

# REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

C. DUBY

## La méthode Taguchi : valeur et limites

*Revue de statistique appliquée*, tome 37, n° 2 (1989), p. 7-15

[http://www.numdam.org/item?id=RSA\\_1989\\_\\_37\\_2\\_7\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1989__37_2_7_0)

© Société française de statistique, 1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## LA MÉTHODE TAGUCHI : VALEUR ET LIMITES

C. DUBY

*Institut National Agronomique Paris-Grignon*

### RESUME

Dans cet article, on cherche à analyser, d'une part les apports de Taguchi au Contrôle Statistique de la Qualité, d'autre part les faiblesses de sa démarche, mises en évidence par des statisticiens plus généralistes. Cette analyse devrait permettre aux utilisateurs de la "Méthode Taguchi", de mieux s'adapter aux problèmes auxquels ils sont confrontés, sans suivre aveuglément des recettes.

*Mots-clés : Méthode Taguchi, Contrôle Statistique de la Qualité, PerMIA.*

### 1. Introduction

Personne, actuellement ne peut nier l'impact des travaux de Taguchi sur la gestion de la qualité dans les entreprises. S'il est de bon ton de citer la "méthode Taguchi", il est certainement utile de ne pas s'arrêter à considérer ce phénomène comme seulement une mode. Il faut essayer d'analyser les idées et les techniques qu'il a apportées au monde industriel afin de comprendre pourquoi il a su en convaincre beaucoup tout en étant décrié et controversé par d'autres.

Pour arriver à voir clair dans ce phénomène, il est nécessaire de distinguer les idées et les objectifs qu'il propose pour la maîtrise de la qualité dans les processus industriels, des solutions pratiques qu'il donne pour atteindre ces objectifs.

Son approche est très intéressante car en abordant le problème de la qualité d'un produit dans son ensemble, de sa conception à son utilisation, il en dégage une rationalisation, une "philosophie de la qualité". C'est sans doute par cet aspect qu'il a une grande originalité en comparaison aux attitudes qui ont été prises traditionnellement par les entreprises et les statisticiens. Ceux-ci, trop souvent, se sont penchés sur ce problème ponctuellement, en ne cherchant que des solutions partielles.

Devant son succès, au Japon puis aux Etats-Unis, un certain nombre de statisticiens Box (1988), Hunter (1985), Kackar (1985)....., ont d'abord essayé de retrouver dans sa présentation, quelles idées générales de la statistique étaient sous-jacentes à sa démarche dont les justifications étaient confuses.

Après avoir clarifié les idées de base de Taguchi, ils ont essayé de les approfondir pour élargir et mieux adapter les solutions aux problèmes posés. C'est le cas en particulier de Box (1988).

## 2. Philosophie de Taguchi et définition des objectifs

### 2.1. Philosophie

Il se dégage deux idées fortes dans la démarche de Taguchi, idées qui semblent naturelles une fois qu'on les a exprimées, mais qui ne l'étaient apparemment pas pour ceux qui s'occupaient de qualité.

Elles sont issues d'une part, de la définition qu'il prend de la qualité d'un objet fabriqué, qualité qui ne se limite pas seulement aux performances de l'objet à sa sortie d'usine, mais prend aussi en compte l'environnement dans lequel sera utilisé l'objet ainsi que son vieillissement.

D'autre part, il ne se contente pas d'étudier quelles actions on peut avoir pour contrôler le processus de fabrication (on-line feed-back quality control), progrès en général accompli dans les entreprises qui ont bien vu que les contrôles à la réception n'étaient pas suffisants pour améliorer la qualité. Il établit une stratégie pour la maîtrise de la qualité en prévoyant la maîtrise de la qualité de l'objet dès sa conception (off-line quality control), et en définissant à toutes les étapes les attitudes qu'il faut adopter en tenant compte bien sûr des coûts entraînés par les actions conséquentes.

### 2.2. Définition des objectifs

Un produit peut être défini par un certain nombre de variables ou caractéristiques qu'on appelle performances. Soit  $y$  une de ces variables. Compte tenu du prix qu'il a payé, cette variable  $y$  a une valeur "idéale" pour le consommateur, valeur que l'on note  $\tau$ .

Généralement quand on spécifie un produit, on assortit la valeur  $\tau$  de limites de tolérances  $T_i$  et  $T_s$  à partir desquelles un objet sera considéré comme défectueux.

Taguchi fait remarquer qu'il est dangereux de considérer que tous les objets fabriqués pour lesquels  $y \in [T_i, T_s]$  sont équivalents du point de vue de la qualité.

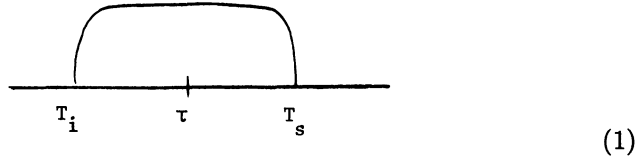
Un objet pour lequel  $y = \tau$  sera plus satisfaisant pour le consommateur, qu'un autre pour lequel  $y = \tau \pm \varepsilon$ , même si :

$$\tau \pm \varepsilon \in [T_i, T_s] .$$

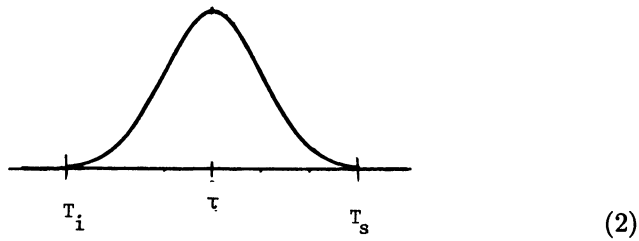
Le coût de la non qualité pour un tel objet ne sera pas le même que pour un objet tel que  $y$  n'appartient pas à l'intervalle de tolérance, mais ce coût existe même s'il est difficile à évaluer.

Cette remarque est importante car la donnée de  $[T_i, T_s]$  et la caractérisation dichotomique d'une production en objets bons ou défectueux, peut conduire à oublier qu'il y a une valeur "idéale"  $\tau$ , c'est-à-dire à ne pas chercher à régler constamment la production sur cette valeur et à se contenter de ne faire des réglages que pour maintenir la production entre les deux limites  $T_i$  et  $T_s$ .

Cette attitude conduit à un histogramme de la production ayant l'allure suivante :



L'attitude consistant à viser  $\tau$  constamment conduit à un histogramme de la production qui a plutôt l'allure suivante :



(Ces courbes proviennent d'un exemple comparant des téléviseurs Sony d'un même modèle, fabriqués aux U.S.A. (1) et au Japon (2), Taguchi (1985)).

Dans le cas (1) l'objectif était seulement que la fabrication reste entre  $T_i$  et  $T_s$ ; dans le cas (2) il était réellement de viser  $\tau$ .

Les coûts de la non qualité telle que la définit Taguchi ne seront pas les mêmes dans les deux cas, non plus que ceux des contrôles.

La perte occasionnée par la non qualité d'un objet dont la performance est  $y$ , est approximativement :

$$L(y) \simeq K(y - \tau)^2$$

$K$  est un coefficient de proportionnalité qui assure la continuité de la fonction  $L(y)$  aux points  $T_i$  et  $T_s$ .

On peut modéliser simplement la performance  $Y$  d'un objet pris au hasard dans la production par :

$$Y = \mu + E$$

où  $\mu$  est l'espérance de la variable aléatoire  $Y$ , que Taguchi appelle le signal, et  $E$  est une variable aléatoire d'espérance 0 et de variance  $\sigma^2$ , qu'il appelle bruit.

La perte moyenne  $L$  de la production est alors approximativement égale à :

$$L \simeq K E(Y - \tau)^2 = K [(\mu - \tau)^2 + \sigma^2]$$

Cette perte moyenne est proportionnelle à la variabilité totale de la production par rapport à  $\tau$  (l'écart quadratique moyen de  $Y$ ), qui se décompose en deux parties, l'une liée à l'écart de la moyenne de la production à la valeur "idéale", l'autre liée aux aléas de la production et de la consommation du produit.

Il faudra donc pour minimiser la perte moyenne, agir sur les facteurs qui jouent sur le signal  $\mu$  pour minimiser  $(\mu - \tau)^2$ , et réduire le bruit, c'est-à-dire  $\sigma^2$ . Pour cela il faut faire une analyse serrée de tous les facteurs de variation et de leurs rôles respectifs.

### 3. Analyse et rôles des différents facteurs de la variabilité

Pour Taguchi, outre les facteurs de fabrication jouant sur  $\mu$ , il est important d'étudier aussi ceux qui agissent sur  $\sigma^2$ . Il distingue trois types de facteurs jouant sur le bruit :

- les facteurs externes au produit durant sa fabrication (température, humidité, poussières, vibrations, etc...)
- les facteurs qu'il appelle "imperfections de fabrication" (variations très locales d'un objet à l'objet suivant au cours de la fabrication)
- les facteurs dus à la détérioration du produit, à son vieillissement.

Cette classification des facteurs est importante car elle inclut la qualité du produit au cours de sa vie et pas seulement à sa sortie d'usine. C'est encore un élargissement de la définition de la qualité.

Après cette remarque, pour comprendre la stratégie de Taguchi permettant, dès la conception d'un produit, d'en mieux maîtriser la qualité, il est plus utile d'utiliser la classification des facteurs proposés par Hunter (1985). Ce dernier distingue :

- les facteurs contrôlés de fabrication qui jouent seulement sur  $\mu$ , notés  $x_1$
- les facteurs contrôlés de fabrication qui jouent à la fois sur  $\mu$  et  $\sigma^2$ , notés  $x_2$
- les facteurs incontrôlés qui jouent seulement sur  $\sigma^2$ , notés  $x_3$
- les facteurs dont l'influence n'est pas décelée, notés  $x_4$ .

On a alors :

$$\mu = g(x_1, x_2) \text{ et } \sigma^2 = h(x_2, x_3)$$

Hunter fait remarquer que les définitions de  $x_1$  et de  $x_2$ , impliquent qu'il n'y a pas d'interactions entre ces deux types de facteurs.

On peut aussi voir que l'existence simultanée des facteurs de type  $x_1$  et de type  $x_2$  est la raison d'un phénomène souvent observé : la variance  $\sigma^2$  est liée à la moyenne  $\mu$ .

#### 4. Stratégie d'optimisation de Taguchi

Cette stratégie est fondée sur l'existence des deux types de facteurs  $x_1$  et  $x_2$ .

##### 4.1. Etude des variations de $\mu$ et de $\sigma^2$ en fonction des facteurs

Deux situations peuvent se présenter :

On peut être dans le cas où l'on dispose de bons modèles déterministes du phénomène étudié (le cas par exemple des circuits électriques), et on connaît la forme de la réponse  $y$  aux facteurs  $x_1, x_2, x_3$ . L'étude des variations de  $\mu$  et de  $\sigma^2$  peut alors se faire par des simulations, Taguchi et al. (1984).

Mais on est souvent dans le cas où l'on ne connaît ni la fonction  $g$  ni la fonction  $h$ . C'est alors une étude expérimentale qui permet d'obtenir un modèle statistique de  $\mu$  et de  $\sigma^2$ , en fonction de ces trois facteurs.

Taguchi a mis à la disposition des utilisateurs de sa méthode, des listes de plans orthogonaux fractionnés ou non. Ces plans sont les produits de deux plans orthogonaux, le premier pour étudier la réponse de  $y$  en fonction de  $x_1$  et de  $x_2$ , le deuxième pour étudier  $\sigma^2$  en fonction de  $x_3$  en chaque point du premier plan.

Les études de cas données dans ce numéro (I. Brétilon, C. Constant, J.C. Sisson et S. Tourbier Germain, E. Joblet et E. de Larminat) détailleront cette démarche.

Ces listes de plans sont accompagnées de graphiques aidant les utilisateurs à choisir et à mettre en oeuvre les plans d'expérience pertinents.

Dans l'analyse de variance résultant de ces plans d'expérience, il n'utilise que la partie estimation des effets (principaux ou interactions s'il y a lieu) sans se préoccuper de leur significativité par des tests d'hypothèses.

##### 4.2. Critères d'optimisation proposés par Taguchi

Pour minimiser la perte due à la non qualité, Taguchi souhaite trouver la combinaison des facteurs  $x_1$  et  $x_2$  qui maximise le rapport signal/bruit ou plutôt une fonction monotone de ce rapport. Pour cela il propose différents critères suivant la valeur "idéale"  $\tau$  :

- "Plus c'est petit, mieux c'est" (the smaller the better)

C'est le cas où la performance  $y$  est non négative et a pour valeur "idéale"  $\tau = 0$  (par exemple un taux d'impuretés). Le critère proposé est :

$$\{SN_s\} = -10 \log_{10} [(\sum y_i^2) / n]$$

Dans ce cas il cherche tout simplement à minimiser l'écart quadratique moyen de  $Y$ .

- "Plus c'est grand, mieux c'est" (the larger the better)

C'est le cas où la performance  $Y$  est non négative et la valeur "idéale" est infinie (par exemple une puissance). Il le traite comme un cas particulier du cas précédent en prenant comme performance  $z = 1/y$  dont la valeur "idéale" est alors 0. Le critère proposé est :

$$\{SN_L\} = -10\log_{10} [\Sigma (1/y_i^2) / n]$$

- La valeur "idéale" est finie, différente de 0. Le critère proposé est :

$$\{SN_T\} = 10\log_{10} (\bar{y}^2 / s^2) \quad \text{où}$$

$$\bar{y} = \Sigma y_i / n \quad \text{et} \quad s^2 = \Sigma (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)$$

Il est à remarquer que les plans d'expérience précédents fournissent une seule estimation de ces critères pour chaque combinaison des facteurs introduits dans le plan. On n'a pas de répétitions pour ces critères.

Une fois trouvée la combinaison de  $x_1$  et de  $x_2$  qui maximise le critère adopté, on utilise alors  $x_1$  pour ajuster  $\mu$  à la valeur  $\tau$  qui devient la valeur cible de la fabrication, sans modifier  $\sigma^2$ .

## 5. Critiques et contre-propositions

Le problème soulevé par Taguchi est celui de concevoir un produit de façon à obtenir une dispersion minimum pour une caractéristique de qualité ajustée à une certaine valeur "idéale", c'est-à-dire robuste au sens statistique du terme, de façon que la qualité ne soit pas sensible aux facteurs incontrôlés.

Ce point de vue est approuvé par les statisticiens qui ont étudié sa démarche et en soulignent l'originalité; par contre ces mêmes statisticiens critiquent les moyens qu'il donne pour le résoudre. En particulier Box (1988) dit qu'ils sont parfois inefficaces et inutilement compliqués.

Il y a deux aspects dans ses critiques :

- la pertinence du critère à optimiser
- ses qualités statistiques.

Par exemple, si l'on considère le cas de  $\{SN_T\}$ , il faut d'abord considérer que c'est l'estimation de

$$SN_T = 10\log_{10}(\mu^2 / \sigma^2) = -10\log_{10}\gamma^2$$

dont il faut étudier la pertinence ( $\gamma$  est le coefficient de variation).

L'objectif de Taguchi étant de minimiser la perte moyenne  $L = KE(Y - \tau)^2$ , il suffit alors de trouver la combinaison des facteurs de fabrication  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$ , qui minimise l'écart quadratique moyen de  $Y$  (ou plutôt son logarithme), considéré alors comme la réponse expérimentale.

La planification expérimentale doit alors être conduite pour trouver ce minimum, ou s'en rapprocher, en utilisant toutes les techniques statistiques disponibles pour la recherche du minimum d'une surface de réponse, sans se restreindre aux plans donnés par Taguchi (E. Joblet et E. de Larminat (1989)).

Mais si on se heurte à un problème d'hétéroscédasticité lié à l'existence de facteurs de type  $x_2$  précédemment défini, on doit rechercher un critère dans la classe plus large des PerMIA (performance independent of adjustment), étudiée par Léon et al (1987).

En ne prenant en compte que les facteurs contrôlés de la fabrication, si on suppose que l'on peut trouver une fonction  $f$  telle que :

$$\sigma^2(x_2) / [f[\mu(x_1, x_2)]]^2 = P(x_2)$$

alors  $P(x_2)$  est une mesure de la dispersion indépendante de  $\mu$ , car si on fixe  $x_2$ ,  $\mu$  est une fonction de  $x_1$  seulement. C'est donc une PerMIA qui pourra être minimisée, et  $x_1$  servira à ajuster  $\mu$  à la valeur souhaitée, sans en changer la valeur puisque  $P(x_2)$  ne dépend pas de  $x_1$ . Ainsi, l'écart quadratique moyen de  $Y$  sera égal à :

$$EQM_Y(x_1, x_2) = [f[\mu(x_1, x_2)]]^2 P(x_2) + [\mu(x_1, x_2) - \tau]^2$$

On peut minimiser  $EQM_Y$  en deux temps :

1. en cherchant la valeur  $x_{20}$  qui minimise  $P(x_2)$
2. en ajustant, à l'aide de  $x_1$ ,  $\mu$  à la valeur  $\mu_0$  qui minimise  $EQM_Y(x_1, x_{20})$ ,  
où

$$\mu_0 = \tau - f(\mu_0)f'(\mu_0)P(x_{20})$$

Cette valeur  $\mu_0$  n'est pas égale à la valeur "idéale"  $\tau$ , mais n'en est généralement pas loin (dans un exemple donné par Box, il trouve  $\mu_0 = 9.93$  pour une valeur  $\tau = 10$ ). On peut la calculer à partir de l'équation précédente par une méthode itérative prenant  $\tau$  comme valeur initiale pour  $\mu_0$ .

En poursuivant ce raisonnement, Box recherche alors pour quelle fonction  $f$  le critère  $SN_T$  est une PerMIA. Il trouve que c'en est une lorsque

$$f(\mu) = \mu$$

La valeur cible est alors  $\mu_0 = \tau / (1 + \gamma_0^2)$ , si  $\gamma_0$ , est la valeur minimum du coefficient de variation.

Si donc le rapport signal/bruit est une PerMIA, c'est-à-dire si  $f(\mu) = \mu$ , la stratégie de Taguchi est efficace car  $\mu_0$ , valeur qui minimise la perte moyenne est généralement très proche de la valeur idéale  $\tau$ .

Par contre, si le rapport signal/bruit n'est pas une PerMIA, alors la démarche proposée par Taguchi est inefficace, le critère  $SN_T$  n'est pas pertinent.

En pratique, si on observe une croissance de l'écart-type en fonction de la moyenne, et si on ne dispose pas d'une fonction  $f$  explicitant la liaison entre la



moyenne et la variance, il sera préférable d'utiliser le critère  $SN_T$  (qui, pour être une PerMIA, suppose que le coefficient de variation soit constant), que de ne pas tenir compte de la liaison observée entre l'écart-type et la moyenne.

Box fait alors remarquer qu'il est bien connu que sur un large domaine, le coefficient de variation est pratiquement proportionnel à l'écart-type de  $LnY$ , il est alors équivalent de travailler avec l'écart-type de  $LnY$  ou avec le critère  $SN_T$ .

Mais bien sûr, si on connaît la forme de la liaison moyenne-variance, il ne faut pas négliger cette information en s'enfermant dans la solution de Taguchi. Cette information devra être utilisée pour trouver le critère adapté à la situation.

De façon générale, on n'a même pas besoin de connaître explicitement la forme de la liaison moyenne-variance; il suffit pour trouver une PerMIA de trouver un changement de variable qui stabilise la variance, qui n'est pas obligatoirement la transformation logarithme. L'avantage supplémentaire de ces changements de variable est d'apporter souvent par surcroît la Normalité à la nouvelle variable, ce qui améliore les conditions dans lesquelles on fera les analyses de variance des plans d'expériences.

Enfin le critère utilisé après ces transformations est tout simplement la variance de la variable transformée; c'est une statistique pour laquelle il n'y a pas de problème d'estimation, et pour laquelle les propriétés statistiques de l'estimation sont bien connues.

De façon générale Box rappelle que certaines techniques graphiques (par exemple les "Normal plots", les "Bayes plots"), peuvent être d'une grande efficacité pour résoudre les vrais problèmes posés par Taguchi. Il souligne aussi le fait que les décisions étant prises au vu de résultats expérimentaux, il ne faut pas oublier de distinguer quels sont les effets qui se distinguent du bruit, c'est-à-dire qui sont réellement significatifs, de ceux qui ne le sont pas.

## 6. Conclusions

De toute cette réflexion il faut retenir la philosophie de Taguchi mais non suivre aveuglément sa démarche.

Son point de vue sur l'appréhension des problèmes du contrôle de qualité est l'objet d'un consensus des statisticiens qui se sont penchés sur ses travaux.

Il prend en compte la vie d'un objet depuis sa conception jusqu'à son utilisation prolongée. Le contrôle de la qualité doit donc se faire à toutes les étapes de cette vie. La mise en place et les coûts des contrôles à chacune des étapes dépendent fondamentalement de la spécification du produit choisie au moment de sa conception. C'est donc cette spécification qui devra être étudiée pour optimiser la qualité du produit, c'est-à-dire pour le rendre le plus insensible possible aux causes de non qualité.

Par contre, il faut se libérer du carcan de la méthode Taguchi pour atteindre les objectifs fixés, cette méthode étant trop étroite, pas forcément efficace et adaptée.

Il faut utiliser toute la connaissance disponible en statistique pour répondre au mieux (méthodes descriptives, inférentielles, séquentielles, etc ...). Pour cela il

faut que la formation des ingénieurs en statistique soit suffisante, et plutôt que de leur donner des recettes comme le fait Taguchi, il faut leur donner la capacité de raisonner leurs problèmes eux-mêmes.

Enfin, il faut remarquer qu'il y a encore une grande idée sous-jacente dans la démarche de Taguchi ; cette idée se place sur un autre registre, et explique sans doute une partie de son succès. Il a compris que la statistique est un domaine difficile, que la maîtrise de son usage demande une technicité que n'ont souvent pas les gens qui travaillent dans l'industrie. En tenant compte de cela il a mis à leur disposition des outils ne leur posant pas de problèmes métaphysiques (c'est sans doute la raison pour laquelle, en particulier, il ne fait pas de tests de significativité des résultats obtenus avec des plans d'expérience).

Il faut en retenir la nécessité de développer une pédagogie de la statistique et de ses méthodes, en particulier dans les milieux industriels. Il faut éviter de décourager les éventuels utilisateurs par un appareillage mathématique trop lourd et pas toujours nécessaire pour les besoins de ces utilisateurs. La recherche de présentations favorisant la compréhension des idées fondamentales est aussi nécessaire. Nous devons et pouvons beaucoup progresser en la matière.

### Bibliographie

- BOX, G. (1988), "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations", *Technometrics*, 30, 1, 1-16.
- BRETILLON, I. et CONSTANT, C. (1989), "Etude de l'humidité finale d'un biscuit après séchage au four à microonde par un plan de type Taguchi", *Revue de Statistique Appliquée*, 37, 2, pp. 79-86.
- COHEN, V. (1989), "Introduction aux plans d'expérience", *Revue de Statistique Appliquée*, 37, 2, pp. 17-45.
- CONSTANT, C. (1989), "La méthodologie Taguchi", *Revue de Statistique Appliquée*, 37, 2, pp. 47-78.
- HUNTER, J.S. (1985), "Statistical Design Applied to Product Design", *Journal of Quality Technology*, 17, 4, 210-221.
- JOBLET, E. et de LARMINAT, E. (1989), "Méthodologie Taguchi appliquée à une étude de surface de réponse", *Revue de Statistique Appliquée*, 37,2, pp. 103-116.
- KACKAR R.N. (1985), "Off-line Quality Control, Parameter Design and the Taguchi Method" (avec discussion), *Journal of Quality Technology*, 17, 4, 176-209.
- LEON, R.V., SHOEMAKER A.C, and KACKAR R.N. (1987), "Performance Measures Independent of Adjustment" (avec discussion), *Technometrics*, 29, 253-285.
- SISSON J.C. et TOURBIER GERMAIN S. (1989), "Mise au point d'une cartouche de chasse avec l'aide de MAGIC PLAN", *Revue de Statistique appliquée*, 37,2, pp. 87-101.
- TAGUCHI G. and PHADKE M.S. (1984), "Quality Engineering Through Design Optimization", *Conference Record (I.E.E.E. Globecom 1984 Conference, Atlanta Georgia)*, Vol. 3, 1106-1113. N.Y..
- TAGUCHI G. (1985), "Qualité Engineering in Japan", *Commun. Statist. Theo. Meth.* 14, 11, 2785-2801.