 1. - Si $\dim H_f^1(K) > 1$, si G est sans torsion et opère librement dans K^0 , alors quel que soit $s \in G - \{e\}$, une et une seule des 0-cochaînes

$$E \cap sE, \quad E \cap sE^*, \quad E^* \cap sE, \quad E^* \cap sE^*$$

est finie.

Il y en a au moins une d'après le Lemme 3. Les sommes deux à deux de ces 0-cochaînes sont $E, sE, E^*, sE^*, E^* \cap sE + E \cap sE^*, E \cap sE + E^* \cap sE^*$ qui ont pour cobords P, sP ou $P + sP$. Ces 1-cocycles n'étant pas cohomologues à 0 d'après le Lemme 4, les sommes deux à deux sont toutes infinies.

Avec les hypothèses de la Proposition 1, on peut définir sur G une structure bipolaire en prenant comme partition de $G - \{e\}$ les ensembles EE, EE^*, E^*E, E^*E^* , où XY désigne l'ensemble des $s \in G - \{e\}$ tels que $X \cap sY$ soit fini ($X, Y \in E, E^*$).

N° 5 - Conditions de finitude ([6]).

Les notations restent celles du N° 4 ; on suppose vérifiées les hypothèses de la Proposition 1. Le choix d'une 0-cochaîne E telle que $P = dE$ soit un 1-cocycle minimal détermine donc une structure bipolaire EE, EE^*, E^*E, E^*E^* sur G .

LEMME 5.- Si les trajectoires de G dans K^0 sont en nombre fini, alors E^*E n'est pas vide.

Soit F une 0-cochaîne finie telle que $GF = K^0$ et qui contient tous les sommets des simplexes de P . La distance de deux sommets de K étant définie comme la borne inférieure des longueurs des chaînes de 1-simplexes les joignant, soit r le diamètre de F et D la 0-cochaîne finie, ensemble des sommets de K dont la distance à F est $\leq r$. Puisque $E - D \cap E \neq \emptyset$, il existe un $s \in G - \{e\}$ tel que $sF \cap (E - E \cap D) \neq \emptyset$. On a alors $sF \subset E$. Puisque E^* est connexe, si $E^* \cap sE$ et $E^* \cap sE^*$ sont tous deux non vides, il existe un simplexe de sP dont les extrémités sont dans E^* . Ceci est impossible puisque $sF \subset E$. Supposons $E^*E = \emptyset$. On a alors $s \in E^*E^*$. Puisque $EE^* = (E^*E)^{-1}$, la condition $E^*E = \emptyset$ implique de même que EE contient un élément t . Mais alors $st \in E^*E$, contrairement à l'hypothèse. Par conséquent E^*E n'est pas vide.

Dans ce qui suit, on note $|P|$ l'ensemble des sommets des simplexes appartenant à P .

LEMME 6.- Si (h_1, \dots, h_n) est un mot cassé de G tel que $P \cap h_i P = \emptyset$ pour $i = 1, \dots, n$, alors :

- a) P et $h_1 \dots h_n P$ sont disjoints,
- b) les $n - 1$ cocycles $h_1 \dots h_i P$ sont deux à deux disjoints ($1 \leq i < n$),
- c) tout chemin de 1-simplexes allant d'un point de $|P|$ à un point de $h_1 \dots h_n |P|$ contient un simplexe dans chacun des cocycles $h_1 \dots h_i P$ ($1 \leq i < n$).

Supposons $n = 2$, $h_1 \in XY$, $h_2 \in Y*Z$. Puisque $P \cap h_1 P = \emptyset$, on a $X \cap h_1 Y = \emptyset$, d'après le Lemme 2, donc $X \subset h_1 Y^*$. Cela entraîne $|P| \subset h_1 Y^*$. De même $P \cap h_2 P = \emptyset$ entraîne $|P| \subset h_2^{-1} Y$. On a donc $h_1 h_2 |P| \subset h_1 Y$; les assertions a) et c) en résultent. Le cas $n > 2$ s'en déduit facilement en formant des mots cassés de longueur 2 à partir de (h_1, \dots, h_n) .

PROPOSITION 2.- La structure bipolaire de G définie par E vérifie la condition :

- (Φ) Quel que soit $s \in G$, la longueur des mots cassés qui représentent s admet une borne supérieure finie.

Soit p le nombre des éléments de $|P|$ et soit (g_1, \dots, g_ℓ) un mot cassé de longueur $\ell > 2p^2 + 1$ représentant un élément $g \in G$. Les éléments $g_1 \dots g_i$ sont distincts ($1 \leq i \leq \ell$). Il existe donc un indice $j \in [1, \ell - 1]$ tel que $g_1 \dots g_j P$ soit disjoint de $P \cup g P$. Appliquant le Lemme 6 au mot cassé $(g_1 \dots g_j, g_{j+1} \dots g_\ell)$, on voit que $P \cap g P = \emptyset$. Cela étant, soit M la lon-

gueur d'un chemin de 1-simplexes allant d'un point de $|P|$ à un point de $s|P|$ et soit (s_1, \dots, s_n) un mot cassé représentant s . Supposons $n \geq k(M+2)$, avec $k = 2p^2 + 2$. En appliquant ce qui précède aux mots cassés (s_1, \dots, s_k) , (s_{k+1}, \dots, s_{2k}) , ..., $(s_{k(M+1)+1}, \dots, s_n)$ qui sont de longueur $> 2p^2 + 1$, et représentent respectivement des éléments h_1, \dots, h_{M+2} , on voit que (h_1, \dots, h_{M+2}) est un mot cassé représentant s tel que $P \cap h_i P = \emptyset$ pour $i = 1, \dots, M+2$. D'après le Lemme 6, tout chemin allant d'un point de $|P|$ à un point de $s|P|$ devrait être de longueur $\geq M+1$. On ne peut donc avoir $n \geq k(M+2)$.

N° 6 - Démonstration du Théorème 1 (cas d'un groupe G de présentation finie, [6]).

On sait que G est isomorphe au groupe fondamental d'un complexe simplicial fini connexe \underline{K} de dimension ≤ 2 . Soit K un revêtement universel de \underline{K} . C'est un complexe simplicial connexe, localement fini, sur lequel le groupe G opère librement et simplicialement. On a $H^1(K) = 0$; ceci entraîne que le nombre des bouts de K est égal à $\dim H_f^1(K) + 1$ (cf. E. Specker [5]). Puisque \underline{K} est fini, il existe une bijection naturelle de l'ensemble des bouts de K sur l'ensemble des bouts de G (cf. H. Hopf [3]). Si G a une infinité de bouts, on a donc $\dim H_f^1(K) = \infty$; d'autre part K est infini. Si de plus G est sans torsion, on peut appliquer les Propositions 1, 2 et le Lemme 5 : il existe sur G une structure bipolaire EE, EE^*, E^*E, E^*E^* vérifiant la condition (Φ) et telle que $E^*E \neq \emptyset$. On a vu au N° 3 que cette structure bipo-

laire donne une décomposition de G en produit libre de deux sous-groupes non triviaux.

Lorsque l'on suppose seulement que G est de type fini, on doit se contenter de faire opérer G librement sur un graphe connexe localement fini K de sorte que $G \backslash K$ soit fini. On obtient encore une structure bipolaire sur G par le procédé du N° 4, c'est-à-dire en partant d'une 0-cochaîne E telle que dP soit un 1-cocycle non cohomologue à zéro dans $H_F^1(K)$. Mais la manière de choisir E doit être modifiée et devient plus délicate (cf. G. Bergman [1]).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. BERGMAN - On groups acting on locally finite graphs, Ann. of Math., 88 (1968), p. 335-340.
- [2] H. FREUDENTHAL - Über die Enden topologischer Räume und Gruppen, Math. Zeitsch., 33 (1931), p. 692-713.
- [3] H. HOPF - Enden offener Räume und unendliche diskontinuierliche Gruppen, Comm. Math. Helv., 16 (1943), p. 81-100.
- [4] A. G. KUROSCHEV - The Theory of groups, Chelsea, N. Y. 1956.
- [5] E. SPECKER - Die erste Cohomologiegruppe von Überlagerungen und Homotopieeigenschaften dreidimensionaler Mannigfaltigkeiten, Comm. Math. Helv., 23 (1949), p. 303-333.
- [6] J. STALLINGS - On torsion-free groups with infinitely many ends, Ann. of Math., 88 (1968), p. 312-334.
- [7] R. SWAN - Groups of dimension one, (à paraître).