Denis Feyel
Arnaud de La Pradelle

Principe du minimum et préfaisceau maximaux

Séminaire Brelot-Choquet-Deny. Théorie du potentiel, tome 15 (1971-1972), exp. n° 24, p. 1-2
<http://www.numdam.org/item?id=SBCD_1971-1972__15__A5_0>

Séminaire BRELOT-CHOQUET-DENY
(Théorie du potentiel)
14e-15e années, 1970-1972, n° 24, 2 p.

25 novembre 1971 et 23 mars 1972

PRINCIPE DU MINIMUM ET PRÉFAISCEAU MAXIMAUX

par Denis FEYEL et Arnaud de LA PRADELLE

RÉSUMÉ

Soient Ω un espace localement compact, et $\mathcal{B}^* = \{(\omega , \omega^*)\}$ une famille de couples (ω , ω^*) , où ω relativement compact parcourt une base de la topologie de Ω , et où ω^* désigne une partie fermée, non vide, de la frontière topologique $\partial\omega$ de ω (on suppose l'existence d'une telle base).

Soit U un ouvert de Ω , on dit qu'un ensemble E de fonctions, définies dans U , à valeurs dans $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ vérifie le principe du minimum par rapport à $\mathcal{B}^*$ si, pour tout $(\omega , \omega^*) \in \mathcal{B}^*$, $\overline{\omega} \subset U$ et pour tout $f \in E$, on a

$$\{f \geqslant 0 \quad \text{sur} \quad \omega^*\} \Rightarrow \{f \geqslant 0 \quad \text{sur} \quad \overline{\omega}\} .$$

Un préfaisceau $\mathfrak{F}$ de cônes convexes de fonctions s. c. i. $> -\infty$ est dit vérifier le principe du minimum par rapport à $\mathcal{B}^*$ si, pour tout ouvert U , $\mathfrak{F}(U)$ vérifie le principe du minimum par rapport à $\mathcal{B}^*$.

L'ensemble des préfaisceaux vérifiant le principe du minimum par rapport à $\mathcal{B}^*$ est inductif. On considère donc les éléments maximaux. Ceci nous permet de caractériser la théorie locale du potentiel par la propriété de maximalité relative à une base $\mathcal{B} = (\omega , \partial\omega)$.

Dans le cas général d'une base distinguée $\mathcal{B}^*$, la théorie rend compte du faisceau de fonctions plurihyperharmoniques dans $\mathbb{C}^n$ ou des fonctions séparément hyperharmoniques dans $\mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$. Elle permet de donner des résultats qui ne semblent pas connus.

L'idée de maximalité est due à HELMS [3]. Elle a été développée sous une forme globale avec une base $\mathcal{B} = (\omega , \partial\omega)$, par MOKOBODZKI et SIBONY [4].

Des difficultés matérielles ont empêché la publication, dans ce séminaire, des démonstrations des résultats énoncés au cours des deux exposés que nous avons faits pendant l'année 1971/72. Une partie a été résumée en deux notes aux Comptes Rendus de janvier 1971 [1] et avril 1972 [2]. Enfin, une rédaction plus complète est en cours de parution aux Annales de l'Institut Fourier, dans l'un des tomes de l'année 1973.

BIBLIOGRAPHIE

[1] FEYEL (D.) et de LA PRADELLE (A.). - Principe du minimum et maximalité dans les préfaisceaux. Esquisse d'une théorie locale, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 272, 1971, Série A, p. 19-22.

[2] FEYEL (D.) et de LA PRADELLE (A.). - Quelques propriétés de la réduite dans les préfaisceaux maximaux, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 274, 1972, Série A, p. 1285-1288.

[3] HELMS (L. L.). - Maximal wedges of subharmonic functions, Bull. Amer. math. Soc., t. 69, 1963, p. 710-712.

[4] MOKOBODZKI (G.) et SIBONY (D.). - Principe du minimum et maximalité en théorie du potentiel, Annales Inst. Fourier, Grenoble, t. 17, 1967, p. 401-442.

(Texte reçu le 21 juin 1973)

Denis FEYEL et Arnaud de LA PRADELLE
Université Paris-VI
Mathématiques, Tour 46
4 place Jussieu
75230 PARIS CEDEX 05