Séminaire d'analyse fonctionnelle
École Polytechnique

H. Bercovici

Modèle de Jordan pour des contractions sur l'espace de Hilbert

Séminaire d'analyse fonctionnelle (Polytechnique) (1979-1980), exp. nº 6, p. 1-12
<http://www.numdam.org/item?id=SAF_1979-1980____A5_0>

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

91128 PALAISEAU CEDEX - FRANCE

Tél. : (1) 941.82.00 - Poste N°
Télex : ECOLEX 691596 F

S E M I N A I R E

D ' A N A L Y S E   F O N C T I O N N E L L E

1979-1980

MODELE DE JORDAN POUR DES CONTRACTIONS SUR L'ESPACE DE HILBERT

H. BERCOVICI

Exposé No VI

30 Novembre 1979

1. INTRODUCTION.

La théorie classique de M.C. Jordan montre que chaque matrice quadratique A est similaire à une matrice B qui est la somme directe d'un nombre fini de cellules de Jordan. Rappelons que les matrices A et B sont similaires si $B = X^{-1}AX$ pour une certaine matrice inversible X. Une cellule de Jordan est une matrice quadratique de l'ordre k, de la forme

$$J_{\lambda,k} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{C} .$$

La matrice B peut être écrite sous la forme

$$B = B(p_1) \oplus B(p_2) \oplus \dots \oplus B(p_k)$$

où $p_1, p_2, \dots, p_n$ sont les diviseurs élémentaires de la matrice $\lambda I - A$ et pour un polynôme

$$p(\lambda) = a(\lambda - \lambda_1)^{m_1} (\lambda - \lambda_2)^{m_2} \dots (\lambda - \lambda_s)^{m_s}$$

on a
$$B(p) = j_{\lambda_1, m_1} \oplus J_{\lambda_2, m_2} \oplus \dots \oplus J_{\lambda_s, m_s} .$$

Le théorème de Jordan ne peut pas s'étendre à la classe des opérateurs (linéaires et bornés) d'un espace de Hilbert quelconque. Pour obtenir des résultats dans des espaces de dimensions définies on doit

(i) choisir une classe particulière d'opérateurs et

(ii) affaiblir la notion de similarité.

Kissilevski et Brodski (cf. [5]) ont obtenu des résultats pour une certaine classe d'opérateurs de Volterra en utilisant une notion de somme approximative. B. Sz. Nagy et C. Foias [13] ont considéré une classe d'opérateurs de classe c_o et la notion de quasi-similarité. Ensuite C. Apostol, R.C. Douglas et C. Foias [1] ont démontré l'existence du modèle de Jordan quasi-similaire pour tous les opérateurs nilpotents (donc pour les opérateurs algébriques). Tous ces résultats sont maintenant couverts par la théorie du modèle de Jordan pour les opérateurs de classe c_0.

2. DEFINITION. OPERATEURS DE CLASSE c_0.

Dans ce qui suit H, K, L désigneront des espaces de Hilbert. B(H) est l'algèbre des opérateurs (linéaires et bornés) dans l'espace de Hilbert H.

2.1 Définition : Un opérateur (linéaire et borné) $X : H \to H'$ est une quasi-affinité si $\operatorname{Ker} X = \{0\}$ et $\overline{XH} = H'$.

2.2 Définition : Un opérateur $T' \in B(H')$ est une transformée quasi-affine de $T \in B(H)$ ($T \prec T'$) si $T'X = XT$ pour une certaine quasi-affinité $X : H \to H'$. Si $T \prec T'$ et $T' \prec T$ les opérateurs T et T' sont appelés quasi-similaires ($T \sim T'$).

Par H^1, H^2, H^∞ on désignera les espaces de Hardy correspondant au disque unité $\{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda| < 1\}$ du plan complexe.

Pour $T \in B(H)$ on désignera par lat(T) l'ensemble des sous-espaces (linéaires et fermés) invariants pour T.

2.3 Définition : Soit $T \in B(H)$ une contraction ($\|T\| \leq 1$). T est une contraction complètement non unitaire (c.n.u.) si $T|M$ n'est pas un opérateur unitaire pour $\{0\} \neq M \in \operatorname{lat}(T)$.

Pour une contraction T complètement non unitaire on définit le calcul fonctionnel de Sz. Nagy-Foias [12]

$$u(T) = \lim_{r \to 1} \sum_{n=0}^{\infty} a_r\, r^n\, T^n \tag{2.4}$$

pour $u(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \lambda^n \in H^\infty$ où la limite existe dans la topologie forte.

2.5 Définition : Une contraction c.n.u. $T \in B(H)$ est un opérateur de classe c_0 si $u(T) = 0$ pour une fonction $u \in H^\infty$, $u \neq 0$.

Si $T \in B(H)$ est un opérateur de classe c_0 il s'ensuit des propriétés du calcul fonctionnel que l'idéal

$$I = \{u \in H^{\infty} : u(T) = 0\}$$

est faiblement fermé (si on identifie H^{∞} à l'espace dual $(L^1/H_o^1)^*$). Il résulte donc du théorème de Beurling que

$$I = m\, H^{\infty}$$

pour une fonction intérieure $m \in H^{\infty}$.

2.6 <u>Définition</u> : La fonction m telle que $I = mH^{\infty}$ est appelée la fonction minimale de T et sera désignée par m_T.

La relation suivante est immédiate

(2.7) $$m_T = \wedge\{m \in H^{\infty} : m(T) = 0\}$$

où "$\wedge$" signifie le plus grand diviseur commun. Pour un ensemble quelconque $M \subset H$ on posera

(2.8) $$m_M = \wedge\{m \in H^{\infty} : m(T)M = \{0\}\} .$$

En particulier, pour $f \in H$ on posera $m_f = m_{\{f\}}$. Pour $M = H$ on a $m_H = m_T$. On a évidemment

2.9 <u>Lemme</u> : Pour un sous-ensemble quelconque $M \subset H$ on a

$$m_M = \bigvee_{f \in M} m_f .$$

("$\vee$" = le plus petit multiple commun).

2.10 <u>Lemme</u> (Shernam) [14] : Soit $K \subset H$ un sous-espace de dimension 2. L'ensemble

$$\{f \in K : m_f = m_K\}$$

est partout dense dans K.

<u>Preuve</u> : Soit

$$A = \{f \in K : m_f \neq m_k\} .$$

Pour $\lambda \neq 0$ on a $m_{\lambda f} = m_f$ donc A est une réunion de sous-espaces de dimension 1, soit

$$A = \bigcup_{j \in J} \mathbb{C} f_j \quad .$$

Pour $j \neq j'$ les vecteurs f_j et $f_{j'}$ engendrent l'espace K donc

$$m_K = m_{f_j} \vee m_{f_{j'}} \quad .$$

Si on pose $n_j = m_K / m_{f_j}$ on aura

$$n_j \wedge n_{j'} = 1 \quad \text{pour } j \neq j' \quad .$$

Ceci entraîne card $J \leq \aleph_o$. En effet, soit $m_K(\lambda_o) \neq 0$, $|\lambda_o| < 1$. Pour toute famille finie $J' \subset J$ le produit $\prod_{j \in J'} n_j$ doit diviser m_K donc $m_K = m \cdot \prod_{j \in J'} n_j$, m intérieure. Il s'ensuit que

$$|m_K(\lambda_o)| \leq \prod_{j \in J'} |n_j(\lambda_o)|$$

donc le produit $\prod_{j \in J} |n_j(\lambda_o)|$ est différent de zéro.

Puisque $0 < |n_j(\lambda_o)| < 1$ ceci entraîne card $J \leq \aleph_o$. Q.E.D.

2.11 <u>Théorème</u> ([14]) : Pour tout $T \in B(H)$ de classe c_o l'ensemble

$$\{f \in H : m_f \neq m_T\}$$

est un F_σ de la première catégorie.

<u>Preuve</u> : Soit $m_T(\lambda_o) \neq 0$, $|\lambda_o| < 1$. Il s'ensuit des propriétés du calcul fonctionnel que les ensembles

$$F_j = \{f \in H : |m_f(\lambda_o)| \geq |m_T(\lambda_o)| + \frac{1}{j}\}$$

sont fermés. Si $f \in F_j$ et $f' \notin F_j$ une application du Lemme 2.10 montre que f est la limite d'une suite de vecteurs de $H \setminus F_j$ contenue dans $K = \mathbb{C}f + \mathbb{C}f'$. Il résulte que les F_j n'ont pas de points intérieurs.
Le théorème résulte de l'égalité

$$\{f \in H : m_f \neq m_T\} = \bigcup_{j=1}^{\infty} F_j \quad . \qquad \text{Q.E.D.}$$

2.12 Corollaire : L'ensemble $\{f \in H : m_f = m_T\}$ est partout dense dans H.

3. MODELES FONCTIONNELS ET OPERATEURS DE JORDAN.

Tous les espaces de Hilbert considérés dans cette section sont séparables. Soit L un espace de Hilbert (séparable). H^2_L désignera l'espace de Hardy formé par des fonctions avec des valeurs dans L :

$$H^2_L = H^2 \otimes L \quad \text{(produit tensoriel hilbertien)} \quad .$$

La translation unilatérale $U_+ \in B(H^2_L)$ est définie par

$$(U_+ f)(\lambda) = \lambda f(\lambda) \quad , \quad |\lambda| < 1 \quad . \tag{3.1}$$

U_+ est une isométrie complètement non unitaire (de multiplicité dim L) et pour $u \in H^\infty$ on a

$$(u(U_+)f)(\lambda) = u(\lambda)f(\lambda) \quad , \quad |\lambda| < 1 \quad . \tag{3.2}$$

Soit Θ: $\{\lambda : |\lambda| < 1\} \to B(L)$ une fonction analytique contractive (c'est-à-dire $\|\Theta(\lambda)\| \le 1$) telle que $\Theta(e^{it})$ est un opérateur unitaire dt-p.p. Une telle fonction sera appelée fonction intérieure (avec des valeurs opérateurs).

La sous-espace fermé $\Theta H^2_L \subset H^2_L$ est invariant pour U_+ ; on posera

$$H(\Theta) = H^2_L \ominus \Theta H^2_L \quad , \quad S(\Theta) = P_{H(\Theta)}\, U_+ \,|\, H(\Theta) \quad . \tag{3.3}$$

L'opérateur $S(\Theta)$ est le modèle fonctionnel associé à la fonction intérieure Θ. La proposition suivante est une conséquence de la théorie des modèles de B.Sz. Nagy et C. Foias [12].

3.4 Théorème : Tout opérateur $T \in B(H)$ de classe c_o est unitairement équivalent à un modèle $S(\Theta)$.

3.5 Proposition : Le modèle $S(\Theta)$ est un opérateur de classe c_o si et seulement si $mH^2 \subset \Theta H^2$ pour une fonction intérieure $m \in H^\infty$.

<u>Preuve</u> : En effet, de la relation (3.3) il résulte que

$$u(S(\Theta)) = P_{H(\Theta)}\, u(U_+)|H(\Theta)$$

donc $u(S(\Theta)) = 0$ si et seulement si

$$u(U_+)H(\Theta) \subset (H(\Theta))^{\perp} = \Theta H^2_L \quad .$$

Puisque $u(U_+)\,\Theta\, H^2_L \subset \Theta H^2_L$ on a

$$u(U_+)H(\Theta) \subset \Theta H^2_L$$

si et seulement si $\qquad u(U_+)H^2_L \subset \Theta H^2_L \quad ,$

or $\qquad u(U_+)H^2_L = u\; H^2_L \quad .$ Q.E.D.

3.6 <u>Corollaire</u> : Pour toute fonction intérieure $m \in H^\infty$ le modèle fonctionnel $S(m)$ est un opérateur de classe c_o et sa fonction structurale coïncide avec m.

Les opérateurs $S(m)$ remplaceront les matrices $B(p)$ de l'introduction . On appellera $S(m)$ un opérateur de Jordan. Plus généralement, pour une suite $M = \{m_j\}_{j=0}^{\infty}$ de fonctions intérieures telle que m_{j+1} divise m_j pour chaque j, on introduit l'opérateur de Jordan

$$S(M) = \bigoplus_{j=0}^{\infty} S(m_j) \quad . \tag{3.7}$$

3.8 <u>Lemme</u> : Soient T et S deux contractions c.n.u. telles que $T \prec S$. Alors T est de classe c_o si et seulement si S est de classe c_o et dans ce cas on a $m_T = m_S$.

<u>Preuve</u> : Evidemment $u(T) \prec u(S)$ pour tout $u \in H^\infty$, donc $u(T) = 0$ si et seulement si $u(S) = 0$. Q.E.D.

3.9 <u>Théorème</u> : Si $T \in B(H)$ est un opérateur de classe c_o et a un vecteur cyclique alors $S(m_T) \prec T$.

<u>Preuve</u> : On peut supposer que T est un modèle fonctionnel : $T = S(\Theta)$ avec $\Theta : \{\lambda : |\lambda| < 1\} \to B(L)$ intérieure. Soit $f \in H(\Theta)$ un vecteur cyclique pour T et soit

$$K = \bigvee_{n\geq 0} U_+^n f$$

(ici $\bigvee$ signifie l'espace linéaire fermé engendré par $U_+^n f$, $n = 0,1,2,\dots$). Alors $U_K = U_+|K$ est une isométrie c.n.u. de multiplicité 1. L'opérateur $X = P_{H(\Theta)}|K : K \to H(\Theta)$ est tel que

$$S(\Theta)X = X\,U_K \quad ,$$

donc

$$\overline{XK} = \overline{X(\bigvee_{n\geq 0} U_K^n f)} = \bigvee_{n\geq 0} XU_K^n f = \bigvee_{n\geq 0} S(\Theta)^n Xf = \bigvee_{n\geq 0} S(\Theta)^n f = H(\Theta) \quad .$$

Il résulte que $Y = X|(\mathrm{Ker}\ X)^{\perp}$ est une quasi-affinité telle que $S(\Theta)Y = YS$, où S est la compression

$$S = P_{(\mathrm{Ker}\ X)^{\perp}}\, U_K \,|\, (\mathrm{Ker}\ X)^{\perp} \quad .$$

Puisque U_K est une translation unilatérale de multiplicité 1 il résulte que S est unitairement équivalent à un opérateur de la forme $S(m)$. Du lemme 3.8 on déduit alors $m = m_T$. Q.E.D.

La proposition suivante est démontrée dans [12].

3.10 Lemme : Soit T un opérateur de classe c_o et soit $u \in H^\infty$. Alors $u(T)$ est surjectif si et seulement si $u(T)$ est une quasi-affinité et si et seulement si $u \wedge m_T = 1$.

3.11 Théorème [14] : Soit $T \in B(H)$ un opérateur de classe c_o. Alors T a un vecteur cyclique si et seulement si T^* a un vecteur cyclique et dans ce cas $T \sim S(m_T)$.

Preuve : Evidemment on peut considérer seulement le cas où T^* a un vecteur cyclique. Dans ce cas il s'ensuit du théorème 3.9 que $T \prec S(m_T)$. Soit $f \in H$ tel que $m_f = m_T$ et posons

$$H_f = \bigvee_{n\geq 0} T^n f \quad , \quad T_f = T|H_f \quad .$$

Alors T_f a le vecteur cyclique f, donc $S(m_T) \prec T_f$. Soient $X : X \to H(m_T)$, $Y : H(m_T) \to H_f$ deux quasi-affinités telles que $S(m_T)X = XT$, $T_f Y = YS(m_T)$. On a alors $XY \in \{S(m_T)\}'$ et nous déduisons du théorème de Sarason [10] l'existence de $u \in H^\infty$ telle que

$$XY = u(S(m_T)) \quad .$$

Evidemment XY est un opérateur injectif donc il s'ensuit du lemme 3.10 que $u \quad m_T = 1$. On a

$$Xu(T) = u(S(m_T))X = XYX$$

donc $YX = u(T)$ par l'injectivité de X. Du lemme 3.10 et de la relation $u \wedge m_T = 1$, il résulte que u(T) est une quasi-infinité. On a donc $H \supset H_f = \overline{\text{im } Y} \supset \overline{\text{im } u(T)} = H$, $H_f = H$. Il résulte que f est un vecteur cyclique pour T. Q.E.D.

Nous avons donc démontré l'existence du modèle de Jordan pour les opérateurs de classe c_o ayant un vecteur cyclique. Un rôle important dans la généralisation du modèle à l'entière classe c_o est joué par la proposition suivante.

3.12 Proposition : Soit $T \in B(H)$ un opérateur de classe c_o et soit $f \in H$ tel que $m_f = m_T$. Alors il existe un espace $M \in \text{lat}(T)$ tel que :

(i) $H_f \cap M = \{0\}$;

(ii) $H_f \vee M = H$.

Preuve : En vertu du théorème précédent il existe un vecteur $k \in H_f$ cyclique pour T_f^* $(=(T|H_f)^*)$. On pose $K = \bigvee_{n\geq 0} T_k^{*n}$ et $M = H \ominus K$. Les propriétés (i) et (ii) sont équivalentes au fait que l'opérateur $X = P_K \mid H_f$ est une quasi-affinité. On vérifie aisément que $X^* = P_{H_f} \mid K$ a l'image partout dense dans H_f (puisque k est cyclique pour T_f^*). Un argument semblable à celui du théorème 3.11 montre que X est une quasi-affinité. Q.E.D.

Une application itérée de la proposition 3.12 nous permettra maintenant de démontrer l'existence du modèle de Jordan.

3.13 Théorème [3] : Pour tout opérateur $T \in B(H)$ de classe c_o il existe un opérateur de Jordan $S = \bigoplus_{j=0}^{\infty} S(m_j)$ tel que $S \prec T$. L'opérateur S est uniquement déterminé et on a aussi $T \prec S$ donc T et S sont quasi-similaires.

Preuve : L'application itérée de la proposition précédente nous montre l'existence d'une suite d'espaces $M_o, M_1, M_2, \ldots, M_n \in \mathrm{Lat}(T)$ et d'une suite de vecteurs $f_j \in M_j$ telles que

(3.14) $$M_o = H \quad ;$$

(3.15) $$f_j \in M_j \quad \text{et} \quad m_{f_j} = m_{M_j} \quad ;$$

(3.16) $$H_{f_j} \cap M_{j+1} = \{0\} \quad , \quad H_{f_j} \vee M_{j+1} = M_j \quad .$$

Si $h_j \in H$ est une suite arbitraire de vecteurs, il s'ensuit du corollaire 2.12 que les vecteurs f_j peuvent être choisis tels que

(3.17) $$\| P_{H_{f_o} \vee H_{f_1} \vee \ldots \vee H_{f_j}} h_j - h_j \| < 2^{-j} \quad .$$

Si l'ensemble $\{h_j\}_{j=0}^{\infty}$ est partout dense dans H il s'ensuit de (3.17) que

(3.18) $$\bigvee_{j \geq 0} H_{f_j} = H \quad .$$

Posons $m_j = m_{f_j}$; nous déduisons du théorème 3.9 l'existence d'une quasi-affinité

$$X_j : H(m_j) \longrightarrow H_{f_j}$$

telle que $T_{f_j} X_j = X_j S(m_j)$.
On définit l'opérateur

$$X : \bigoplus_{j=0}^{\infty} H(m_j) \longrightarrow H$$

par $$X\left(\bigoplus_{j=0}^{\infty} h_j\right) = \sum_{j=0}^{\infty} 2^{-j} X_j h_j / \|X_j\| \quad .$$

On a évidemment $TX = XS$ $(S = \bigoplus_{j=0}^{\infty} S(m_j))$ et on peut vérifier que X est une quasi-affinité.

Si on remplace T par T^* dans cette démonstration on déduit l'existence d'un opérateur de Jordan $S' = \bigoplus_{j=0}^{\infty} S(m'_j)$ tel que $T \prec S$. Par transitivité on a $S \prec S'$ et on peut démontrer que ceci entraîne $S = S'$ pour les opérateurs de Jordan. Aussitôt résulte l'unicité de S et la relation $T \prec S$. Q.E.D.

3.19 Remarque : Soit $T \in B(H)$ un opérateur de classe c_o avec H non-séparable. On peut démontrer un résultat analogue au théorème 3.13 dans lequel la somme $\bigoplus_{j=0}^{\infty} S(m_j)$ est remplacée par une somme $\bigoplus_{\alpha} S(m_\alpha)$ où α est un nombre ordinal quelconque et les fonctions m_α sont assujeties aux trois conditions suivantes :

(i) $m_\alpha = 1$ pour un certain α ;

(ii) m_α divise m_β pour $\alpha \geq \beta$;

(iii) $m_\alpha = m_\beta$ si $\mathrm{card}(\alpha) = \mathrm{card}(\beta)$.

4. LE CALCUL DES FONCTIONS m_j.

Pour une matrice finie A on a vu dans l'introduction que les polynômes p_j qui apparaissent dans le modèle de Jordan de la matrice sont les diviseurs élémentaires de la matrice $\lambda I - A$.

Rappelons que les diviseurs élémentaires peuvent être définis pour une matrice quadratique quelconque Θ sur un anneau principal . En effet si Θ est une matrice de l'ordre n on pose

d_j = le plus grand diviseur commun des mineurs de l'ordre j de Θ , $1 \leq j \leq n$

$d_o = 1$,

et on définit les diviseurs élémentaires par

$$p_j = d_j / d_{j-1} \quad , \quad 1 \leq j \leq n \quad .$$

Alors la matrice Θ est équivalente à la matrice $\Theta' = \begin{pmatrix} p_1 & & & 0 \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & p_n \end{pmatrix}$

(c'est-à-dire $\Theta' = X \Theta Y$ pour X et Y inversibles) et p_{j+1} divise p_j $(1 \leq j \leq n-1)$. Ce théorème n'est pas vrai pour des matrices sur l'anneau H^∞ (qui n'est pas un anneau principal). Tout de même les éléments d_j et p_j peuvent être définis en remplaçant le plus grand diviseur commun par le plus grand diviseur commun intérieur. E. Nordgren a démontré que les matrices Θ et Θ' sont quasi-équivalentes dans un certain sens. En utilisant ce résultat, Moore et Nordgren ont démontré

4.1 <u>Théorème</u> [8] : Soit Θ une matrice quadratique intérieure sur H^∞, de l'ordre n. Alors le modèle de Jordan de l'opérateur de classe c_o . $S(\Theta)$ est $S(p_1) \oplus S(p_2) \ldots \oplus S(p_n)$ où les fonctions intérieures p_j sont les diviseurs élémentaires de la matrice Θ .

Des formules analogues ont été démontrées dans [4] pour tous les opérateurs de classe c_o (dans des espaces séparables). En utilisant la généralisation de B. Sz. Nagy de la théorie de Nordgren, V. Müller a donné une autre démonstration de ces formules.

Il existe une autre manière, plus "géométrique", de calcul des fonctions m_j. Rappelons que la multiplicité μ_T de l'opérateur $T \in B(H)$ est le nombre cardinal minimum d'un ensemble $M \subset H$ tel que

$$\bigvee_{n \geq 0} T^n M = H \quad .$$

On a $\mu_T = 0$ si $H = \{0\}$ et $\mu_T = 1$ si T a un vecteur cyclique. Si T est un opérateur de classe c_o on posera

$$\mu_T(m) = \mu_{T|\overline{(m(T)H)}} \quad . \tag{4.2}$$

4.3 <u>Théorème</u> [2] : Pour tout opérateur T de classe c_o on a

$$m_\alpha = \Lambda\{m \in H^\infty : \mu_T(m) \leq \mathrm{card}(\alpha)\} \quad .$$

Donc le théorème 4.3 est valable pour toute la classe c_o (pas seulement pour les opérateurs dans des espaces séparables).

BIBLIOGRAPHIE

[1] C. Apostol, R.G. Douglas, C. Foias : Quasi-similar moedls for nilpotent operators, Trans. Amer. Math. Soc. 224 (1976), 407-415.

[2] H. Bercovici : On the Jordan model of c_o operators, I, Studia Math., 60 (1977), 267-284 ; II, à paraître dans Acta Sci. Math.

[3] H. Bercovici, C. Foias, B. Sz. Nagy : Compléments à l'étude des opérateurs de classe c_o, III, Acta Sci. Math. 37 (1975), 315-322.

[4] H. Bercovici, D. Voiculescu : Tensor operations on characteristic functions of c_o contractions, Acta Sci. Math. 39 (1977), 205-233.

[5] M. S. Brodski : Triangular and Jordan representation of operators in Hilbert spaces, Nauka, Moskou (1969) (en russe).

[6] K. Hoffman : Banach spaces of analytic functions, Prentice Hall, 1962.

[7] V. Müller : On Jordan models of c_o-contractions, Acta Sci. Math. 40, fasc. 1-2 (1978), 309-314.

[8] B. Moore III, E.A Nordgreen : On quasi-equivariance and quasi-similarity, Acta Sci. Math. 34 (1973), 311-316.

[9] E.A. Nordgren : On quasi-equivalence of matrices over H^∞, Acta Sci. Math. 34 (1973), 301-310.

[10] D. Sarason : Generalized interpolation in H^∞, Trans. Amer. Math. Soc. 127 (1967), 179-203.

[11] B. Sz. Nagy : Diagonalization of matrices over H^∞, Acta Sci. Math. 38 (1976), 223-238.

[12] B. Sz. Nagy, C. Foias : Harmonic analysis of operators on Hilbrt space, North-Holland - Akadémiai Kiado, 1970.

[13] B. Sz. Nagy, C. Foias : Modèle de Jordan pour une classe d'opérateurs de l'espace de Hilbert, Acta Sci. Math., 31 (1970), 91-115.

[14] B. Sz. Nagy, C. Foias : Compléments à l'étude des opérateurs de classe c_o, Acta Sci. Math. 31 (1970), 287-296.
