M. TALAGRAND

Espaces de Banach faiblement *k*-analytiques

Séminaire d'analyse fonctionnelle (Polytechnique) (1977-1978), exp. nº 12 et 13, p. 1-10
<http://www.numdam.org/item?id=SAF_1977-1978____A10_0>

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

PLATEAU DE PALAISEAU - 91128 PALAISEAU CEDEX

Téléphone : 941.82.00 - Poste N°

Télex : ECOLEX 691 596 F

S E M I N A I R E S U R L A G E O M E T R I E

D E S E S P A C E S D E B A N A C H

1977-1978

ESPACES DE BANACH FAIBLEMENT $\mathcal{K}$-ANALYTIQUES

M. TALAGRAND

(Université Paris VI)

Exposés No XII-XIII

27 Janvier-3 Février 1978

Rappelons qu'un espace de Banach est dit WCG (Weakly Compactly Generated) s'il contient un compact faible total. L'étude du lien entre les espaces de Banach WCG et les espaces de Banach Lindelöf pour la topologie faible remonte à H.H. Corson [3], qui avait conjecturé l'équivalence de ces deux propriétés.

Nous avons montré dans un précédent travail [14] qu'un Banach WCG est faiblement Lindelöf. Toutefois puisqu'un sous-espace fermé d'un Banach WCG n'est pas nécessairement WCG [11], mais reste faiblement Lindelöf, il convient de poser le problème réciproque sous la forme suivante : un espace de Banach faiblement Lindelöf est-il sous-espace d'un espace WCG ? ([1], [7]). Nous allons montrer que la réponse est négative en étudiant une classe d'espaces de Banach qui semble fort intéressante.

Selon [2], un espace topologique sera dit $\mathcal{K}$-analytique s'il est image continue d'un $K_{\sigma\delta}$ d'un espace compact. On sait [13] qu'un tel espace est Lindelöf. Il est donc naturel d'étudier la classe des espaces de Banach qui sont $\mathcal{K}$-analytiques pour leur topologie faible, et que pour abréger nous appellerons des e.B.$\mathcal{K}$.

Théorème 1 [14] : Un espace de Banach E qui est WCG est un $K_{\sigma\delta}$ de son bidual lorsque celui-ci est muni de la topologie $\sigma(E'',E')$. C'est donc un e.B.$\mathcal{K}$.

Les propriétés de stabilité sont excellentes.

Théorème 2 : La classe des e.B.$\mathcal{K}$ est stable par sous-espaces fermés, image continue, produits finis. De plus, si $F \subset E$ sont deux espaces de Banach tels que F soit un e.B.$\mathcal{K}$ et que E/F soit séparable, ou que F soit réflexif et que E/F soit un e.B.$\mathcal{K}$, alors E est un e.B.$\mathcal{K}$.

On sait [4] que la boule unité du dual d'un espace de Banach E qui est WCG est, pour la topologie $\sigma(E',E)$, un compact de Eberlein [c'est-à-dire homéomorphe à un compact d'un espace de Banach F pour la topologie $\sigma(F,F')$]. Il est donc naturel de s'intéresser aux boules unités des duaux des e.B.$\mathcal{K}$, mais quelques préliminaires sont nécessaires.

Etant donné un espace topologique (X,τ) complètement régulier, désignons par τ^k la moins fine topologie sur X qui rende continues les fonctions réelles sur X dont la restriction aux compacts de (X,τ) soit continue pour τ. Cette topologie est plus fine que τ, mais possède les mêmes compacts. Le résultat suivant est la base du théorème 4.

<u>Théorème 3</u> : Si (X,t) est $\mathcal{K}$-analytique, il en est de même de (X,τ^k).

Etant donné un espace topologique X, notons τ_p la topologie de la convergence ponctuelle sur l'ensemble $\mathfrak{F}(X,R)$ des fonctions réelles sur X, et $\mathcal{C}_p(X)$ l'espace $\mathcal{C}(X)$ muni de cette topologie. Si X est compact, nous désignerons par $\mathcal{C}_\sigma(X)$ l'espace $\mathcal{C}(X)$ muni de la topologie $\sigma = \sigma(\mathcal{C}(X),\mathcal{C}(X)')$. Les restrictions des mesures sur X aux compacts bornés de $\mathcal{C}_p(X)$ étant continues pour τ_p, il en résulte que sur la boule unité de $\mathcal{C}(K)$, τ_p^k est plus fine que σ, ce qui explique le résultat suivant :

<u>Théorème et définition 4</u> : Etant donné un espace compact K, les conditions suivantes sont équivalentes :

(i) il existe un sous-ensemble $\mathcal{K}$-analytique de $\mathcal{C}_p(K)$ qui sépare K ;

(ii) $\mathcal{C}_p(K)$ est $\mathcal{K}$-analytique ;

(iii) $\mathcal{C}_p(K)$ est $\mathcal{K}$-analytique (c'est-à-dire que $\mathcal{C}(K)$ est un e.B.$\mathcal{K}$).

Nous dirons qu'un espace est quasi-Eberlein s'il vérifie une des conditions précédentes.

<u>Théorème 5</u> : Soit X un espace topologique $\mathcal{K}$-analytique. Alors tout compact K de $\mathcal{C}_p(X)$ est quasi-Eberlein.

<u>Corollaire 6</u> : Tout compact de Eberlein est quasi-Eberlein.

<u>Corollaire 7</u> : Un espace de Banach est un e.B.$\mathcal{K}$ si et seulement si la boule unité faible de son dual est un compact quasi-Eberlein.

<u>Théorème 8</u> : Il existe un compact K possédant les propriétés suivantes :

(i) K n'est pas un compact de Eberlein ;

(ii) $\mathcal{C}(K)$ est un $K_{\sigma\delta}$ de $\mathfrak{F}_p(K,R)$ (donc K est quasi-Eberlein) ;

(iii) K est réunion dénombrable de compacts de Eberlein, et contient un compact de Eberlein L tel que le quotient de K par la relation d'équivalence qui identifie les points de L soit un compact de Eberlein ;

(iv) K contient un G_δ dense métrisable formé de points qui sont des G_δ.

Contentons-nous de construire K et de prouver qu'il n'est pas de Eberlein tout en étant quasi-Eberlein. Désignons par S l'ensemble des suites finies d'entiers. Pour $\sigma \in \Sigma = \mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, désignons par $\sigma|n$ la suite formée des n premiers termes de σ. Pour $s \in S$, désignons par $|s|$ la longueur de s de soit $\tilde{s} = \{\sigma \in \Sigma ; \sigma|n = s, \text{ où } n = |s|\}$.

Posons

$$L = \{x \in \{0,1\}^{\Sigma} ; \operatorname{card}\{\sigma \in \Sigma ; X(\sigma) = 1\} \le 1\} \quad ;$$

$$K_n = \{x \in \{0,1\}^{\Sigma} ; (\sigma \neq \rho, x(\sigma) = x(\rho) = 1) \Rightarrow (\sigma|n = \rho|n \text{ et } \sigma|n+1 \neq \rho|n+1)\} \ .$$

On voit sans peine que si $m \neq n$, on a $L = K_n \cap K_m$, et que $K = \bigcup_n K_n$ est compact.

Soit $\overline{\mathbb{N}}$ le compactifié d'Alexandroff. Considérons l'espace $Y = \overline{\mathbb{N}}^{\mathbb{N}} \times \{0,1\}$ muni de la topologie "porc-épic", c'est-à-dire telle que chaque point de la forme $(a,1)$ soit ouvert et chaque de la forme $(a,0)$ possède un voisinage de la forme $V \times \{0,1\} \setminus \{(a,1)\}$, où V désigne un voisinage de a dans $\overline{\mathbb{N}}^{\mathbb{N}}$. Cet espace est compact et $X = \Sigma \times \{0,1\}$ en est un $K_{\sigma\delta}$. Désignons par δ_σ l'élément de $\mathcal{C}(K)$ défini pour $\sigma \in \Sigma$ par $\delta_\sigma(x) = x(\sigma)$. L'application de X dans $\mathcal{C}(K)$ qui envoie $(\sigma,1)$ sur δ_σ et $(\sigma,0)$ sur la fonction nulle est continue et son image sépare K. Puisque Σ est un espace $\mathcal{K}$-analytique, K vérifie la condition (i) du théorème 4, donc est quasi-Eberlein.

Supposons que K soit image continue d'un compact de Eberlein. D'après le lemme 1 - 1 de [1], il existe une suite (Γ_n) d'ensembles infinis disjoints, et un sous-compact M de $\{0,1\}^{\Gamma}$ (où $\Gamma = \bigcup_n \Gamma_n$) vérifiant

$$(*) \quad \forall\, y \in M, \ \forall\, n, \qquad \{\gamma \in \Gamma_n \ ; \ y(\gamma) = 1 \text{ est fini}\}$$

et tel que K soit image de M par une surjection continue φ.

Pour $\sigma \in \Sigma$, les ensembles $\{x \in K ; x(\sigma) = 1\}$ et $\{x \in K ; x(\sigma) = 0\}$ sont des compacts disjoints. Il en est donc de même de leurs images réciproques. Il existe donc une partie finie B_σ de M telle que $\varphi(y)(\sigma)$ soit déterminée par la projection de y sur $\{0,1\}^{B_\sigma}$. Posons

$$H_n = \{\sigma \in \Sigma ; \operatorname{Sup}\{p ; \Gamma_p \cap B_\sigma \neq \emptyset\} \le n\} \quad .$$

D'après le théorème de Baire, et puisque $\Sigma = \bigcup_n H_n$, il existe un n tel que $\overset{\circ}{H}_n \neq \emptyset$, donc un $s \in S$, tel que $\tilde{s} \subset \overset{\circ}{H}_n$. Désignons par s_q la suite de longueur $|s| + 1$ obtenue en rajoutant à s le dernier terme q. On a donc

$$\forall\, q \in \mathbb{N}, \ \exists\, \sigma_q \in H_n, \qquad \sigma_q \mid |s| + 1 = s_q \quad .$$

Posons $B = \bigcup_q B_{\sigma_q}$. C'est une partie dénombrable de Γ contenue dans $\bigcup_{m \leq n} \Gamma_m$. Pour chaque q, $\varphi(y)(\sigma_q)$ est déterminée par la projection de y sur $\{0,1\}^B$. Mais d'après (*) cette projection est contenue dans $\{z \in \{0,1\}^B \,;\, \{\gamma \in B \,;\, z(\gamma) = 1\}$ et fini$\}$ donc il n'y a qu'une quantité dénombrable de telles projections. Ainsi la projection de $\varphi(M)$ sur $\{0,1\}^C$, où $C = \bigcup_q \{\sigma_q\}$, est dénombrable, ce qui est absurde puisque celle de K sur $\{0,1\}^C$ n'est autre que $\{0,1\}^C$.

<u>Corollaire 9</u> : Il existe un espace $\mathcal{C}(K)$ qui est faiblement Lindelöf sans être sous-espace d'un espace WCG.

Les propriétés de stabilité des compacts quasi-Eberlein sont excellentes :

<u>Théorème 10</u> : La classe des compacts quasi-Eberlein est stable par sous-compact, image continue, produit dénombrable, compactification de Alexandroff de sommes discrètes, formation de "compacts porc-épic". De plus si K est quasi-Eberlein, il en est de même de l'ensemble des probabilités sur K (muni de la topologie vague).

Montrons maintenant que les compacts quasi-Eberlein ont d'excellentes propriétés généralisant celles des compacts de Eberlein.

<u>Théorème 11</u> : Soit E un e.B.$\mathcal{K}$ tel que E' contienne une partie de cardinal $\aleph$ qui sépare E. Alors E contient une partie dense (pour la norme) de cardinal .

<u>Corollaire 12</u> : Si un compact quasi-Eberlein contient une partie dense de cardinal $\aleph$, il possède une base d'ouverts de cardinal $\aleph$. En particulier, il est métrisable dès qu'il est séparable.

<u>Corollaire 13</u> : Un espace dual qui est un e.B.$\mathcal{K}$ possède la propriété de Radon-Nikodym.

<u>Théorème 14</u> : Dans un compact quasi-Eberlein, un point qui est adhérent à une partie est limite d'une suite de points de cette partie.

<u>Corollaire 15</u> : Si E est un e.B.$\mathcal{K}$ et si $f \in E''$ est séquentiellement continue pour $\sigma(E',E)$, alors $f \in E$.

<u>Théorème 16</u> : Sur un compact quasi-Eberlein, le support de toute mesure est séparable (donc métrisable).

<u>Corollaire 17</u> : Un produit non dénombrable de compacts non réduits à un point n'est pas quasi-Eberlein.

<u>Corollaire 18</u> : Soient X un espace topologique localement compact et μ une mesure de Radon sur X. Alors :

(i) $L_1(\mu)$ est un e.B.$\mathcal{K}$ si et seulement si μ est σ-finie (il est alors WCG) ;

(ii) Si μ est σ-finie tout sous-ensemble de $L_\infty(\mu)$ qui est $\mathcal{K}$-analytique pour la topologie $\sigma(L_\infty(\mu),L'_\infty(\mu))$ est séparable en norme. En particulier $L_\infty(\mu)$ est un e.B.$\mathcal{K}$ si et seulement s'il est de dimension finie (voir [6], corol. 5).

La preuve du résultat suivant basée sur une généralisation d'un théorème de I. Nomioka ([9], th. 2.1).

<u>Théorème 19</u> : L'ensemble des points d'un compact quasi-Eberlein qui sont des G_δ est un résiduel (c'est-à-dire contient un G_δ dense).

Le résultat suivant, quoique ne portant pas sur les compacts quasi-Eberlein, est assez lié au théorème 1 :

<u>Théorème 20</u> : Soit E un espace de Banach, H un sous-espace de E' qui sépare E, F un sous-espace de E qui est un e.B.$\mathcal{K}$, et K un sous-ensemble de F qui est $\sigma(E,H)$ compact. Alors K contient un G_δ dense G [pour la topologie $\sigma(E,H)$] sur lequel la topologie $\sigma(E,H)$ coïncide avec celle de la norme. En particulier les points de G sont des G_δ pour $\sigma(E,H)$.

<u>Problème 21</u> : Est-il vrai que K contient un G_δ dense (pour $\sigma(E,H)$) en tout point duquel l'application identique de $(K,\sigma(E,H))$ dans $(E,\|\cdot\|)$ soit continue ? (D'après [5], th. 4.7, la réponse est positive si $E = H'$ et si F est WGC.)

Rappelons qu'on dit qu'un cardinal $\aleph$ est mesurable (resp. 2-mesurable) s'il existe une mesure de probabilité diffuse (resp. et à valeurs dans $\{0,1\}$) sur la tribu de toutes les parties d'un ensemble de cardinal $\aleph$, et qu'on dit qu'un espace compact est radonien (resp. 2-radonien) si toute mesure de probabilités (resp. à valeurs dans $\{0,1\}$) sur la tribu des boréliens de ce compact est intérieurement régulière (resp. et donc de Dirac). Le résultat suivant généralise un théorème récent de Walter Schachermayer [12] :

Théorème 22 : Pour tout cardinal $\aleph$, les deux conditions suivantes sont équivalentes :

(a) $\aleph$ n'est pas mesurable (resp. 2-mesurable) ;

(b) tout compact quasi-Eberlein de cardinal $\leq \aleph$ est radonien (resp. 2-radonien).

Disons, selon [10], qu'un espace compact vérifie la condition de $\aleph$-chaîne si toute famille d'ouverts disjoints de K est de cardinal $< \aleph$. Pour simplifier, disons qu'un espace de Banach F est un sous-e.B.K d'un espace de Banach E si c'est un sous-espace de E qui est e.B.K.

Problème 23 : Soit K un espace compact vérifiant la condition de $\aleph_1$-chaîne. Est-ce que tout sous-e.B.K de $\mathcal{C}(K)$ est séparable en norme ? Ou, ce qui revient au même, un compact quasi-Eberlein vérifiant la condition de $\aleph_1$-chaîne est-il métrisable ?

Si l'on sait de plus que K est support d'une mesure, la réponse est positive d'après le th. 16. D'autre part, il résulte de [11], théorème 4.5, que si un espace compact K vérifie la condition de $\aleph_1$-chaîne métrisable. Or un très joli résultat récent de D. Fremlin [6] montre qu'il est compatible avec la théorie usuelle des ensembles de supposer que tout ensemble K-analytique dont les compacts sont métrisables est image continue de $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, donc séparable. Il s'ensuit qu'il est compatible avec la théorie des ensembles de supposer que la réponse au problème 23 est positive.

Par contre, pour des cardinaux plus grands, les résultats de Rosenthal [11] s'étendent sans peine. (On désigne par $\mathfrak{c}$ le cardinal de $\mathbb{R}$.)

<u>Proposition 24</u> : Si un espace compact K vérifie la condition de - chaîne pour un cardinal $\mathfrak{X} > \mathfrak{C}$, tout sous-e.b.$\mathcal{K}$ de $\mathcal{C}(K)$ contient une partie dense en norme de cardinal au plus .

<u>Proposition 25</u> : Si $\mathfrak{X}$ est un cardinal $\geq \mathfrak{C}$, tout compact quasi-Eberlein qui vérifie la condition de $\mathfrak{X}$-chaîne est de poids $\leq \mathfrak{X}$ (c'est-à-dire possède une base d'ouvert de cardinal $\leq \mathfrak{X}$).

<u>E.B.$\mathcal{K}$ ET PROPRIETE (DP)</u>.

Rappelons qu'on dit qu'un espace de Banach E possède la propriété de Dunford-Pettis (DP) si pour toute suite (x_n) de E qui tend vers 0 pour $\sigma(E,E')$, et toute suite (x'_n) de E' qui tend vers 0 pour $\sigma(E',E'')$, la suite réelle $x'_n(x_n)$ converge vers zéro.

<u>Théorème 26</u> : Soient E et F deux e.B.$\mathcal{K}$. Alors :

(a) $E \hat{\otimes}_\pi F$ est un e.B.$\mathcal{K}$;

(b) si E ou F possède la propriété (DP), $E \hat{\otimes}_\pi F$ est un e.B.$\mathcal{K}$;

(c) si X est un espace localement compact, μ une mesure de Radon sur X et p un réel tel que $1 < p < \infty$, alors l'espace $L^P_E(\mu)$ des fonctions mesurables de X dans E dont la norme est de puissance p-ième intégrable, est un e.B.$\mathcal{K}$.

<u>Remarque</u> : Il est aisé de montrer que si I est un ensemble non dénombrable, l'espace $\ell^2 \hat{\otimes}_\pi \ell^2(I)$ n'est pas un e.B.$\mathcal{K}$ ce qui montre qu'une restriction est bien nécessaire dans l'assertion (b).

Voici maintenant un résultat qui semble important.

<u>Théorème 27</u> : Soit E un espace de Banach possédant la propriété (DP). Soient F (resp. G) un sous-e.B.$\mathcal{K}$ de E (resp. E'). Alors $F/G^o \cap F$ et $G/F^o \cap G$ sont séparables.

Il y a naturellement de nombreux corollaires de ce théorème. En voici deux :

<u>Proposition 28</u> : (a) Soit E un espace de Banach tel que E' contienne un e.B.$\mathcal{K}$ possédant la propriété (DP) et séparant E. Alors tout sous-e.B.$\mathcal{K}$

de E est séparable.

(b) Soit E un espace de Banach dont le dual contient un e.B.$\mathcal{K}$ qui sépare E. Alors tout sous-e.B.$\mathcal{K}$ de E qui est contenu dans un sous-espace de E qui possède la propriété (DP) est séparable.

Remarquons que la condition (a) (resp. (b)) est vérifiée si E est le dual d'un e.B.$\mathcal{K}$ possédant la propriété (DP) (resp. d'un e.B.$\mathcal{K}$).

APPLICATIONS A LA THEORIE DES OPERATEURS.

Les méthodes que nous employons sont un outil commode pour prouver la séparabilité de certains espaces. Voici par exemple un corollaire de la proposition 28.

Théorème 29 : Soient E un e.B.$\mathcal{K}$ possédant la propriété (DP) (par exemple un espace $L^1(\mu)$ pour une mesure finie μ, où un espace $\mathcal{C}(K)$ pour K quasi-Eberlein) et F un espace de Banach dont le dual contient un e.B.$\mathcal{K}$ qui le sépare (par exemple F est le dual d'un e.B.$\mathcal{K}$). Alors tout opérateur de E dans F est d'image séparable.

Le lemme suivant est une conséquence facile du fait que sur un compact quasi-Eberlein, les supports des mesures sont métrisables.

Lemme 30 : Soient E un e.B.$\mathcal{K}$, et μ une mesure de Radon sur E', pour la topologie $\sigma(E',E)$. Alors E contient un sous-espace F tel que F^o porte μ et que E/F soit séparable.

Théorème 31 : Soient E et F deux espaces de Banach, et U un opérateur intégral de E dans F.

(a) Si E est un e.B.$\mathcal{K}$, U se factorise à travers un quotient séparable de E par un opérateur intégral de même forme intégrable [donc U(E) est séparable].

(b) Si F' est un e.B.$\mathcal{K}$, le dual de U(E) est séparable.

Théorème 32 [4] : Soit E un e.B.$\mathcal{K}$, F un espace de Banach, et T un opérateur de E dans F qui transforme les parties $\sigma(E,E')$-compactes de E en parties normiquement compactes de F. Alors T(E) est séparable.

Démonstration : On voit sans peine que l'application T est continue lorsque F est muni de la topologie de la norme et E de la plus fine topologie coïncidant avec $\sigma(E,E')$ sur les parties $\sigma(E',E)$-compactes de E. Une extension facile du théorème 3 montre que E est $\mathcal{K}$-analytique pour cette topologie. Il s'ensuit que pour la topologie de la norme, F est $\mathcal{K}$-analytique, donc de Lindelöf, donc séparable.

Rappelons quel'on dit qu'un espace de Banach possède la propriété de Schur si tout ensemble faiblement compact est compact.

Corollaire 33 : Un e.B.$\mathcal{K}$ qui possède la propriété de Schur est séparable.

Ce corollaire résout un problème de H.P. Rosenthal ([11] p. 98).

Théorème 34 [5] : (a) Si un espace de Banach ne contient pas ℓ_1 et possède la propriété (DP), son dual possède la propriété de Schur.

(b) Si un espace de Banach ne contient pas ℓ_1, tout sous-espace de son dual qui possède la propriété (DP) possède la propriété de Schur.

Le résultat suivant conséquence des deux précédents, résout un problème de H.P. Rosenthal ([10] conjecture 1).

Théorème 35 : (a) Soit E un espace de Banach ne contenant pas ℓ_1 et possédant la propriété (DP). Alors tout sous-e.B.$\mathcal{K}$ de E' est séparable. En particulier si un espace de Banach E possède la propriété (DP) et si E' est WCG, E' est séparable.

(b) Soit E un espace de Banach ne contenant pas ℓ_1. Alors tout sous-e.B.$\mathcal{K}$ de E' qui possède la propriété (DP) est séparable. En particulier si E est un espace de Banach tel que E' soit une e.B.$\mathcal{K}$, tout sous-espace de E' possédant la propriété (DP) est séparable.

Rappelons qu'on dit qu'un espace de Banach possède la propriété de Grothendieck si toute suite $\sigma(E',E)$-convergente de E' est $\sigma(E',E'')$ convergente.

Théorème 36 : Soit E un e.B.$\mathcal{K}$, et F un espace de Grothendieck. Alors tout opérateur de E dans F est faiblement compact. En particulier, un e.B.$\mathcal{K}$ possède la propriété de Grothendieck si et seulement si il est réflexif.

On en déduit par exemple que tout e.B.$\mathcal{K}$ quotient d'un espace $L^\infty(\mu)$ (μ mesure finie) est réflexif.

Signalons pour terminer que d'autres propriétés classiques des espaces WCG (existence d'une norme équivalente L.U.C. etc) ont été étendues aux e.B.$\mathcal{K}$ par L. Vašák.

BIBLIOGRAPHIE

[1] T. Benyamini, M.E. Rudin et M. Wage, à paraître au Pacific Journal.

[2] G. Choquet, Ann. Inst. Fourier, Grenoble, 9.(1959) 75-81.

[3] H. Corson, Trans. Amer. Math. Soc. 101 (1961) 1-15.

[4] J. Diestel, Lecture Notes No 484, ch. 5, Springer Verlag.

[5] H. Fakhoury, à paraître.

[6] D.H. Fremlin, à paraître.

[7] J. Lindenstrauss, Symposium on infinite dimensional topology, (Annals of Math. Studies 66) 253-273.

[8] A. Martineau, Comptes rendus 270, série A (1970) 1323.

[9] I. Namioka, Pac. J. Math. 51, 2 (1974) 515-531.

[10] H.P. Rosenthal, Acta Math. 124 (1970) 207-248.

[11] H.P. Rosenthal, Compositio Math. 28 (1974) 83-111.

[12] W. Schachermayer, Comptes rendus 285, série A (1977) 405.

[13] M. Sion, Trans. Amer. Math. Soc. 96 (1960) 341-354.

[14] M. Talagrand, Bull. Sc. Math. 99 (1975) 211-212.

[15] L. Vašák, à paraître dans Studia Math.

Cet exposé est un résumé des notes aux Comptes rendus de l'auteur parues dans les t. 284, p. 745-748 et 285, p. 119-122.