REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

T. CEMBRZYNSKI

Les cartes de contrôle aux attributs utilisées dans l'industrie automobile sont-elles des outils performants pour la maîtrise statistique des processus ?

Revue de statistique appliquée, tome 40, nº 2 (1992), p. 55-65

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1992__40_2_55_0>

Rev. Statistique Appliquée, 1992, **XXXX** (2), 55-65

LES CARTES DE CONTRÔLE AUX ATTRIBUTS UTILISÉES DANS L'INDUSTRIE AUTOMOBILE SONT-ELLES DES OUTILS PERFORMANTS POUR LA MAITRISE STATISTIQUE DES PROCESSUS ?

T. CEMBRZYNSKI

Renault Direction de la Recherche, 9-11 avenue 18 juin 1940,
92500 Rueil Malmaison, Tél. (1) 47.77.95.52

RÉSUMÉ

Dans le cadre de ses opérations sur la Maîtrise des Processus (MP), la Direction de la Recherche RENAULT a étudié la performance réelle des outils classiques que sont les cartes de contrôle aux attributs C développées par Shewhart. Ayant défini des critères d'évaluation de celles-ci, nous en démontrons «l'inefficacité». Nous montrons comment les cartes de contrôle RENAULT peuvent être améliorées afin de passer d'une carte «voyeur» à une carte «acteur» de la Maîtrise des Processus en respectant le cahier des charges défini par les responsables Qualité, Méthodes et Fabrication de RENAULT : simplicité de construction compatible avec la formation des opérateurs, pas de surcroît de formation pour les opérateurs déjà formés à la MP, aucun calcul nécessitant le recours à l'outil informatique en atelier.

Introduction

RENAULT utilise pour le contrôle par attributs (refus/acceptation) les cartes de Shewhart [SHEWHART 1931] : P,U,NP et C. Pour cette dernière le modèle probabiliste est du type Poissonien car chaque pièce contrôlée du N échantillon peut présenter plusieurs défauts (le nombre de défauts de l'échantillon suit alors une loi de Poisson comme somme de N lois Poissoniennes individuelles indépendantes [CHAMBON 1984]). Le contrôle classique par attributs est peu satisfaisant pour la démarche de Maîtrise du Processus car il faut mesurer *la qualité du produit* pour construire les cartes de contrôle et *tenir un journal de bord du processus* pour retrouver rétrocactivement la (les) cause(s) des variations de la performance apparues sur la carte; mais qu'elle est l'efficacité réelle de l'outil «carte de contrôle» à la détection des ruptures de processus ?

I. Les critères retenus pour l'évaluation des cartes aux attributs de type C

1. – Elle doit être *simple à construire* sans nécessairement recourir à l'informatique (compatibilité avec la formation des opérateurs).

2. – Elle ne doit *pas introduire le doute* dans l'esprit de son utilisateur : les règles d'exploitation associées à la carte de contrôle doivent être claires et sans ambiguïtés (l'outil carte de contrôle doit être évidemment en assurance qualité).

3. – Elle ne doit *pas faire trop de fausses alarmes* c'est-à-dire détecter une rupture de processus (changement du niveau de qualité) alors que ce dernier est demeuré stable.

4. – Elle doit en revanche *détecter efficacement une rupture réelle* du processus c'est-à-dire soit une dégradation de la qualité du produit au-delà d'un seuil technologiquement inacceptable pour le fabricant (fixé a priori), soit une amélioration de la qualité afin d'identifier les meilleures conditions opératoires.

5. – Elle doit *estimer avec précision l'instant de la rupture* du processus pour isoler dans le journal de bord du processus la ou les causes assignables à l'origine du changement de niveau de qualité afin de les éliminer.

II. Performances et faiblesses des cartes de contrôle aux attributs de type C

1. – La construction d'une carte C est d'une grande simplicité

Il faut collecter les données calculer la moyenne λ et les limites de contrôle supérieures (LSC $= \lambda + 3\sqrt{\lambda}$) et inférieures (LIC $=$ $\text{Max}(\lambda - 3\sqrt{\lambda}, 0)$). Remarquons que :

– les limites définissent un intervalle bilatéral selon une approximation Gaussienne de la loi de Poisson et l'on peut s'interroger sur l'opportunité de la limite inférieure de contrôle (LIC) compte tenu qu'il s'agit de nombre de défauts ;

– le modèle testé est : Ho (stabilité du processus) $\mu = \lambda$

Ha (rupture du processus) $\mu \neq \lambda$

Cela implique qu'un point «hors contrôle» (ie au delà de la LSC) ne permet pas de connaître l'amplitude de la rupture (donc le degré de dégradation de la qualité), on sait seulement que le processus s'est dégradé.

2. – La carte de contrôle peut introduire le doute dans l'esprit de son utilisateur

Si
$$\lambda = 6 : \text{LSC} = \lambda + 3\sqrt{\lambda} = 13,35$$
$$\lambda = 12 : \text{LSC} = \lambda + 3\sqrt{\lambda} = 22,39$$

Dans ces conditions un échantillon présentant treize (13) ou vingt deux (22) défauts doit il être considéré comme acceptable ou non sachant les nombres portés sur la carte C de contrôle aux attributs RENAULT sont des nombres strictement entiers (il n'y a pas de demi défaut) ?

3. – La carte de contrôle RENAULT ne fait pas trop de fausses alarmes

Nous avons calculé (avec une loi de Poisson) les seuils de confiance auxquels conduit la limite de contrôle supérieure; le taux de fausse alarme $P[X > \text{LSC}]$ reste inférieur à 5‰ même pour de faibles valeurs λ.

4. – La carte de contrôle aux attributs RENAULT ne peut pas détecter efficacement une rupture de processus

Nous avons construit une table de puissances de détection π‰ des limites supérieures de contrôle (LSC) en fonction du nombre de défauts moyen λ du régime stable et du nombre de défauts après rupture $\lambda' = \rho + \lambda$ où ρ est l'amplitude de rupture.

$$\pi(\lambda, \rho) = P(X \geqslant \text{LSC}(\lambda)/X = \text{Poisson } (\rho + \lambda))$$

avec LSC $(\lambda) = \lambda + 3\sqrt{\lambda}$

On trouve par exemple : π (10,5) = 12%, π (15,5) = 7%, π (20,10) = 27% ce qui reste peu brillant même pour des dégradations relativement importantes de 50 et 33%.

5. – La carte de contrôle aux attributs ne peut pas estimer avec précision l'instant de la rupture de processus

C'est la conséquence de la non efficacité de la détection de la rupture. L'apparition d'un point hors contrôle n'étant que d'une probabilité $\pi = P(X \geqslant \text{LSC})$, celle-ci peut être tardive (on appelle cela le retard à la détection); ce faisant on ne pourra pas trouver sur le journal de bord la cause assignable exactement à l'instant t d'apparition du premier échantillon hors contrôle. Il faut donc la rechercher dans une plage de temps antérieure à l'apparition de l'anomalie c'est à dire dans un «intervalle de confiance» sur l'instant de rupture t_r dont la longueur k dépend évidemment de π; cela accroît la difficulté de la démarche MP.

Soient R à l'instant t_r le point de Rupture réel du processus et D à l'instant t_{r+k} le point de Détection lors de l'apparition du premier échantillon «hors contrôle». Il faut comprendre qu'un processus de fabrication industriel ne passe pas brutalement de son état stable à un état «dégradé»; une machine se dérègle provoquant de plus en plus d'anomalies et finalement ρ (le nombre de défauts moyen d'accroissement) correspond au surcroît moyen de défauts à partir du moment R de dérive réelle du processus. Le problème est que cet instant est inconnu car le processus peut rester sous contrôle et être «apparemment normal» jusqu'au moment où se produit la défaillance grave conduisant à un point «hors contrôle», c'est alors l'instant de détection.

A chaque instant t deux cas de figure peuvent se produire :

1) l' échantillon $X(t)$ est «Hors Contrôle» avec une probabilité π ;

2) l'échantillon $X(t)$ est apparemment «Normal» avec une probabilité $(1-\pi)$.

$\mu = \lambda$! $\mu_r = \lambda + \rho$ défauts en moyenne
——+———R———+———+———D——>
t_{r-1} t_r t_{r+1} t_{r+2} t_{r+k} = t (instant courant)

P(«Retard = k») = P(«Hors Contrôle en t_{r+k} et normal en $t_{r+(k-1)}, \ldots, t_r$») = $\pi(1-\pi)^k$

Pour retrouver la cause assignable de la rupture on peut :

– construire un intervalle de confiance : chercher k au seuil β/P («Retard $\leqslant k$») $\geqslant \beta = 0.95$,

– chercher le retard moyen à la détection qu'on trouve par l'espérance mathématique : $E(R) = \sum_{k=0}^{\infty} k.P(«R = k») = \frac{1-\pi}{\pi}$ pour déterminer le point de rupture le plus probable et limiter ainsi la plage de recherche de la cause assignable.

Pour réaliser ceci il suffit de disposer de tables (pour π et pour $E(R)$), le hic c'est que l'on ne connait pas l'amplitude réelle ρ de la rupture (ni π du même coup) du fait de la construction de la LSC (critère 1) ! ! !

Remarquons que les retards à la détection peuvent être longs, même pour des cartes de contrôle où le nombre de défauts moyen est important :

λ	ρ	$\frac{\rho}{\lambda}$	π	RM = $\frac{1-\pi}{\pi}$	Nombre d'échantillons de retard
10	5	50%	0.12	7.3	7
15	5	33%	0.07	13.2	13
20	10	50%	0.27	2.7	3

Bilan de l'évaluation des performance des cartes de contrôle aux attributs RENAULT

	Bonne	Mauvaise
Simplicité de construction	+	
Introduction du doute		–
Nombre de fausses alarmes	+	
Détection des ruptures		–
Précision sur l'instant de rupture		–

Ainsi la carte de contrôle aux attributs RENAULT se révèle un bon outil pour le suivi de processus déjà maîtrisés car sa simplicité de construction est grande et qu'elle fait peu de fausses alarmes; mais celle-ci est un mauvais outil pour la phase de maîtrise du processus dans la mesure où son aptitude à la détection et la l'estimation des ruptures de processus est mauvaise.

Nous pouvons donc conclure quė la carte de contrôle aux attributs est plus une carte «voyeur» de la démarche MP qu'une carte «acteur»; il faut donc améliorer sa réactivité face à des changements de régimes ciblés.

III. Comment améliorer les cartes de contrôle RENAULT

A) Pour supprimer le doute dans l'utilisation de la limite supérieure de contrôle RENAULT

Nous proposons de construire une Limite Supérieure de Contrôle entière pour les cartes NP et C, fondée sur les modèles statistiques Binomiaux (carte NP) et Poissoniens (carte C) par simple lecture d'une table.

B) Pour exploiter efficacement la Limite Supérieure de Contrôle statistique entière.

– Il ne faut pas réestimer le nombre de défauts moyen ni la LSC d'une carte à l'autre mais reporter d'une carte à l'autre le rang du dernier point «hors contrôle» afin de pouvoir mesurer l'existence d'une dérive; car s'il y a moins de vingt cinq (25) échantillons entre deux points hors contrôle alors le processus a une forte probabilité d'être hors contrôle.

En effet , lorsque l'approximation Gaussienne est justifiée, la probabilité pour qu'un échantillon soit «hors contrôle» est égale à 0.003 (probabilité pour qu'une Gaussienne s'écarte de plus de 3σ de sa valeur moyenne).

Par conséquent la probabilité pour qu'il y ait moins de 25 points entre deux points hors contrôle est donc : $\sum_{k=0}^{25} p.(1-p)^k = 1-(1-0.003)^{26} = 7.5\%.$

Ceci permet donc de construire une autre règle d'exploitation de la limite supérieure de contrôle : «S'il existe moins de vingt cinq (25) échantillons entre deux points hors contrôle alors le processus est hors contrôle».

Pour exploiter simplement cette règle il faut reporter en fin de carte le rang (1 à 25) du dernier point hors contrôle ce qui permettra d'une carte à l'autre de savoir si le processus est demeuré stable.

C) Pour améliorer la détection d'une rupture de processus mais surtout l'estimation du point de rupture.

– Construire une Limite Supérieure de Tolérance (LST) entière d'un niveau de dégradation de la qualité technologiquement inacceptable (seuil technologique) fixé a priori par le fabricant.

– Construire (en remplacement de l'inutile Limite Inférieure de Contrôle RENAULT) une Limite Inférieure d'Amélioration (LIA) entière correspondant à un objectif de qualité (0 défaut progressif) fixé par le fabricant permettant de «baisser» progressivement les limites de contrôle et d'identifier les bonnes conditions opératoires.

Pour la LST le principe de calcul est le suivant :

Sous l'hypothèse Ho (processus stable) :

X_i = Poisson (λ) λ : nombre de défauts moyen nominal.

Sous l'hypothèse Ha (rupture) :

X_i = Poisson ($\lambda+\rho$) ρ : augmentation du nombre moyen de défauts dû à la rupture.

On cherche donc les quantités k et LST telles que :

(1) Sous Ho : P (Min $(X_1, \ldots, X_i, \ldots, X_k) \leqslant$ LST) $\leqslant \alpha$

(α taux de fausse alarme choisi 5%, 1%...)

(2) Sous Ha : P (Min $(X_1, \ldots, X_i, \ldots, X_k) \geqslant$ LST) $\geqslant \beta$ (en général $\beta = 0.65$)

Le calcul de $E(R)$ est plus délicat car R mesurant le délai d'apparition de k points consécutifs ($k > 1$) au dessus de la LST , la loi de R n'est plus géométrique.

Illustrons donc le calcul sur un exemple suffisamment général avec $k = 3$.

α : taux de fausse alarme (5%) ; β : puissance de détection sous Ha ; $p = \sqrt[k]{\alpha}$; $q = \sqrt[k]{\beta}$

Ru = point de rupture réel I = point de rupture idéal après k échantillons

E = point de rupture estimé après r échantillons.

* signifie que $X(t) \geqslant$ LST ; ^ : $X(t) <$ LST ; N : non détection à $X(t)$.

Plusieurs cas sont à étudier :

$t-3$ $t-2$ $t-1$ t $t+1$ $t+2$ $t+3$ $t+4$ $t+5$

-x———x———x——Ru——x——I———x———x——x——>

t t_{k-1} t_k

1) Le point de rupture estimé E est anticipé par rapport à I.

Retard $r = 0$ (auparavant c'est de la fausse alarme).

$E = Ru$

-^——*——*——*——x——x——x——x——x——>

t

$P(R = 0) = P(\text{“}E = Ru\text{”}) = P(X(t-2)$ et $X(t-1)$ et $X(t) \geqslant$ LST et $X(t-3) <$ LST)

$P(R = 0) = p.p.q.(1-p) = p^2q(1-p)$

Retard $r = 1$.

```
                    Ru   E
- ?——^——*——*——*——x——x——x——x——>
                    t
```

$P(R=1) = P(X(t-1)$ et $X(t)$ et $X(t+1) \geqslant$ LST et $X(t-3) <$ LST)

$P(R=1) = p.q.q.(1-p) = pq^2(1-p)$

2) Le point de rupture estimé E est le point idéal I.

Retard $r = 2(k-1)$.

```
                    Ru      E = I
- ?—— ?——^——*——*——*——x——x——x——>
                    t
```

$P(R = 2) = P("E = I") = P(X(t)$ et $X(t+1)$ et $X(t+2) \geqslant$ LST et $X(t-1) < LST)$

$P(R=2) = q.q.q.(1-p) = q^3(1-p) = \beta(1-p)$

En généralisant on trouve que si $0 \geqslant r \geqslant k-1$ alors $P(R = r) = (1-p).p^{(k-1)-r}.q^{r+1}$

3) Le point de rupture estimé E est juste après le point idéal I.

Retard $r = 3(k)$.

```
                    Ru       I    E
- ?—— ?—— ?——^——*——*——*——x——x——>
                    t
```

$P(R=3) = P(X(t+1)$ et $X(t+2)$ et $X(t+3) \geqslant$ LST et $X(t) <$ LST)

$P(R=3) = q.q.q.(1-q) = q^3(1-q) = \beta(1-q)$

4) Le point de rupture estimé E est au delà du k ième échantillon.

Retard $r = 4(k+1)$.

```
                    Ru      I       E
- ?—— ?—— ?——N——^——*——*——*——x——>
                    t
```

$P(R = 4) = P(X(t+2)$ et $X(t+3)$ et $X(t+4) \geqslant$ LST et $X(t+1) <$ LST et «non détection à $X(t)$»)

Si on note $p_o = P(R = 0)$

$P(R = 4) = q.q.q.(1 - q).(1 - p_o) = q^3(1 - q)(1 - p_o) = \beta(1 - q)(1 - p_o)$

On peut construire alors une récurrence pour $r \geqslant k$: $P(R = r + 1) = q^3(1 - q).(1 - P(R = r - k))$.

Tous les événements présentés ci-dessus ne se recouvrent pas :

$t-3 \quad t-2 \quad t-1 \quad t \quad t+1 \quad t+2 \quad t+3 \quad t+4 \quad t+5$

-x———x———x——-Ru——x——-I———x———x——-x——>

$E = Ru$

-^——-*——*——*——x——x——x——x——x—> $R = 0$

$Ru \quad E$

- ?——-^——*——*——*——x——x——x——x—> $R = 1$

$Ru \qquad E = I$

- ?——- ?——^——*——*——*——x——x——x—> $R = 2 = k - 1$

$Ru \qquad I \quad E$

- ?——- ?——?——^——*——*——*——x——x—> $R = 3 = k$

$Ru \qquad I \qquad E$

- ?——- ?——?——N——^——*——*——*——x—> $R = 4 = k + 1$

Compte tenu des formules récursives on peut alors calculer le retard moyen :

$$E(R) = \sum_{k=0}^{\infty} k.P("R = k")$$

Dans la pratique on limite le calcul de l'infini à 250.

Pour permettre de repérer une amélioration de la qualité de la production on construira la Limite Inférieure d'Amélioration (LIA) en utilisant le Maximum du k uplet $(X_1, \ldots, X_i, \ldots, X_k))$ de la façon suivante :

Pour la LIA le principe de calcul est le suivant :

Sous l'hypothèse Ho (processus stable) :

X_i = Poisson (λ) λ : nombre de défauts moyen nominal.

Sous l'hypothèse Ha (rupture) :

X_i = Poisson $(\lambda - \rho')$ ρ' : diminution du nombre de défauts dû à la rupture.

On cherche donc les quantités k et LIA telles que :

(1) Sous Ho : $P(\mathrm{Min}(X_1, \ldots, X_i, \ldots, X_k) \leqslant \mathrm{LIA}) \leqslant \alpha$

(α taux de fausse alarme choisi 5%, 1%...)

(2) Sous Ha : $P(\text{Min}(X_1,\ldots,X_i,\ldots,X_k) \leqslant \text{LIA}) \geqslant \beta$ (en général $\beta = 0.65$)

La résolution de ces systèmes (LIA, LST) de deux équations montre que pour chaque valeur de ρ ou de ρ' il existe différents triplets (LST, k, β),(LIA, k, β). Dans la pratique on explore différentes valeurs de k de un (1) à quinze (15) c'est-à-dire environ la moitié d'une carte de contrôle afin que l'exploitation conserve un sens. On retient la solution (LST, k, β) qui minimise l'écart en valeur absolue, entre le nombre de points k et le retard moyen à la détection $(E(R))$. Le programme de calcul ne retient pas la valeur de β mais celle de $E(R)$.

Sauf dans les cas de petits nombres de défauts moyens nominaux $(\lambda \geqslant 5)$ on trouve toujours une solution où le retard moyen $E(R)$ est pratiquement égal au nombre k de sorte que pour simplifier la carte aux opérateurs, le concept de retard moyen a été «effacé» de la carte, et on dit aux utilisateurs de rechercher la rupture au début du palier des k points consécutifs ayant permis de conclure à la rupture.

IV. Un exemple de carte de contrôle aux attributs «statistique» (fig 1)

Nous avons construit la carte de contrôle statistique sur des données de peinture où l'on a recensé les défauts «grains ponctuels sur capot».

La carte de contrôle «statistique» a été paramétrée ainsi :

– nombre de défauts moyen : 25 défauts par échantillon de 50 véhicules ($\lambda = 25$) ;

– accroissement du nombre de défauts moyen technologiquement inacceptable : +20% ($\rho = 5$) de sorte que le nombre de défauts technologiquement inacceptable est de 30 défauts en moyenne par échantillon ($\lambda + \rho = 30$) ;

– objectif de diminution du nombre de défauts moyen : -40% ($\rho' = 10$) de sorte que le nombre de défauts objectif de qualité («zéro défaut statistique») est de 15 défauts en moyenne par échantillon ($\lambda - \rho' = 15$).

La limite de contrôle supérieure entière (I.C unilatéral Poissonien) vaut 40 (LSC = 40).

La limite supérieure de tolérance LST du seuil technologique (30 défauts en moyenne) est de 11 échantillons consécutifs supérieurs ou égaux à 22 défauts (LST = 22, k = 11), le taux de fausse alarme a été fixé pour le calcul à 5%.

La règle est alors : «Si K = 11 points consécutifs plus grands ou égaux à la LST = 22 alors arrêt car le taux de défaut a augmenté de 25%».

La limite inférieure d'amélioration (15 défauts en moyenne) est de 4 échantillons consécutifs inférieurs ou égaux 24 défauts (LIA = 24, k = 4), le taux de fausse alarme a été fixé pour le calcul à 5%.

La règle est alors : «Si K = 4 points consécutifs plus petits ou égaux à la LIA = 24 alors bravo car le taux de défaut a diminué d'au moins 40%, demander une médaille».

En appliquant les règles de décision on constate que :

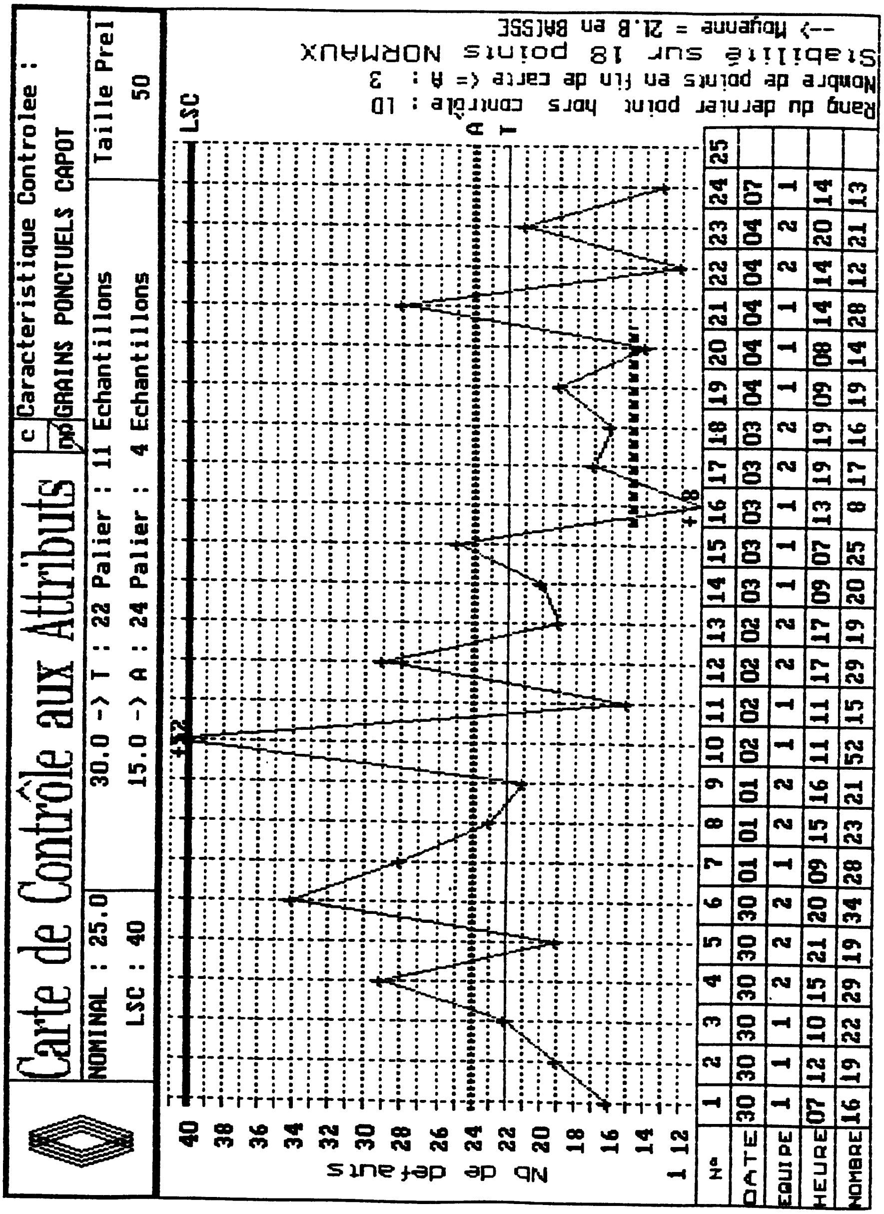
Carte de Contrôle aux Attributs
Caracteristique Controlee :
GRAINS PONCTUELS CAPOT
NOMINAL : 25.0
30.0 -> T : 22 Palier : 11 Echantillons
Taille Prel
50
LSC : 40
15.0 -> A : 24 Palier : 4 Echantillons
Nb de défauts
LSC
Rang du dernier point hors contrôle : 10
Nombre de points en fin de carte <= A : 3
Stabilité sur 18 points NORMAUX
--> Moyenne = 21.8 en BAISSE

FIGURE 1

– la carte de contrôle n'est pas complètement terminée car elle ne comporte que 24 échantillons sur la période du 30 septembre au 7 octobre ;

– le processus s'est amélioré sur le palier [16,20] dont la moyenne est μ = 14.8 ce qui est une bonne approximation de l'objectif de 15 défauts en moyenne. Il faut alors rechercher sur le journal de bord associé à la carte de contrôle les causes de l'amélioration des performances du processus de peinture. Contrairement à la limite inférieure de contrôle LIC, la limite inférieure d'amélioration trouve son sens dans une démarche de «zéro défaut statistique».

Pour préparer la carte suivante et continuer le «film du processus» on reporte en fin de carte :

– le rang du dernier point hors contrôle : 10 (52 défauts ! ! !) ;

– le nombre de points au dessous de la limite inférieure d'amélioration en fin de carte c'est à dire 3 ([22,24]) qui si l'échantillon N° 25 comporte également moins de 24 défauts, permettront de construire un nouveau palier d'amélioration. Ces reports permettront de continuer l'analyse en temps réel du film du processus.

Conclusion

L'exemple précédent a permis de détecter des ruptures grâce aux limites de surveillance et d'amélioration qui permettent d'accroître l'efficacité des cartes de contrôle aux attributs RENAULT. Nous pouvons alors considérer la carte de contrôle statistique comme un «acteur» de la MP.

Bibliographie

[CHAMBON 1984] $\mu = \sigma^2$
RENAULT Direction de la Qualité

[FORD 1983] Continuing Process Control and Process Capability Improvement Dearborn Michigan Statistical Methods Office. FORD Motor Company

[JURAN J.M 1974] Quality Control Handbook Third Edition. New York : John Wiley & Sons Inc

[SHEWHART 1931] Economic Control Quality of Manufactured Product. D. Van Nostrand Company Inc