

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

O. TEBBI

F. GUÉRIN

B. DUMON

Plan d'essai avec endommagement préalable accéléré appliqué aux composants mécaniques

Revue de statistique appliquée, tome 53, n° 3 (2005), p. 63-90

http://www.numdam.org/item?id=RSA_2005__53_3_63_0

© Société française de statistique, 2005, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

PLAN D'ESSAI AVEC ENDOMMAGEMENT PRÉALABLE ACCÉLÉRÉ APPLIQUÉ AUX COMPOSANTS MÉCANIQUES

O. TEBBI, F. GUÉRIN, B. DUMON

*LASQUO : Laboratoire en Sécurité de fonctionnement, Qualité et Organisation
Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers
62, avenue Notre Dame du Lac
49000 – Angers – France
fabrice.guerin@istia.univ-angers.fr*

RÉSUMÉ

Nous présentons dans cet article une étude du modèle standard de vie accélérée (SVA) appliqué à la mécanique. En particulier, nous indiquons la signification mécanique de la fonction de transfert du modèle SVA. Ensuite, nous l'appliquons à des composants soumis au dommage par fatigue en considérant les estimations paramétrique et non paramétrique selon un plan à 2 niveaux.

Mots-clés : *Fiabilité, Estimation paramétrique, Estimation non paramétrique, Dommage par fatigue, Miner, Basquin.*

ABSTRACT

In this paper we present a study of a Constant Stress Accelerated Life Testing Model for mechanical products. Specifically, the use and definition of the transfer function, which was developed for this model, are illustrated. In addition, we apply this model to components subjected to fatigue damage. To predict reliability product under normal operating conditions, we consider the parametric and nonparametric approaches according to test plan with previous accelerated damage.

Keywords : *Reliability, parametric estimation, nonparametric estimation, fatigue damage, Miner, Basquin Model.*

1. Introduction

Les essais accélérés sont une des approches les plus communes pour obtenir la loi de fiabilité ou le taux de défaillance de systèmes ou de composants dans des délais plus courts. Brièvement, ces essais consistent à réduire les durées de vie des produits par l'accélération des dégradations provoquant la défaillance. Pour ce faire, les niveaux des stress subis par le produit sont sévérés afin d'obtenir des données plus rapidement. Pour obtenir la loi de fiabilité dans les conditions nominales, il est

nécessaire d'utiliser un modèle de vie accélérée permettant de la définir à partir des résultats d'essais accélérés.

Il existe différentes classes (voir figure 1) de modèles de vie accélérée :

1. les modèles expérimentaux déterminés par des plans d'expériences [23]
2. les modèles physiques définis à l'aide de ceux de dégradation (chimique, mécanique, ...) [12, 13, 28]
3. les modèles statistiques caractérisés par des approches paramétrique, semi paramétrique et non paramétrique [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 14, 19, 20, 21, 22, 24, 27].

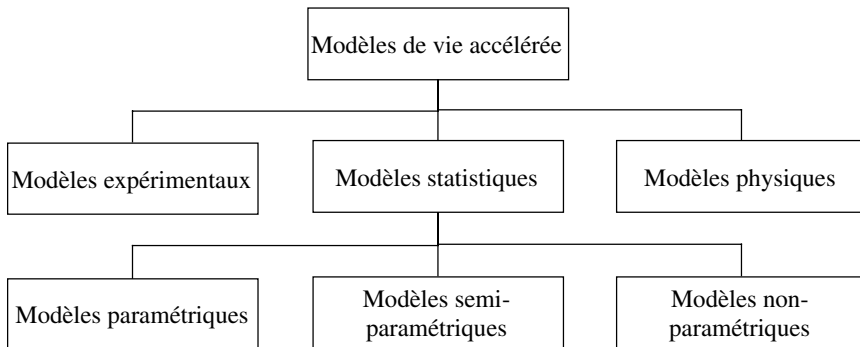


FIGURE 1

Classification des modèles de vie accélérée

On trouve une littérature abondante d'application des modèles de vie accélérée dans le domaine de l'électronique [14, 19, 20, 22] mais moins nombreuse dans celui de la mécanique [12, 13, 19, 28, 29].

Aussi, nous proposons dans cet article d'étudier les modèles standard de vie accélérée (SVA) appliqués à la mécanique et plus particulièrement aux composants soumis au dommage par fatigue. Nous indiquons la signification mécanique de la fonction de transfert des SVA. Ensuite, nous appliquons les modèles SVA paramétrique et non paramétrique selon un plan d'essai avec endommagement accéléré préalable et nous en déduisons la loi de fiabilité en conditions nominales.

2. Modèle standard de vie accélérée

Nous allons présenter le modèle standard de vie accélérée (SVA) basé sur la définition d'une fonction de transfert qui a été décrite par Bagdonavicius et Nikulin [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Supposons que l'on ait des systèmes très fiables ne permettant pas d'observer des défaillances pendant un temps t donné d'essai. Pour permettre la construction d'une loi de fiabilité, il est nécessaire de procéder par des Essais Accélérés au cours desquels les systèmes subissent des stress supérieurs à ceux qu'ils supportent dans les conditions normales d'utilisation.

Dans le cas général, les stress s peuvent évoluer en fonction du temps et peuvent être multidimensionnels (combinaison de plusieurs stress). Dans le cas unidimensionnel, on a :

$$s = s(\tau), \tau \geq 0 \text{ où } s \in [0, \infty[$$

Supposons que la durée de vie $T_{s(\cdot)}$ d'un produit sous le stress **constant** $s(\cdot)$ soit une variable aléatoire de fonction de survie :

$$R_{s(\cdot)}(t) = Prob(T_{s(\cdot)} > t), \quad t \geq 0 \tag{1}$$

Soit R_{s_0} la fiabilité sous le stress usuel : $s_0 \in \varepsilon_0 \subset \varepsilon$ (ε Ensemble de stress), $R_{s_0}^{-1}$ sa fonction inverse.

La *fonction de transfert* est définie par :

$$f : [0, +\infty[\times \varepsilon \longrightarrow [0, +\infty[\\ (t, s(\cdot)) \longrightarrow f(t, s(\cdot)) = (R_{s_0}^{-1} \circ R_{s(\cdot)})(t) \tag{2}$$

Cette fonction permet d'évaluer la fiabilité d'un produit, sous des stress expérimentalement indisponibles, à partir de la fiabilité du même produit sous des conditions particulières d'utilisation.

La définition de f peut être traduite par l'équation suivante :

$$P(T_{s_0} \geq f_{s(\cdot)}(t)) = Prob(T_{s(\cdot)} \geq t) \tag{3}$$

$f_{s(\cdot)}(t)$ est appelée ressource utilisée sous le stress $s(\cdot)$ jusqu'à l'instant t .

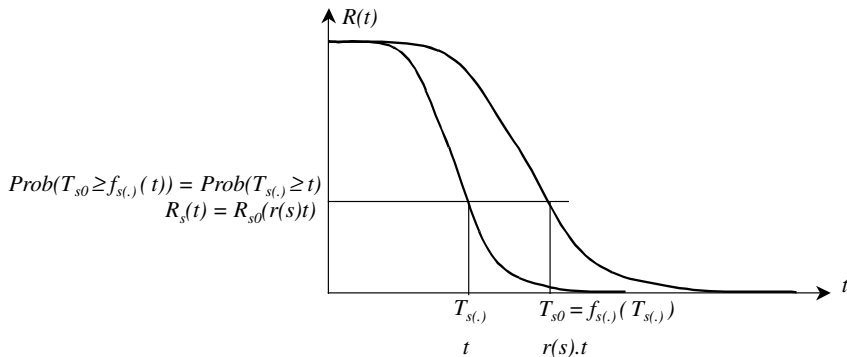


FIGURE 2
Définition de la fonction de transfert

Le modèle statistique de vie accélérée est défini sur ε s'il existe une fonction $r : \varepsilon \longrightarrow R^+$ telle que pour tout $s(\cdot) \in \varepsilon$:

$$\frac{d}{dt} f_{s(\cdot)}(t) = r[s(t)] \quad (4)$$

L'équation (4) implique :

$$R_{s(\cdot)}(t) = R_{s_0} \left(\int_0^t r[s(\tau)] d\tau \right) \quad (5)$$

Dans le cas où $s(t)$ est constant l'équation (5) devient :

$$R_s(t) = R_{s_0}(r(s).t) \quad (6)$$

On note que $r(s_0) = 1$.

Considérons un plan d'essai classique consistant à utiliser plusieurs niveaux de stress constant $s_1, s_2, \dots, s_k : s_1 < s_2 < \dots < s_k$ et s_0 ($s_0 < s_1$) le stress usuel qui ne sera pas utilisé. Si la fonction r est complètement inconnue alors la fonction de fiabilité R_{s_0} ne peut être déterminée. Donc, il est nécessaire de choisir r dans une certaine classe de fonctions. Nikulin et Bagdonavicius considèrent une forme exponentielle. Si l'équation (6) est vérifiée sur un ensemble de stress ε , alors pour tous $s_1, s_2 \in \varepsilon$:

$$R_{s_2}(t) = R_{s_1}(\rho(s_1, s_2)t) \quad (7)$$

Où $\rho(s_1, s_2) = r(s_2)/r(s_1)$.

Supposons dans un premier temps que le stress $s \in \varepsilon_0 \subset \mathbb{R}$ soit unidimensionnel. Le taux de changement d'échelle est déterminé par la dérivée :

$$\delta(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\rho(s, s + \Delta s) - \rho(s, s)}{\Delta s} = \frac{d \log(r(s))}{ds} \quad (8)$$

Donc pour tout $s \in \varepsilon$

$$r(s) = e^{\int_{s_0}^s \delta(v) dv} \quad (9)$$

Supposons que $\delta(s)$ soit proportionnelle à une fonction connue $u(s)$ du stress :

$$\delta(s) = \beta_1 u(s), \beta_1 > 0 \quad (10)$$

Alors

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 z(s)} \quad (11)$$

où $z(s)$ est une fonction primitive de $u(s)$, β_0 et β_1 sont des paramètres inconnus.

Par exemple, si on considère $\delta(s) = \beta_1/s$ alors on obtient le modèle de puissance inverse :

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(s)} = \alpha s^{\beta_1} \quad (12)$$

avec $\alpha = e^{\beta_0}$.

Ce modèle est appliqué dans le cas de système soumis au phénomène mécanique de fatigue.

Ainsi, les expressions (5) et (6) s'écrivent :

$$R_{s(\cdot)}(t) = R_{s0} \left(\int_0^t e^{\beta^T z(\tau)} d\tau \right) \quad (13)$$

ou

$$R_s(t) = R_{s0} \left(e^{\beta^T z} \cdot t \right) \quad (14)$$

Où $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_m)^T$ est le vecteur de paramètres et $z(t) = (z_0(t), \dots, z_m(t))$ le vecteur de primitives (avec $z_0 = 1$) de u_1, \dots, u_m , avec $\delta(s) = \beta_1 u_1(s) + \dots + \beta_m u_m(s)$.

Dans les paragraphes suivants, nous allons préciser l'application des modèles SVA à la mécanique et plus particulièrement aux systèmes soumis à l'endommagement par fatigue.

3. Application des modèles SVA à la mécanique

3.1. Introduction

Les modèles SVA peuvent s'appliquer à plusieurs domaines comme celui du vivant (sciences médicales), de l'électronique, ... et de la mécanique. Ce qui différencie les diverses applications ce sont les lois de fiabilité utilisées, les stress employés pour sévérer les essais et la nature de la fonction r des modèles (13) et (14).

Ainsi, en mécanique il est courant de définir la loi de fiabilité par une distribution de type Weibull, Log-normale ou Birnbaum-Saunders qui caractérisent correctement les durées de vie des systèmes soumis à des dégradations mécaniques [21, 24]. La défaillance constatée est bien souvent une rupture de pièces mais les mécanismes d'endommagement sous jacent peuvent être de nature totalement différente. Cela dépend essentiellement des conditions d'utilisation du système et des stress qui y seront appliqués. En effet, la combinaison de la température, la corrosion, un chargement cyclique, ... agit différemment selon le niveau de chacun des stress en provoquant des mécanismes de dégradation différents (fluage, fatigue-corrosion, fatigue, ...). Aussi, les mécaniciens ont l'habitude de définir des modèles de dégradation en fonction des stress prépondérants pour caractériser la durée de vie des systèmes. Nous proposons dans la suite de l'article d'appliquer les modèles SVA à la mécanique en intégrant les spécificités de la mécanique. À titre d'illustration, nous prendrons comme exemple d'application l'endommagement par fatigue.

3.2. Rappel sur l'endommagement par fatigue

3.2.1. Description de l'endommagement par fatigue

On appelle *dommage par fatigue* la modification des caractéristiques d'un matériau, tenant essentiellement à la formation de fissures (Figure 3.a) et résultant de l'application de cycles de contrainte (chargement cyclique de la contrainte σ , voir Figure 3.b) conduisant à une rupture [8, 10, 15, 18, 26].

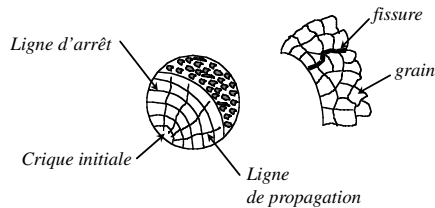


FIGURE 3a
Propagation de la fissuration

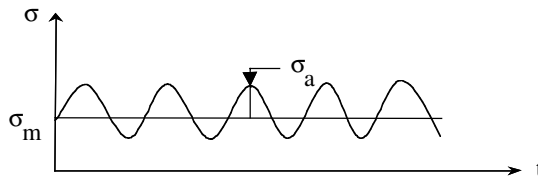


FIGURE 3b
Cycle de contrainte

Une pièce soumise, dans des conditions bien précises, à une contrainte, dont les valeurs extrêmes sont $\pm\sigma_a$ se rompra au bout d'un nombre de cycles N . La courbe qui donne la variation de la contrainte appliquée σ_a en fonction du nombre de cycles à la rupture N est appelée courbe de fatigue ou courbe de Wöhler (Figure 4). La courbe partage le plan en deux régions : une région située au-dessus de la courbe dans laquelle les pièces sont rompues, et une région située en dessous dans laquelle il n'y a pas de ruptures. La courbe de Wöhler peut être décomposée en 3 domaines de fatigue : oligocyclique, limitée et illimitée.

Le dimensionnement de pièces soumises à la fatigue s'effectue en considérant la limite d'endurance $\sigma_D(N)$ caractérisée par l'amplitude de la contrainte à ne pas dépasser pour éviter une rupture avant un temps donné (nombre N de cycles) correspondant à la durée de vie.

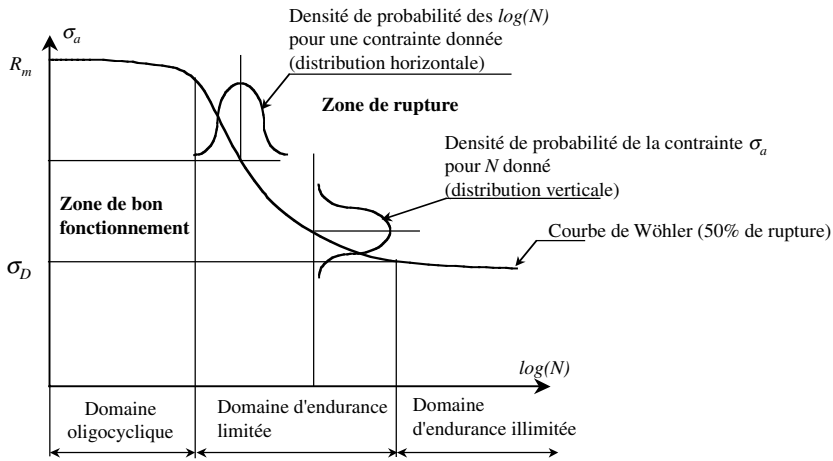


FIGURE 4
Courbe de Wöhler

La courbe de Wöhler d'un matériau est tracée en soumettant successivement un échantillon d'éprouvettes à des contraintes cycliques de différentes amplitudes. L'expérience montre qu'il y a une dispersion importante des durées de vie. On montre ainsi qu'en fixant la contrainte d'amplitude on obtient une distribution normale des $\log(N)$ dans le domaine de fatigue limitée et en fixant le nombre de cycles, la contrainte d'amplitude suit une loi normale [8, 16, 26].

Dans la littérature [16], on trouve de nombreux modèles caractérisant en partie ou complètement la courbe de Wöhler. Nous pouvons citer :

TABLEAU 1
Modèles usuels de la courbe de Wöhler

Nom de modèle	Domaines modélisés	équation
Basquin	endurance limitée	$N\sigma_a^k = A$
Strömeyer	endurances limitée et illimitée	$\sigma_a = \sigma_D + \left(\frac{A}{N}\right)^B$
Bastenaire	Fatigue oligocyclique, endurances limitée et illimitée	$(N + B)(\sigma_a - \sigma_D)e^{A(\sigma_a - \sigma_D)} = C$

Nota : A , B , C et k sont des paramètres dépendant du matériau et des conditions d'essai.

3.2.2. Facteurs influençant la tenue en fatigue

De nombreux facteurs affectent les résultats d'une courbe de fatigue [16, 17, 25]. Le plus significatif est sans doute l'état de surface. En effet, la rupture de fatigue a toujours pour origine l'existence d'une fissure et on a constaté que la plupart des fissures de fatigue commençaient à la surface de l'échantillon. Par conséquent, les rayures d'usinage ou de polissage diminuent la limite de fatigue : une surface rugueuse peut abaisser la résistance à la fatigue de 15 à 20 %.

Un autre facteur modifiant la limite de fatigue est la superposition à la contrainte alternée d'une contrainte moyenne σ_m constante (voir figure 3.b). Les diagrammes d'endurance (d'abscisse σ_m et d'ordonnée σ_a , voir figure 5) permettent de prendre en compte les contraintes pour lesquelles σ_m est différente de zéro et sont issues des courbes de Wöhler. Une bonne approximation des points expérimentaux est la droite de Goodman-Smith :

$$\sigma_a = \sigma_D \left[1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right] \quad (15)$$

où R_m représente la limite à la rupture

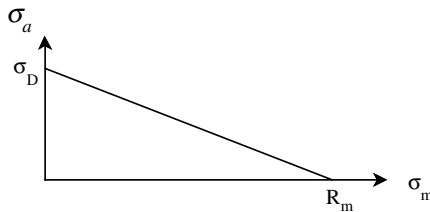


FIGURE 5
Diagramme d'endurance de Goodman-Smith

La fréquence des contraintes cycliques a relativement peu d'influence sur la limite de fatigue. Les phénomènes de corrosion ou une élévation de la température peuvent également diminuer de façon très importante la limite de fatigue d'un matériau. Ainsi, on trouve des courbes d'évolution des caractéristiques matériaux en fonction de la température T (Figures 6).

Enfin, d'une façon générale, les impuretés internes ou superficielles, les hétérogénéités locales, les gros grains et les tensions internes abaissent la résistance à la fatigue. Ainsi, dans la problématique des essais accélérés, nous utiliserons ces facteurs influents pour sévérer les conditions d'essai.

3.2.3. Cumul du dommage par fatigue

Toute pièce soumise à des contraintes cycliques subit une altération de ses propriétés mécaniques. Selon le niveau de contrainte et le nombre de cycles effectués, cette altération est partielle ou totale par la rupture de la pièce [16, 17].

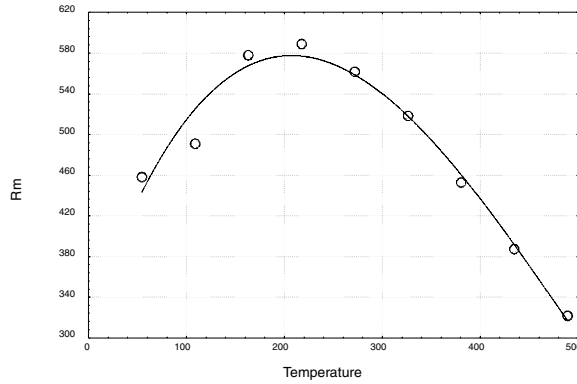


FIGURE 6a

Exemple de diagramme d'évolution de la limite de rupture R_m selon la température en °C [8]

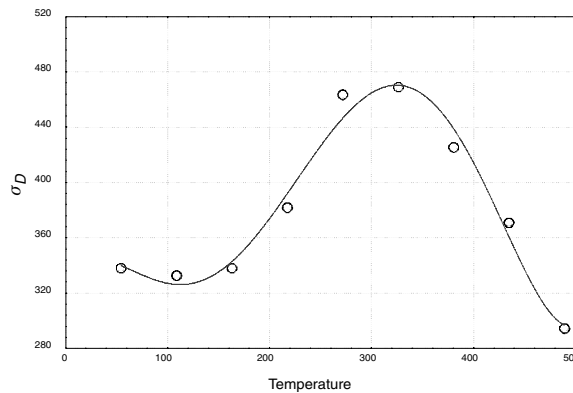


FIGURE 6b

Exemple de diagramme d'évolution de la limite d'endurance σ_D selon la température en °C [8]

Ainsi, on définit un critère d'endommagement D (voir figure 7) représentant le degré de dommage subi par la pièce variant de 0 % (à la mise en service) à 100 % (correspondant à l'endommagement critique D_R au moment de la rupture). Il existe de nombreuses lois de cumul d'endommagement mais la plus utilisée est celle de Miner.

Cette loi définit le dommage emmagasiné par la pièce à chaque cycle dépendant uniquement du niveau de contrainte σ . Pour n cycles, on appelle dommage partiel d

au niveau de contrainte σ :

$$d = \frac{n}{N} \quad (16)$$

où N représente le nombre de cycles à rupture (voir figure 7) au niveau de contrainte σ .

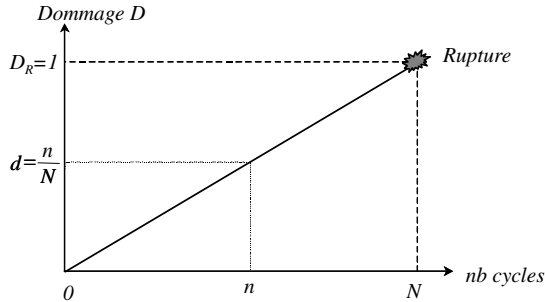


FIGURE 7
Évolution du dommage jusqu'à rupture

Les dommages partiels d_i s'additionnent linéairement. Si on applique sur une pièce k contraintes σ_i pendant n_i cycles, le dommage cumulé D s'écrit :

$$D = \sum_{i=1}^k d_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} \quad (17)$$

La figure 8 montre une application du cumul d'endommagement à la fatigue en considérant la courbe de Wöhler.

Dans le cas de la fatigue, on montre bien que le nombre de cycles à rupture est une variable aléatoire caractérisée par une loi normale (pour les $\log(N)$). Ainsi, le dommage critique D_R (voir figure 7), dépendant du nombre de cycles à rupture, est une variable aléatoire qui suit une loi normale (dans le cas de son application à la fatigue limitée) de moyenne 0,98 et d'écart type 0,3 [11, 16].

3.3. Étude des SVA en mécanique

En considérant l'application des SVA à la fatigue, la fonction de fiabilité $R_{s0}(n)$, avec n représentant le nombre de cycles, est définie par une loi log-normale :

$$R_{s0}(n) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{n}{\eta} \right)^\nu \right) \right) \quad (18)$$

avec ϕ la fonction de répartition de la loi normale standard.

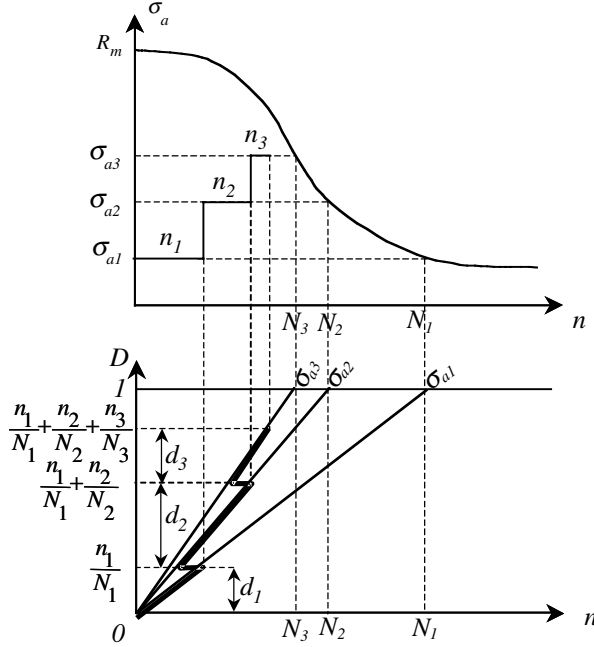


FIGURE 8

Cumul d'endommagement appliqué à la fatigue

Alors, pour un stress constant s , la loi de fiabilité, définie par la relation (14), s'écrit compte tenu de (6) :

$$\begin{aligned}
 R_s(n) &= 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{r(s).n}{\eta} \right)^\nu \right) \right) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{e^{\beta^T z}.n}{\eta} \right)^\nu \right) \right) \\
 &= 1 - \phi \left(\frac{\log(n) - \gamma^T z}{\sigma} \right)
 \end{aligned} \tag{19}$$

où $\gamma = (\gamma_0, \dots, \gamma_m)$, $\gamma_0 = \log(\eta) - \beta_0$, $\gamma_i = -\beta_i$, $\nu = 1/\sigma$ et $t = n$.

Rappelons que le modèle SVA est vérifié s'il existe une fonction r telle que :

$$\frac{d}{dt} f_{s(\cdot)}(t) = r[s(t)] \tag{20}$$

La fonction r représente physiquement le taux d'accroissement de la vitesse de dégradation. Dans le cas de la fatigue, cette fonction peut être déduite de l'endommagement.

Ainsi, considérons un test de 2 pièces à des niveaux de contraintes d'amplitude différents σ_{a0} et σ_{a1} de telle manière qu'à l'issue de celui-ci elles soient endommagées

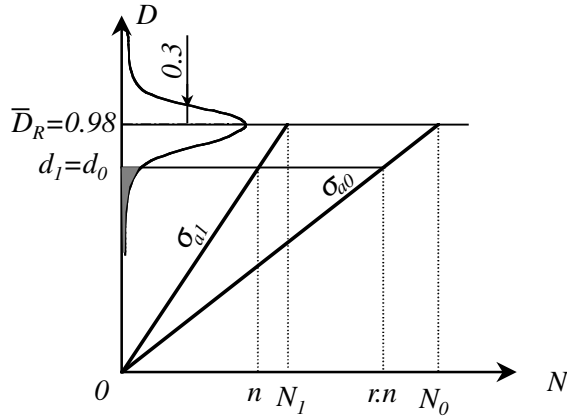


FIGURE 9

Fonction de transfert dans le cas de la fatigue

identiquement (respectivement d_0 et d_1 , voir figure 9). Pour respecter l'équivalence d'endommagement partiel ($d_1 = d_0$), la fonction r doit vérifier :

$$\frac{n}{N_1} = \frac{r \cdot n}{N_0} \quad (21)$$

avec : N_0 et N_1 les nombres de cycles à rupture aux niveaux de contrainte σ_{a0} et σ_{a1} ; d'où

$$r = \frac{N_0}{N_1} \quad (22)$$

Si on considère le modèle de Basquin pour caractériser la courbe de Wöhler, l'endommagement partiel $d(\sigma_a)$ s'écrit :

$$d(\sigma_a) = \frac{n}{N} = \frac{n}{A(\sigma_a)^{-k}} \quad (23)$$

d'où la vitesse d'endommagement définie par

$$\dot{d}(\sigma_a) = \frac{d}{dn} d(\sigma_a) = \frac{1}{A} (\sigma_a)^k \quad (24)$$

Ainsi, la relation (22) s'écrit :

$$r(\sigma_{a1}) = \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a0}} \right)^k = \frac{\dot{d}(\sigma_{a1})}{\dot{d}(\sigma_{a0})} \quad (25)$$

Pour faire l'analogie avec ce qu'exprime Nikulin à propos de r , nous pouvons dire que ce terme correspond au taux d'accroissement de la vitesse d'endommagement sous conditions accélérées par rapport aux conditions nominales.

Ainsi, la loi de fiabilité $R_{\sigma_{a1}}(n)$, définie par la relation (19), s'écrit :

$$R_{\sigma_{a1}}(n) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{r(\sigma_{a1}) \cdot n}{N_0} \right)^\nu \right) \right) = 1 - \phi \left(\log \left(\left(\frac{n}{N_1} \right)^\nu \right) \right) \quad (26)$$

avec $\eta = N_1$ représentant le nombre de cycles moyen à rupture sous la contrainte σ_{a1} .

3.4. Définition d'un modèle de simulation

Dans la suite de l'article, nous allons appliquer les SVA à la fatigue dans le domaine d'endurance limitée (voir figure 4). Pour ce faire, nous avons besoin de simuler des résultats d'essai de fatigue et nous proposons de développer un modèle simplifié de simulation de fatigue. Celui-ci dépendra de 3 stress de sévérisation couramment utilisés : la température, la contrainte d'amplitude σ_a et la contrainte moyenne σ_m .

Le modèle proposé est basé sur celui de Basquin représenté en échelle bi-logarithmique par une droite permettant une construction simplifiée de la courbe de Wöhler à partir de 2 points caractéristiques [8, 26] :

TABLEAU 2
Points caractéristiques de la courbe de Wöhler

Pour les aciers	Pour $N = 10^3$ on a $\sigma_a = 0,95R_m$	Pour $N = 10^7$ on a $\sigma_a = \sigma_D$ (données à recueillir dans les bases de données)
-----------------	---	--

Ainsi, connaissant 2 points de la courbe, on peut déduire les paramètres du modèle de Basquin.

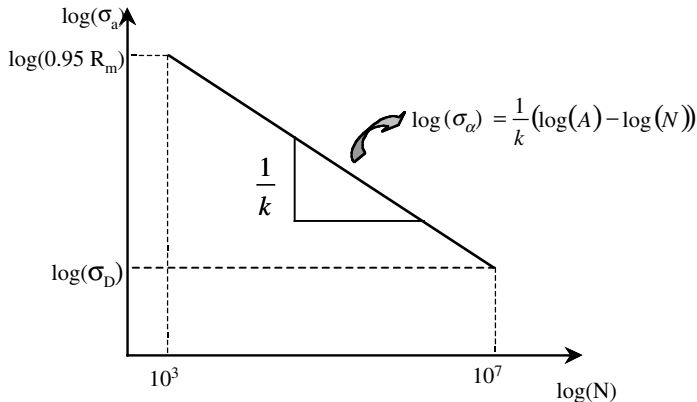


FIGURE 10
Construction simplifiée de la courbe de Wöhler à partir du modèle de Basquin

Ainsi, cette représentation permet, par exemple pour les aciers, de déterminer le nombre de cycles d'endurance N pour une amplitude de contrainte σ_a choisie :

$$N = 1000 \left[\frac{0.95R_m}{\sigma_a} \right] \left(\frac{4}{\log_{10} \left(\frac{0.95R_m}{\sigma_D} \right)} \right) \quad (27)$$

Pour pouvoir intégrer la température dans le modèle, il faut que celle-ci soit inférieure au tiers de la température de fusion du métal afin d'éviter les phénomènes de fluage [17].

La limite d'endurance varie selon la température mais également en fonction du profil de mission et plus précisément avec la contrainte moyenne. Ainsi, pour sévérer les essais nous augmentons la contrainte moyenne σ_m , la contrainte d'amplitude σ_a et la fréquence (voir Figure 11).

Cette élévation a pour effet de diminuer la limite d'endurance σ_D . Il est indispensable que les ruptures dans les conditions sévérées soient obtenues pour des nombres de cycles supérieurs à 10^3 cycles (pour des raisons de validité de modèle).

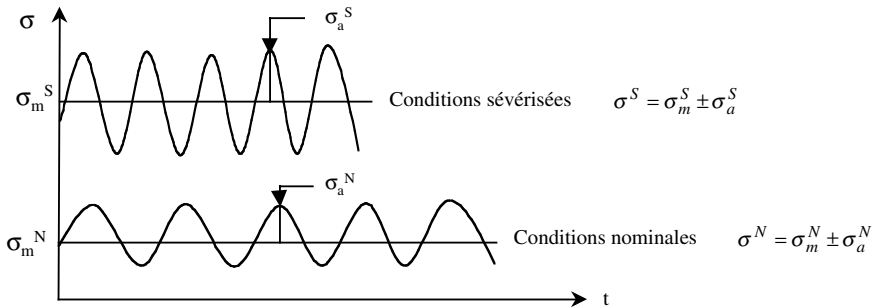


FIGURE 11
Sévérification du cycle de contrainte

Ainsi, nous obtenons le modèle de simulation suivant permettant d'appliquer les modèles SVA à la fatigue :

$$N(\sigma_a, \sigma_m, T) = 1000 \left[\frac{(0.95R_m(T)) - \sigma_m}{\sigma_a} \right] \left(\frac{4}{\log_{10} \left(\frac{0.95R_m(T)}{\sigma_{D(T, \sigma_m)}} \right)} \right) \quad (28)$$

avec

$$- R_m(T) = 5.69179e-6 * T^3 - 8.42136e-3 * T^2 + 2.75626 * T + 3.17359e2$$

$$-\sigma_D(T) = -3.7827e - 12 * T^6 + 6.5324e - 9 * T^5 - 4.3603e - 6 * T^4 + 1.3970e - 3 * T^3 - 2.1832e - 1 * T^2 + 15.513 * T - 49.697$$

(ces 2 relations sont tirées des diagrammes figure 6)

$$-\sigma_D(T, \sigma_m) = \sigma_D \left[1 - \frac{\sigma_m}{R_m(T)} \right]$$

(cette relation est tirée de la relation (15) correspondant à la droite de Goodman-Smith [16])

L'aspect statistique de la courbe de Wöhler sera défini en considérant un écart-type constant de la loi normale des $\log(N)$ sur le domaine de fatigue limitée. Lalanne [16] propose de considérer la valeur 0.2 pour les aciers.

3.5. Plan d'essai accéléré prédictif

3.5.1. Définition du plan d'essai

Ce plan consiste à déterminer les paramètres de la fonction $r(s)$ à partir de résultats d'essais effectués uniquement dans des conditions sévériées et de déduire par régression la loi de fiabilité en conditions nominales (Figure 11). Ainsi, on réalise des essais dans les conditions sévériées s_1, s_2, \dots, s_n et on déduit les paramètres β du modèle (14) permettant de caractériser la loi de fiabilité $R_{s0}(t)$. Toutefois, ce type de plan d'essai par régression nécessite une bonne connaissance de la fonction $r(s)$ ce qui n'est pas toujours évident surtout dans les cas où de nombreuses variables sont utilisées pour sévériser les essais. Par conséquent, cela impose de réaliser des essais avec différentes combinaisons de niveaux de stress afin d'estimer les paramètres de $r(s)$. De plus, les niveaux de stress retenus pour réaliser les essais sont relativement élevés par rapport aux conditions nominales et les différentes estimations sont entachées d'incertitude. Cela provoque par régression une plus grande incertitude sur l'estimation de la loi de fiabilité dans les conditions nominales (voir figure 12).

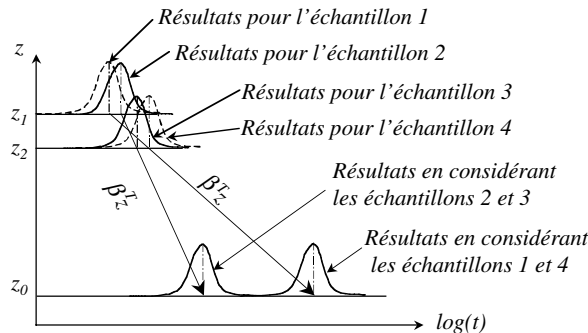


FIGURE 12
Exemple de propagation d'incertitude

Aussi, nous proposons d'utiliser un plan d'essai avec endommagement préalable accéléré.

3.6. Plan d'essai avec endommagement préalable accéléré

3.6.1. Définition du plan d'essai

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré les difficultés de mener un essai accéléré par régression à l'aide des modèles classiques. Nikulin présente une alternative en partant du principe que pour les systèmes hautement fiables la plupart des défaillances se produiront après un nombre de cycles N_2 importants. Il propose de procéder par un essai avec 2 groupes de composants. Le premier groupe sera testé sous un stress sévéré s_1 et le deuxième sous un stress échelonné : sous le stress s_1 jusqu'au nombre de cycles $N_1 < N_2$ et sous stress nominal s_0 . Les pièces soumises au stress s_1 emmagasineront beaucoup d'endommagement jusqu'au nombre de cycles N_1 permettant d'obtenir des défaillances dans l'intervalle $[N_1, N_2]$.

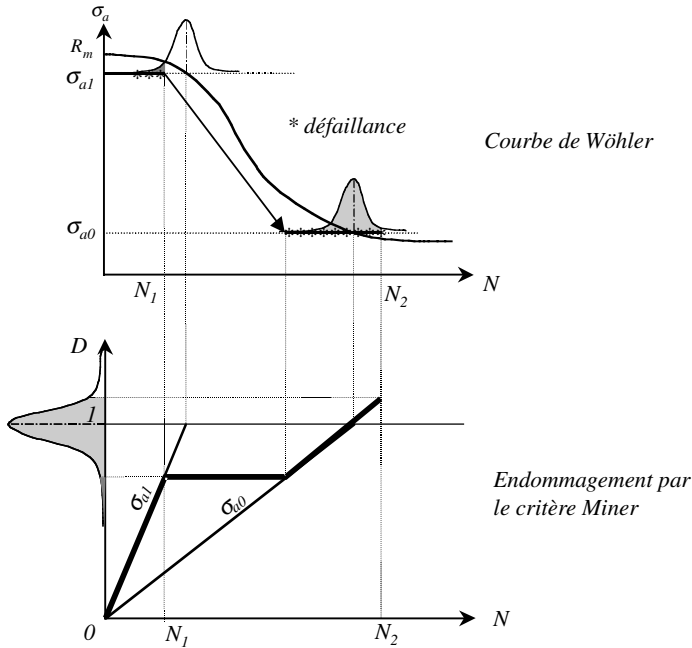


FIGURE 13

Définition du plan d'essai avec endommagement préalable

Dans ce plan d'essai, il n'est pas nécessaire de paramétrer la fonction $r(s)$. Si le premier échantillon est testé sous le stress s_1 et le deuxième selon le profil de stress suivant :

$$s_2(\eta) = \begin{cases} s_1 & \text{si } 0 \leq \eta \leq \log(N_1) \\ s_0 & \text{si } \log(N_1) \leq \eta \leq \log(N_2) \end{cases}$$

Alors le modèle (14) implique que

$$R_{s_1}(\eta) = R_{S_0}(r\eta) \tag{29}$$

et

$$R_{s_2}(\eta) = \begin{cases} R_{s_0}(r\eta) & 0 \leq \eta \leq \log(N_1) \\ R_{s_0}(r \log(N_1) + \eta - \log(N_1)) & \log(N_1) \leq \eta \leq \log(N_2) \end{cases} \tag{30}$$

La figure suivante illustre la méthode (avec $f_{s_1} = -R'_{s_1}$, $f_{s_2} = -R'_{s_2}$ et $f_{s_0} = -R'_{s_0}$).

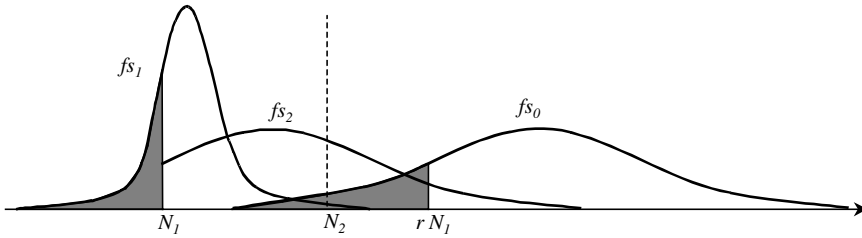


FIGURE 14
Définition du plan d'essai

Les 2 paragraphes suivants présentent l'application de ce plan d'essai, proposé par Bagdonavicius et Nikulin [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7], dans les cas :

- paramétrique
- non paramétrique

3.6.2. Application du modèle SVA paramétrique

Le premier échantillon de taille n_1 est testé sous stress sévéré s_1 et on obtient les nombres de cycles à rupture aux instants : N_{11}, \dots, N_{1n_1} . Le deuxième échantillon, de taille n_2 , est testé sous le stress échelonné suivant :

$$s_2(\eta) = \begin{cases} s_1 & \text{si } 0 \leq \eta \leq \log(N_1) \\ s_0 & \text{si } \log(N_1) \leq \eta \leq \log(N_2) \end{cases}$$

Nous obtenons un échantillon censuré des nombres de cycles à rupture N_{21}, \dots, N_{2m_2} (avec $m_2 \leq n_2$) dont k_2 défaillances sous le stress s_1 , $m_2 - k_2$ défaillances sous le stress s_0 et $n_2 - m_2$ systèmes survivants à l'issue de N_2 cycles.

Supposons que les $\log(N)$ suivent une loi normale :

$$R_{s_0}(\eta) = 1 - \phi\left(\frac{\eta - \mu}{\sigma}\right) \tag{31}$$

où

$\eta = \log(N)$ est une valeur observée de la variable aléatoire $\log(N)$

ϕ représente la fonction de répartition de la loi normale standard

μ la moyenne

σ l'écart type

Donc le modèle (14) peut être écrit :

$$R_{s_0}(\eta) = R_{s_0}(r \cdot \eta) = 1 - \phi\left(\frac{r \cdot \eta - \mu}{\sigma}\right) \quad (32)$$

Ainsi, on obtient

$$R_{s_1}(\eta) = 1 - \phi\left(\frac{r \cdot \eta - \mu}{\sigma}\right) \quad (33)$$

$$R_{s_2}(\eta) = 1 - \phi\left(\frac{r \cdot \log(N_1) + \eta - \log(N_1) - \mu}{\sigma}\right) \quad (34)$$

La vraisemblance est définie par :

$$\begin{aligned} L(r, \mu, \sigma) &= \prod_{i=1}^{n_1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r \cdot \log(N_{1i}) - \mu}{\sigma}\right)^2} \\ &\times \prod_{j=1}^{k_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r \cdot \log(N_{2j}) - \mu}{\sigma}\right)^2} \\ &\times \prod_{l=k_2+1}^{m_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r \cdot \log(N_1) + \log(N_{2l}) - \log(N_1) - \mu}{\sigma}\right)^2} \\ &\times \left(1 - \phi\left(\frac{r \cdot \log(N_1) + \log(N_2) - \log(N_1) - \mu}{\sigma}\right)\right)^{n_2 - m_2} \end{aligned} \quad (35)$$

Par le maximum de vraisemblance, nous déduisons des estimateurs de \hat{r} , $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}$ permettant de définir la loi de fiabilité dans les conditions nominales :

$$R_{s_0}(\eta) = 1 - \phi\left(\frac{\eta - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right) \quad \text{avec } \eta > 0 \quad (36)$$

3.6.3. Application du modèle SVA non paramétrique

Ce dernier cas consiste à ne faire aucune hypothèse de loi de fiabilité. Pour cela, on construit la loi de fiabilité à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier.

Le premier échantillon de taille n_1 est testé sous stress sévéré s_1 et on obtient les nombres de cycles à rupture aux instants : N_{11}, \dots, N_{1n_1} . Le deuxième échantillon, de taille n_2 , est testé sous le stress s_1 jusqu'au nombre de cycles N_1 et ensuite sous le stress s_0 jusqu'à N_2 . Ainsi, nous obtenons un échantillon censuré des nombres de cycles à rupture N_{21}, \dots, N_{2m_2} (avec $m_2 \leq n_2$) dont k_2 défaillances sous le stress s_1 , $m_2 - k_2$ défaillances sous le stress s_0 et $n_2 - m_2$ systèmes survivants à l'issue de N_2 cycles.

Le modèle (14) implique que

$$R_{s_1}(\eta) = R_{s_0}(r \cdot \eta)$$

et

$$\begin{cases} R_{s_2}(\eta) = R_{s_0}(r \cdot \eta) & \eta \leq \log(N_1) \\ R_{s_2}(\eta) = R_{s_0}(r \cdot \log(N_1) + \eta - \log(N_1)) & \eta \geq \log(N_1) \end{cases}$$

avec η représentant l'instant en échelle logarithmique.

Les nombres de cycles $r \cdot N_{2i}$ et $r \cdot N_{1i}$ peuvent être interprétés comme des moments de défaillance obtenus dans un essai pendant lequel $n_1 + n_2$ systèmes de fonction de fiabilité R_{s_0} ont été observés, $r \cdot N_2$ correspondant à l'instant où ont lieu les $n_2 - m_2$ censures du second échantillon (sous la loi R_{s_0}).

Notons :

- $K_1(l)$ le nombre de défaillances observées du premier échantillon dans l'intervalle $[0, l]$,
- $K_2(l)$ le nombre de défaillances observées du deuxième échantillon dans l'intervalle $[0, l]$,
- $S_1(l)$ le nombre de survivants du premier échantillon avant l'instant l .
- $S_2(l)$ le nombre de survivants du deuxième échantillon avant l'instant l (y compris les $n_2 - m_2$ systèmes censurés).

Soit le nombre total de défaillances dans l'intervalle $[0, \eta]$ (η représentant toujours l'instant en échelle logarithmique) :

$$\begin{cases} K(\eta) = K_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + K_2\left(\frac{\eta}{r}\right) & \eta \leq \log(N_1) \\ K(\eta) = K_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + K_2(\log(N_1) + \eta - r \cdot \log(N_1)) & \eta > \log(N_1) \end{cases} \quad (37)$$

et le nombre total de survivants avant l'instant η :

$$\begin{cases} S(\eta) = S_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + S_2\left(\frac{\eta}{r}\right) & \eta \leq \log(N_1) \\ S(\eta) = S_1\left(\frac{\eta}{r}\right) + S_2(\log(N_1) + \eta - r \cdot \log(N_1)) & \eta > \log(N_1) \end{cases} \quad (38)$$

La loi de fiabilité peut être construite par l'estimateur de Kaplan-Meier :

$$R_{s_0}(x, r) = \prod_{\eta \leq x} \left(1 - \frac{\Delta K(\eta)}{S(\eta)} \right) \quad (39)$$

où $\Delta K(\eta) = K(\eta) - K(\eta-)$

La fonction de vraisemblance est définie par :

$$\begin{aligned} L(r) = & \prod_{i=1}^{n_1} \left[R_{s_0}([r \cdot \log(N_{1i})]-, r) - R_{s_0}(r \cdot \log(N_{1i}), r) \right] \\ & \prod_{j=1}^{k_2} \left[R_{s_0}([r \cdot \log(N_{2j})]-, r) - R_{s_0}(r \cdot \log(N_{2j}), r) \right] \\ & \prod_{l=k_2+1}^{m_2} \left[R_{s_0}([r \cdot \log(N_1) + \log(N_{2l}) - \log(N_1)]-, r) \right. \\ & \quad \left. - R_{s_0}([r \cdot \log(N_1) + \log(N_{2l}) - \log(N_1)], r) \right] \\ & \left[R_{s_0}([r \cdot \log(N_1) + \log(N_2) - \log(N_1)], r) \right]^{n_2 - m_2} \end{aligned} \quad (40)$$

en approximant la fonction densité $f_{s_0} = -R'_{s_0}$ inconnue par :

$$R_{s_0}(\eta-, r) - R_{s_0}(\eta, r) \quad (41)$$

Par le maximum de vraisemblance, nous obtenons une estimation de \hat{r} permettant de construire la loi de fiabilité dans les conditions nominales.

3.6.4. Exemple par simulation

Pour illustrer ce plan d'essai, nous allons considérer l'exemple d'une sévérisation par la température T et la contrainte d'amplitude σ_a . Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 3 permettant de tirer aléatoirement des nombres de cycles à rupture selon le modèle proposé dans le paragraphe 3.4.

TABLEAU 3
Paramètres de simulation

	température °C	Contrainte d'amplitude σ_a en MPa	Limite à la rupture R_m en MPa (valeur issue de la figure 6.a)	Limite d'endurance σ_b en MPa (valeur issue de la figure 6.b)	Moyenne \bar{N} tirée de l'équation (28)	$\mu = \log(\bar{N})$	Ecart-type σ proposé par Lalanne [16]
conditions nominales s_0	50	330	435	330	9,41E+06	6,97	0,2
conditions sévérisées s_1	200	450	577	368	9,59E+04	4,98	0,2

La simulation consiste à reproduire le plan d'essai étudié de la manière suivante :

- échantillon 1 : 20 valeurs de $\log(N_{1i})$ tirées selon la loi normale $\mathcal{N}(4, 98; 0, 2)$ caractéristique des conditions sévériées,
- échantillon 2 : 20 valeurs de $\log(N_{2i})$ tirées selon la loi normale $\mathcal{N}(4, 98; 0, 2)$ jusqu'à $\log(N_1) = 5$ et selon la loi $\mathcal{N}(6, 97; 0, 2)$ pour les suivantes.

À l'issue de la simulation, nous traitons les données en considérant les modèles paramétrique et non paramétrique :

1. pour le modèle paramétrique, la fonction de fiabilité est caractérisée par une loi normale, les estimateurs μ , σ et r sont évalués par le maximum de vraisemblance (eq (35))
2. pour le modèle non paramétrique, la loi de fiabilité dans les conditions nominales est construite à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier (eq (39)) et l'estimation de r est évaluée par le maximum de vraisemblance (eq (40)).

Cette simulation est répétée 50 fois permettant de calculer la moyenne et l'écart-type sur chacun des estimateurs (voir le tableau 4).

TABLEAU 4
Résultats des simulations

		Moyenne sur 50 simulations	Ecart-type sur 50 simulations
Estimation paramétrique	μ	6,9687	0,015
	σ	0,2136	0,0061
	r	1,4048	0,0142
Estimation non paramétrique	r	1,3885	0,0584

À la fin de chaque simulation, nous traçons la fonction de fiabilité $R_{s0}(\log(N))$ dans les conditions nominales dans les cas paramétrique (Figure 15) et non paramétrique (Figure 16).

Nous pouvons observer que les estimations par les 2 modèles sont correctes.

3.6.5. Exemple expérimental

Dans cet exemple (proposé par Vassiliou [22]), nous considérons un trombone (Figure 17.a). L'objectif est de définir la fiabilité, en fonction du nombre de cycles à rupture (phénomène de fatigue oligocyclique, voir Figure 4), du trombone sous déformation angulaire. Les conditions nominales sont supposées être une déformation angulaire de 45° (Figure 17.b). L'estimation de la fiabilité se fera en réalisant un essai accéléré sur 2 échantillons de taille 50. Le premier échantillon sera soumis à une déformation de 90° et le deuxième à 90° pendant 6 cycles et ensuite à une déformation de 45° jusqu'à rupture (Figure 17.c). Un troisième échantillon est testé uniquement sous une déformation de 45° servant de référence.

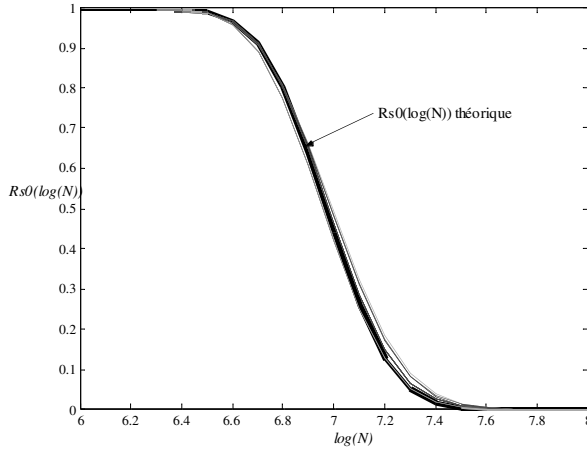


FIGURE 15

Exemple d'application du modèle paramétrique

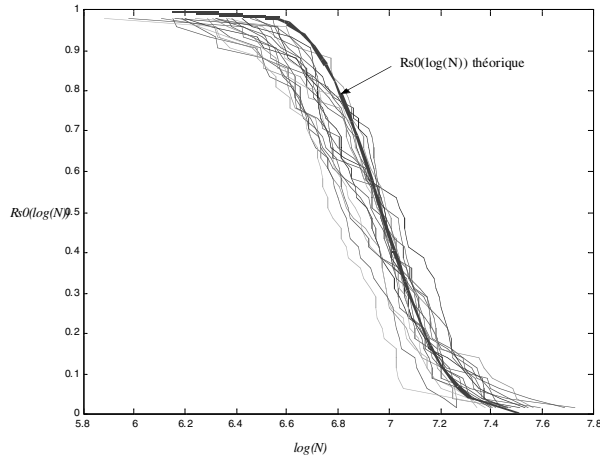


FIGURE 16

Exemple d'application du modèle non-paramétrique

Les nombres de cycles à rupture sont enregistrés sans censure (voir tableau 5) pour les 3 échantillons : $N-45^\circ$, $N-90^\circ$ et $N 90^\circ+45^\circ$.

Les valeurs en gras dans la colonne « $N 90^\circ+45^\circ$ » représentent les résultats obtenus sous les stress à 90° et les suivantes sous conditions nominales (45°) sans censure.

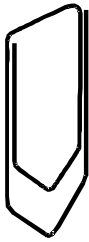


FIGURE 17a
Trombone

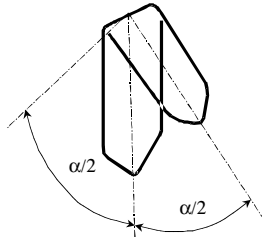


FIGURE 17b
Déformation du trombone

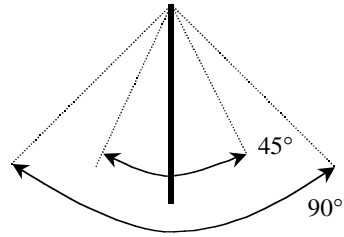


FIGURE 17c
Les 3 niveaux de déformation

Les résultats sont analysés en supposant une distribution normale des $\log(N)$. Ainsi, pour les deux séries d'essais (90° et 45°) sont tracées les droites d'Henry associées (Figure 18).

Les moyennes et écart types sont évalués pour les 2 premiers tests :

$$\mu^{(45^\circ)} = 2.4 \qquad \mu^{(90^\circ)} = 1.92$$

$$\sigma^{(45^\circ)} = 0.37 \qquad \sigma^{(90^\circ)} = 0.33$$

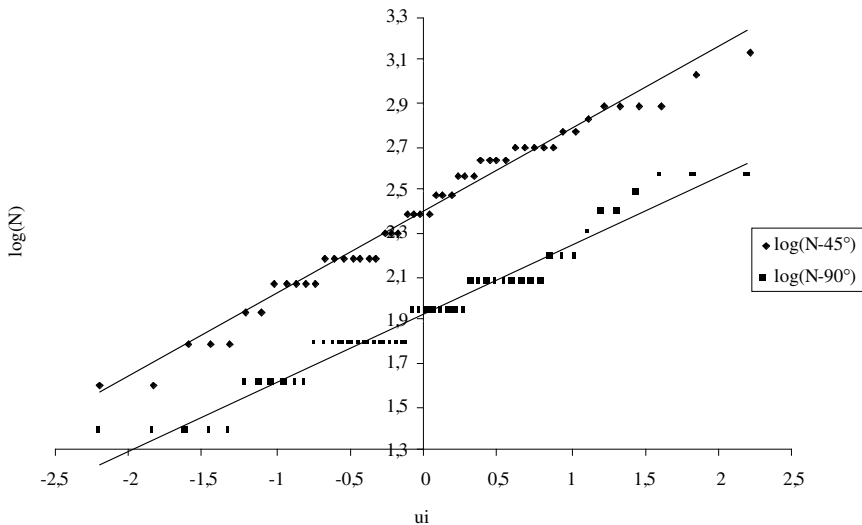


FIGURE 18
Les droites d'Henry

TABLEAU 5

Résultats expérimentaux

	N-45°	log(N-45°)	R ₀₁ (log(N-45°)) par Kaplan-Meier	N-90°	log(N-90°)	N 90°+45°	log(N 90°+45°)	
2 ruptures au 5 ^{ème} cycle	{	5	1,609	0,9861	4	1,386	4	1,386
		5	1,609	0,9663	4	1,386	4	1,386
3 ruptures au 6 ^{ème} cycle	{	6	1,792	0,9464	4	1,386	4	1,386
		6	1,792	0,9266	4	1,386	4	1,386
.	.	6	1,792	0,9067	4	1,386	4	1,386
		7	1,946	0,8869	5	1,609	4	1,386
.	.	7	1,946	0,8671	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,8472	5	1,609	5	1,609
Etc	.	8	2,079	0,8274	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,8075	5	1,609	5	1,609
.	.	8	2,079	0,7877	5	1,609	5	1,609
		8	2,079	0,7679	6	1,792	5	1,609
.	.	9	2,197	0,7480	6	1,792	6	1,792
		9	2,197	0,7282	6	1,792	6	1,792
.	.	9	2,197	0,7083	6	1,792	6	1,792
		9	2,197	0,6885	6	1,792	6	1,792
.	.	9	2,197	0,6687	6	1,792	7	1,946
		9	2,197	0,6488	6	1,792	8	2,079
.	.	9	2,197	0,6290	6	1,792	8	2,079
		10	2,303	0,6091	6	1,792	8	2,079
.	.	10	2,303	0,5893	6	1,792	8	2,079
		10	2,303	0,5694	6	1,792	9	2,197
.	.	11	2,398	0,5496	6	1,792	9	2,197
		11	2,398	0,5298	7	1,946	9	2,197
.	.	11	2,398	0,5099	7	1,946	9	2,197
		11	2,398	0,4901	7	1,946	10	2,303
.	.	12	2,485	0,4702	7	1,946	10	2,303
		12	2,485	0,4504	7	1,946	10	2,303
.	.	12	2,485	0,4306	7	1,946	10	2,303
		13	2,565	0,4107	7	1,946	11	2,398
.	.	13	2,565	0,3909	7	1,946	11	2,398
		13	2,565	0,3710	8	2,079	11	2,398
.	.	14	2,639	0,3512	8	2,079	11	2,398
		14	2,639	0,3313	8	2,079	12	2,485
.	.	14	2,639	0,3115	8	2,079	12	2,485
		14	2,639	0,2917	8	2,079	12	2,485
.	.	15	2,708	0,2718	8	2,079	12	2,485
		15	2,708	0,2520	8	2,079	12	2,485
.	.	15	2,708	0,2321	8	2,079	13	2,565
		15	2,708	0,2123	8	2,079	13	2,565
.	.	15	2,708	0,1925	9	2,197	13	2,565
		16	2,773	0,1726	9	2,197	14	2,639
.	.	16	2,773	0,1528	9	2,197	14	2,639
		17	2,833	0,1329	10	2,303	14	2,639
.	.	18	2,890	0,1131	11	2,398	15	2,708
		18	2,890	0,0933	11	2,398	15	2,708
.	.	18	2,890	0,0734	12	2,485	15	2,708
		18	2,890	0,0536	13	2,565	15	2,708
.	.	21	3,045	0,0337	13	2,565	16	2,773
		23	3,135	0,0139	13	2,565	18	2,890

Nous pouvons constater un parallélisme des droites d'Henry permettant de vérifier l'hypothèse écart type constant. Dans la suite, nous analysons les résultats d'essais accélérés par les modèles SVA suivants :

- paramétrique
- non paramétrique

a) Application du modèle SVA paramétrique

En considérant une loi normale pour caractériser la fonction de fiabilité, nous obtenons par le maximum de vraisemblance (eq (35)) les résultats suivants :

$$\hat{\mu} = 2,36$$

$$\hat{\sigma} = 0,385$$

$$\hat{\gamma} = 1,18$$

De ces résultats, il est possible de définir la loi de fiabilité dans les conditions nominales (figure 19).

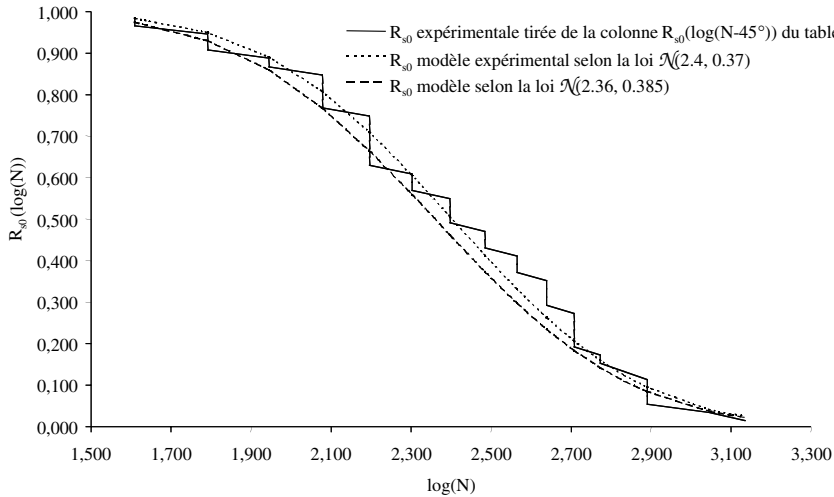


FIGURE 19
Fonction fiabilité par un modèle SVA paramétrique

b) Application d'un modèle SVA non paramétrique

Si on applique le modèle non-paramétrique aux résultats de simulation du tableau 5, il est possible de construire la loi de fiabilité dans les conditions nominales

à l'aide de l'estimateur de Kaplan-Meier (eq (39)). Nous obtenons une estimation de r par le maximum de vraisemblance (eq (40)) :

$$\hat{r} = 1,1944$$

La loi de fiabilité construite par l'estimateur Kaplan-Meier est donnée par la figure suivante :

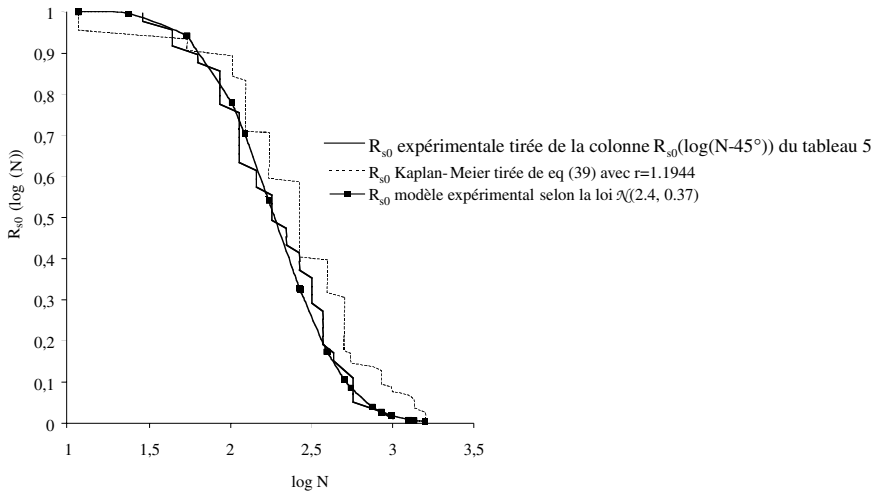


FIGURE 20

Fonction de fiabilité par un modèle SVA non paramétrique

c) Analyse

Nous constatons une bonne adéquation des modèles paramétriques et non paramétriques avec les résultats de référence (essai à 45°). Ce plan d'essai est très séduisant car il nécessite une faible paramétrisation de la fonction r qui peut être source d'erreur. On montre à travers ces quelques exemples l'intérêt d'utiliser ce plan d'essai avec un endommagement préalable permettant d'obtenir de bons résultats.

4. Conclusions

Nous avons présenté une étude complète d'application du modèle standard de vie accélérée à la mécanique en considérant les estimations paramétrique et non paramétrique. Pour l'analyse, nous avons considéré le mode d'endommagement par fatigue nous permettant d'établir un modèle de simulation. Ainsi, nous avons pu simuler le plan d'essai avec endommagement accéléré préalable permettant de définir la loi de fiabilité dans les conditions nominales en procédant par un essai où au

départ les composants sont testés dans des conditions sévères afin de provoquer une dégradation rapide et de finir l'essai dans les conditions nominales. Les différents exemples ont montré l'adéquation de ce plan à la mécanique ne nécessitant pas de paramétrer la fonction $r(s)$ qui est la réelle difficulté dans une campagne d'essais accélérés.

Néanmoins, dans cette étude nous avons considéré que le paramètre de forme de la loi de fiabilité est constant quel que soit le niveau de stress. Or, en mécanique ce n'est pas toujours le cas. Notre étude se poursuit donc en intégrant ce dernier paramètre.

Références

- [1] BAGDONAVICIUS V. and NIKULIN M. (1995a), Semi-parametrics Models in Accelerated Life Testing, Queen's papers in pure and applied mathematics, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1998, 70p.
- [2] BAGDONAVICIUS V. and NIKULIN M. (1995b), On accelerated testing of systems, European Journal of Diagnosis and Safety in Automation, V 5,N 3, 307-.316.
- [3] BAGDONAVICIUS V. and NIKULIN M. (1997a), Transfer functional and semi-parametric regression, Biometrika V 84, N 2, 365-378.
- [4] BAGDONAVICIUS V., GERVILLE-REACHE L., NIKOULINA V., NIKOULIN M., Expériences accélérées : analyse statistique du modèle standard de vie accélérée, Revue de Statistique Appliquée, Vol XLVIII, Septembre 2000, 5-38.
- [5] BAGDONAVICIUS V. and NIKULIN M., Mathematical models in the theory of accelerated experiments, 2001 World Scientific Publishing Co.271-303.
- [6] BAGDONAVICIUS V. and NIKULIN M., Accelerated life models, 2002, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton
- [7] BASU A.P., EBRAHIMI N., Nonparametric Accelerated LifeTesting, IEEE Trans. On Reliab., 1982, R-31, 5,432-435.
- [8] BOMPAS-SMITH J.H. (1973), *Mechanical Survival : the use of reliability data*, Mc Graw Hill book.
- [9] DEVARAJAN K., EBRAHIMI N., Nonparametric Approach to Accelerated Life Testing under Multiple Stress. Naval Research Logistics, John Wiley & Sons, 1998, Inc 45, 629-644.
- [10] DOYLE R.L. (1991), *Mechanical Reliability*, RAMS Tutorial Notes,
- [11] FORD D.G., GRAFF D. G. and PAYNE A. O., «Some statistical aspects of fatigue life variation. Fatigue aircraft structure», Proc 2nd ICAF Symposium, 1961, Paris, pp. 179-208
- [12] GUERIN F., DUMON B., HAMBLIR., TEBBI O., «Accelerated Testing based on a Mechanical-Damage Model», Annual RELIABILITY and MAINTAINABILITY symposium, 2001 Proceedings, pp.372-376.

- [13] GUERIN F., DUMON B., HAMBLI R., «Determining the shape parameter of a Weibull distribution from Mechanical-Damage Model», Annual RELIABILITY and MAINTAINABILITY symposium, 2001 Proceedings, pp. 156-160.
- [14] HANK Caruso, ABHIJIT Dasgupta, «A Fundamental Overview of Accelerated Testing Analytical Models», Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1998, pp.389-393.
- [15] KECECIOGLU D., JIANG M. and SUN F-B. (1998), *A unified approach to random fatigue reliability quantification under random loading*, Proc IEEE Reliability and Maintainability.
- [16] LALANNE Christian, Dommage par fatigue, Tome 4, Hermes Science Publications, Paris, 1999.
- [17] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L., Mécanique des matériaux solides, Ed. Dunod, Paris, 1996.
- [18] LITTLE R.E. and EKVALL J.C. (1979), *Statistical Analysis of Fatigue Data*, American Society for Testing and Materials, STP744.
- [19] NELSON W., Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans and Data Analysis, New York, Ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1990.
- [20] O'CONNOR P., «Testing for reliability», Quality and Reliability Engineering international, vol 19, 2003, pp 73-84.
- [21] OWEN W. J. and PADGETT W. J., «Accelerated test models for system strength based on Birnbaum-Saunders distributions», Lifetime Data Analysis, Vol 5, pp 133-147.
- [22] PANTELIS Vassilios, ADAMANTIOS Mettas, «Understanding Accelerated Life-Testing Analysis», Annual RELIABILITY and MAINTAINABILITY symposium, 2001 Tutorial Notes, pp. Vassiliou1-Vassiliou21.
- [23] PHADKE M. S., «Quality engineering using robust design», Ed Prentice-Hall, 1989.
- [24] PHAN HOANG, «Handbook of reliability engineering», ed Springer, 2003.
- [25] SENDECKYJ G. P., «Constant life diagrams – a historical review», International journal of fatigue, Vol 23, 2001, pp. 347-353.
- [26] SHIGLEY (1972), *Mechanical Engineering Design*, ed Mc GRAW Hill.
- [27] SHYUR H.-J., ELSAYED E. A. and LUXHOJ J. T., «A general model for Accelerated Life Testing with time-dependent covariates», Naval Research Logistics, Vol 46, 1999, pp. 303-321.
- [28] TEBBI O., GUERIN F., DUMON B., «Reliability testing of Mechanical products-Application of statistical accelerated life testing models», 9th International Conference on Applications of Statistics and Probability, in Civil Engineering, July 6-9, 2003, University of California, Berkeley.
- [29] ZHANG C., «Mechanical component lifetime estimation based on accelerated life testing with singularity extrapolation», Mechanical Systems and Signal Processing, vol 16, 2002, pp. 705-718.