ANDRÉ VESSEREAU

Les tables de G. J. Resnikoff et G. J. Liberman (loi de t décentrée). Leur application au contrôle par mesures

Revue de statistique appliquée, tome 34, n° 3 (1986), p. 5-20

<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1986__34_3_5_0>

LES TABLES DE G.J. RESNIKOFF ET G.J. LIBERMAN (loi de t décentrée) LEUR APPLICATION AU CONTRÔLE PAR MESURES

André VESSEREAU

1. Généralités
1.1. Position du problème
1.2. La loi de t décentrée
1.3. Les Tables de G.J. RESNIKOFF et G.J. LIBERMAN
2. La courbe d'efficacité lorsque n (effectif d'échantillon) et k (constante d'acceptation) sont connus
3. Détermination des paramètres n et k au moyen de la table « probability intégral of t »
3.1. Données (p_1, $1 - \alpha$), (p_2, β). Détermination de n et k
3.1. a $n \leqslant 25$ ($\nu \leqslant 24$)
3.1. b $25 < n \leqslant 50$ ($24 < \nu \leqslant 49$)
3.1. c $n > 50$ ($\nu > 49$)
3.2. Données n et (p_1, $1 - \alpha$). Détermination de k
3.3. Données n et (p_2, β). Détermination de k
4. Détermination des paramètres n et k au moyen de la table « percentage points of ε »
4.1. Données (p_1, $1 - \alpha$), (p_2, β). Détermination de n et k
4.2. Données n et (p_1, $1 - \alpha$). Détermination de k
4.3. Données n et (p_2, β). Détermination de k
Tables donnant le coefficient d'acceptation k en fonction des couples (p, P) et n = 3 [1] 25, 30, 35, 40, 45, 50

1. GÉNÉRALITÉS

1.1. Position du problème

Cette note traite du contrôle d'un lot par rapport à une seule limite de tolérance, supérieure (T_S) pour fixer les idées. Une unité est défectueuse (ou « non conforme ») si la mesure x obtenue sur celle-ci est supérieure à T_S (x appartient à une loi normale de moyenne μ et écart-type σ inconnus). La proportion de défectueux dans le lot contrôlé est p.

La condition d'acceptation du lot, à partir d'un échantillon d'effectif n pour lequel la moyenne des x_i est $\overline{x}$ et l'écart-type estimé

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n - 1}} \tag{1}$$

est $\overline{x} \leqslant T_S - ks$, k est la « constante d'acceptation ».

Le plan d'échantillonnage défini par (n, k) peut être obtenu de plusieurs façons. On peut se donner :

a) le « point du risque fournisseur » défini par le couple $(p_1, 1 - \alpha)$ et le « point du risque client » défini par (p_2, β); α est le risque du fournisseur associé à $p = p_1$, β est le risque du client associé à $p = p_2$. A partir de ces données on détermine n et k (plus généralement on se donne 2 points de la courbe d'efficacité).

b) l'effectif d'échantillon et le « point du risque fournisseur » $(p_1, 1 - \alpha)$. On détermine k (et éventuellement le « point du risque client » (p_2, β)).

c) l'effectif d'échantillon n et le « point du risque client » (p_2, β).

On détermine k (et éventuellement le « point du risque fournisseur » $(p_1, 1 - \alpha)$).

Lorsque, à partir de l'une ou l'autre de ces conditions, n et k sont connus, la courbe d'efficacité du plan d'échantillonnage, qui représente la probabilité d'acceptation P en fonction de toute valeur de p $(0 \leqslant p \leqslant 1)$, est entièrement déterminée; elle passe en particulier par les points de coordonnées $(p_1, P = 1 - \alpha)$, $(p_2, P = \beta)$.

1.2. La loi de t décentrée

Lorsque l'écart-type σ est connu, la solution des problèmes précédents s'obtient aisément à partir des Tables de la loi normale réduite.

Lorsque σ est estimé par s, la solution est beaucoup moins aisée; elle fait appel à la loi de la « variable t décentrée », que l'on désignera par T'; celle-ci dépend de deux paramètres : ν = nombre de degrés de liberté, et Δ = paramètre de décentrement. La définition est la suivante (U est la variable normale, réduite, χ^2 la variable de Pearson à ν degrés de liberté) :

$$T' = \frac{U + \Delta}{\sqrt{\chi^2/\nu}} = \sqrt{\nu}\left(\frac{U + \Delta}{\sqrt{\chi^2}}\right) \tag{2}$$

Si $\Delta = 0$, on retrouve la loi T de Student qui ne dépend que du nombre de degrés de liberté.

Compte-tenu de la relation $\chi^2/\nu = s^2/\sigma^2$, T' s'écrit :

$$T' = \frac{U + \Delta}{s/\sigma} \tag{3}$$

ou encore

$$\frac{T'}{\sqrt{\nu}} = \frac{U + \Delta}{\sqrt{\nu}\,(s/\sigma)} \tag{4}$$

1.3. Les « Tables of the non-central t distribution » de G.J. RESNIKOFF et G.J. LIBERMAN (1957)

L'emploi de ces Tables, qui sont les plus classiques et sans doute les plus détaillées, présente plusieurs difficultés.

Elles utilisent des notations qui sont fort différentes de celles qui sont adoptées à l'heure actuelle; ainsi (exemples parmi beaucoup d'autres) une valeur particulière de la variable normale réduite est désignée par z, le fractile d'ordre $1 - p$ de cette variable (notation actuelle u_{1-p}) est désigné par K_p.

La fonction de répartition est tabulée sous deux formes. « Probability intégral of t » (c'est-à-dire T') : valeurs, en fonction de ν et x, de $Pr[T/\sqrt{\nu} \leqslant x]$, et « Percentage points of t » : valeurs de x telles que $Pr[T/\sqrt{\nu} \geqslant x] = \varepsilon$, en fonction de ν et d'une sélection de ε de 0,05 à 0,995.

Le paramètre de décentrement est donné en fonction de ν et $K_p = u_{1-p}$, ($\Delta = \sqrt{\nu + 1}\, u_{1-p}$), pour une sélection de valeurs de ν et de p.

Le façon d'entrer dans les Tables (indexation des lignes et des colonnes) nécessite beaucoup d'attention.

Les Tables sont fort volumineuses (389 pages).

Les difficultés qui viennent d'être énumérées ne doivent pas être interprétées comme des critiques. Les auteurs (qu'on désignera dans ce qui suit par R et L) ne disposaient pas en 1957 des moyens de calcul actuels et on ne peut leur reprocher que les notations aient évolué. L'indexation par le paramètre de décentrement à priori inattendu $\delta = \sqrt{f + 1}\, K_p (\Delta = \sqrt{\nu + 1}\, u_{1-p})$ est expliqué dans l'Introduction : « ... the development of these tables was motivated by the necessity of using the non-central t — statistic for problems involving the fraction of normally distributed random variables falling above and/or below specified values. The solution of such problems involves K_p. The particular values of p chosen coïncide with the Acceptable Quality Levels (AQL's) of Military Standard 105A, Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes (*note* : These same values of p will be the AQL's of a new military standard for sampling inspection by variables(1)) ».

Dans la présente note, on s'est efforcé, par une « traduction » des symboles en notations actuelles, et par de nombreux exemples (souvent empruntés à R et L) de rendre l'Introduction aux Tables et les Tables elles-mêmes plus facilement utilisables par les lecteurs de l'année 1986, plus spécialement par ceux qui s'intéressent au contrôle sur échantillon.

A cet égard on fera les remarques suivantes :

- la Table « Probability density of t ... » (pages 33 à 175) n'est guère utile aux praticiens du contrôle,
- la Table « Probability Integral of t ... » (page 179 à 380) n'est utile que pour le tracé des courbes d'efficacité,
- la Table « Percentage points of t ... » (7 pages seulement, 383 à 389) est suffisante pour la plupart des applications au contrôle sur échantillon.

---

(1) Il s'agit du document MIL-STD 414, devenu norme ISO 3951.

2. LA COURBE D'EFFICACITÉ LORSQUE n (EFFECTIF D'ÉCHANTILLON) ET k (CONSTANTE D'ACCEPTATION) SONT CONNUS

Il convient de remarquer que n et k ne sont jamais des données « à priori » d'un plan d'échantillonnage. C'est à partir des conditions :

— $(p_1, 1-\alpha)$, (p_2, β) que n et k sont déterminés (§ 3/1 et 4/1)
— n, $(p_1, 1-\alpha)$ que k est déterminé en complément de n (§ 3/2 et 4/2)
— n, (p_2, β) que k est déterminé en complément de n (§ 3/3 et 4/3)

La condition d'acceptation $\bar{x} \leqslant T_S - ks$ peut s'écrire :

$$\frac{\sqrt{n}\,(T_S - \bar{x})}{s} \geqslant k\sqrt{n}$$

ou encore

$$\left[\frac{\sqrt{n}\,(T_S - \mu)}{\sigma} - \frac{\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu)}{\sigma}\right] \Big/ \frac{s}{\sigma} \geqslant k\sqrt{n} \qquad (5)$$

p désignant la proportion d'unités dépassant T_S dans le lot, on a :

$$\frac{T_S - \mu}{\sigma} = u_{1-p}.$$

D'autre part $\frac{\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu)}{\sigma} = u$ (valeur de la variable normale réduite); la condition (5) s'écrit donc :

$$[\sqrt{n}\,u_{1-p} - u] \Big/ \frac{s}{\sigma} \geqslant k\sqrt{n} \qquad (6)$$

Le rapprochement avec (3) montre que le premier membre n'est autre que la variable t' (t décentrée) avec $\nu = n - 1$ degrés de liberté, et le paramètre de décentrement $\sqrt{n}\,u_{1-p}$, fonction de p.

La condition (6) peut s'écrire sous les formes équivalentes :

$$\frac{1}{\sqrt{n-1}}[\sqrt{n}\,u_{1-p} - u] \Big/ \frac{s}{\sigma} \geqslant k\sqrt{\frac{n}{n-1}} \qquad (7\text{-a})$$

$$\frac{1}{\sqrt{\nu}}[\sqrt{\nu+1}\,u_{1-p} - u] \Big/ \frac{s}{\sigma} \geqslant k\sqrt{\frac{\nu+1}{\nu}} \qquad (7\text{-b})$$

La probabilité d'acceptation P s'exprime donc en fonction de p (courbe d'efficacité) par :

$$P = 1 - P_r\left[\frac{1}{\sqrt{n-1}}\,t'(\nu = n-1, \Delta = \sqrt{n}\,u_{1-p}) \leqslant \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,k\right] \qquad (8)$$

ou, en posant, selon la notation de R et L, $x = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,k$

$$P = 1 - P_r\left[\frac{t'}{\sqrt{n-1}}(\nu, \Delta) \leqslant x\right] \qquad \begin{cases} \nu = n - 1 \\ \Delta = \sqrt{n}\,u_{1-p} \end{cases} \qquad (9)$$

La Table de « Probability Intégral of t » (pages 179 à 380) donne les valeurs de x pour :

$$\begin{cases} \nu = 2 \text{ à } 24, 29, 34, 39, 44, 49 \\ p \text{ (déterminant } \Delta \text{ selon (9))} = 0{,}25 - 0{,}15 - 0{,}10 - 0{,}065 - 0{,}040 - \\ \qquad 0{,}025 - 0{,}010 - 0{,}004 - 0{,}0025 - 0{,}0010 \end{cases}$$

— qui sont des « preferred AQL » de ISO 3951

Exemple 1 (emprunté à R et L)

$n = 10$, $k = 1{,}72$ (plan de lettre code F, NQA = 1, de ISO 3951)

$$x = \sqrt{\frac{10}{9}} \times 1{,}72 = 1{,}813$$

Pour $\nu = n - 1 = 9$, et $x = 1{,}813$, on trouve, page 313 de R et L, après interpolation linéaire entre $x = 1{,}80$ et $x = 1{,}85$:

p	1 − P	P
p = 0,25	1 − P = 0,9785	P = 0,0215
0,15	0,8962	0,1038
0,10	0,7758	0,2242
0,065	0,6149	0,3851
0,040	0,4315	0,5685
0,025	0,2823	0,7177
0,010	0,1024	0,8976
0,004	0,0308	0,9692
0,0025	0,0157	0,9843
0,0010	0,0039	0,9961

3. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES n ET k AU MOYEN DE LA TABLE « PROBABILITY INTÉGRAL OF t » (page 179 à 380)

Cette Table convient au cas général ($1 - \alpha$ et β quelconques), les valeurs de p étant limitées aux 10 valeurs ci-dessus.

3.1. Données (p_1, $1 - \alpha$), (p_2, β) — Détermination de n et k

3.1.a) $n \leqslant 25$ ($\nu \leqslant 24$)

Comme n est inconnu (c'est l'un des paramètres à déterminer) la condition $2 \leqslant \nu \leqslant 24$ signifie que la solution peut être trouvée dans la partie des Tables ou ν prend toutes les valeurs de $\nu = 2$ ($n = 3$) à $\nu = 24$ ($n = 25$).

On recherche les degrés de liberté ν et $\nu' = \nu + 1$ pour lesquels on trouve dans la 1ère colonne de la Table une valeur x satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\text{pour } \nu \begin{cases} \text{si } p = p_1 \text{ cette valeur est } \geqslant \alpha \\ \text{si } p = p_2 \text{ cette valeur est } \leqslant 1 - \beta \end{cases}$$

$$\text{pour } \nu' = \nu + 1 \begin{cases} \text{si } p = p_1 \text{ cette valeur est } \leqslant \alpha \\ \text{si } p = p_2 \text{ cette valeur est } \geqslant 1 - \beta \end{cases}$$

On prend pour ν la valeur ν', d'où $n = \nu' + 1$; on obtient ensuite x par interpolation linéaire donnant la valeur α dans la colonne référencée par la valeur de p_1, puis $k = \sqrt{\frac{n-1}{n}}\, x$. On obtient ainsi un ajustement à la condition $(p_1, 1-\alpha)$; pour $p = p_2$ on a $\beta' \leqslant \beta$.

Exemple 2 $(p_1 = 0{,}010,\ 1-\alpha = 0{,}99)$, $(p_2 = 0{,}15,\ \beta = 0{,}10)$
(Exemple emprunté à R et L)

pour $\nu = 16$, $x = 1{,}55$ à $p_1 = 0{,}01$ correspond $\alpha' = 0{,}0104 > \alpha$
$p_2 = 0{,}15$ correspond $1-\beta' = 0{,}8936 < 1-\beta$

pour $\nu = 17$, $x = 1{,}55$ à $p_1 = 0{,}01$ correspond $\alpha' = 0{,}009 < \alpha$
$p_2 = 0{,}15$ correspond $1-\beta' = 0{,}9022 > 1-\beta$

On adopte $\nu = 17$, d'où $n = 18$. Par interpolation linéaire la valeur de x correspondant à $\alpha = 0{,}01$ est :

$$1{,}55 + 0{,}05\,\frac{0{,}0010}{0{,}0051} = 1{,}56$$

La constante d'acceptation est

$$k = 1{,}56\sqrt{\frac{n-1}{n}} = 1{,}56\sqrt{\frac{17}{18}} = 1{,}516$$

Les paramètres du plan sont $(n = 18,\ k = 1{,}516)$.

3.1.b) 25 < n ⩽ 50 (24 < ν ⩽ 49)

(A partir de $\nu = 24$, les valeurs de ν dans la Table de R et L sont espacées de 5 en 5 : $\nu = 24 - 29 - 34 - 39 - 44 - 49$, soit $n = 25 - 30 - 35 - 40 - 45 - 50$)

On détermine une valeur approchée de n par la formule

$$n' = \frac{2\,(u_{1-\alpha} + u_{1-\beta})^2 + (u_{1-\alpha}\,u_{1-p_2} + u_{1-\beta}\,u_{1-p_1})^2}{2\,(u_{1-p_1} - u_{1-p_2})^2} \tag{10}$$

(on prend pour n' la valeur entière immédiatement supérieure à la valeur donnée par la formule).

On consulte la Table de R et L pour les deux valeurs ν tabulées encadrant n'; on en déduit les valeurs de ν et x (d'où n et k) par une série d'interpolations qui sont exposées dans l'exemple ci-après :

Exemple 3 (emprunté à R et L)

$$[p_1 = 0{,}065,\ 1-\alpha = 0{,}99],\ [p_2 = 0{,}25;\ \beta = 0{,}04]$$

La formule (10) donne $n' = 36$ encadré par $\nu^- = 34$, $\nu^+ = 39$. Pour $\nu^- = 34$ et $p_1 = 0{,}065$ on trouve, pour $x = 1{,}00$ et $x = 1{,}05$, les valeurs 0,0051 et 0,0108 encadrant $\alpha = 0{,}01$; d'où par interpolation, pour $\alpha = 0{,}01$, $x = 1{,}043$; pour $x = 1{,}043$ et $p_2 = 0{,}25$ on trouve (par interpolation) $1-\beta = 0{,}9507$.

De la même façon, pour $\nu^+ = 39$ et $p_1 = 0{,}065$ on trouve, pour $x = 1{,}05$ et $x = 1{,}10$, les valeurs 0,0073 et 0,0155 encadrant $\alpha = 0{,}01$, d'où par interpolation, pour $\alpha = 0{,}01$, $x = 1{,}066$ et $1-\beta = 0{,}9698$.

Pour $\nu = 36$, par une nouvelle interpolation sur les deux paires

$$(\nu^- = 34)\ x = 1{,}043 \qquad (\nu^+ = 39)\ x = 1{,}066$$
$$1 - \beta = 0{,}9507 \qquad 1 - \beta + 0{,}9698$$

on obtient $x = 1{,}052 \quad 1 - \beta = 0{,}9583$.

On en déduit pour l'effectif d'échantillon $n = \nu + 1 = 37$ et pour la constante d'acceptation $k = \sqrt{\frac{36}{37}} \times 1{,}052 = 1{,}038$.

La courbe d'efficacité du plan défini par ces valeurs ($n = 37$, $k = 1{,}038$) passe par le « point du risque fournisseur » ($p_1 = 0{,}065$, $1 - \alpha = 0{,}99$) et le « point du risque client » ($p_2 = 0{,}25$, $\beta = 0{,}0417$). Avec cependant une certaine incertitude sur les dernières décimales, due à la suite d'interpolations linéaires effectuées.

3.1.c) Méthode pour n > 50 (ν > 49)

Lorsque les méthodes décrites précédemment conduisent à $\nu > 49$, on utilise l'approximation classique ci-après :

La constante d'acceptation k est obtenue, en fonction des couples (p_1, $1 - \alpha$), (p_2, β), au moyen de la formule qui s'applique lorsque l'écart-type σ est connu :

$$k = \frac{u_{1-\alpha}\, u_{1-p_2} + u_{1-\beta}\, u_{1-p_1}}{u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}} \tag{11}$$

L'effectif d'échantillon s'obtient en multipliant par $1 + k^2/2$ l'effectif convenant au cas où σ est connu, soit :

$$n = \left(1 + \frac{k^2}{2}\right) \left[\frac{u_{1-\alpha} + u_{1-\beta}}{u_{1-p_1} - u_{1-p_2}}\right]^2 \tag{12}$$

(arrondi à l'entier immédiatement supérieur).

Exemple 4 [$p_1 = 0{,}001$, $1 - \alpha = 0{,}95$], [$p_2 = 0{,}0136$, $\beta = 0{,}10$]

$u_{1-p_1} = 3{,}0902$, $u_{1-\alpha} = 1{,}6449$, $u_{1-p_2} = 2{,}2089$, $u_{1-\beta} = 1{,}2816$. Les formules (11) et (12) donnent :

$$n = 49 \quad k = 2{,}59$$

Le plan défini par ces conditions est le plan de lettre-code K, AQL = 0,10, de ISO 3951, où l'on donne les valeurs très voisines $n = 50$, $k = 2{,}60$ — Noter que pour $n = 50$ ($\nu = 49$) on est à la limite du domaine couvert par la Table de R et L, ainsi que pour $p_1 = 0{,}001$ — Mais $p_2 = 0{,}0136$ obligerait à une interpolation bien hasardeuse entre 0,010 et 0,025.

3.2. Données n et (p_1, $1 - \alpha$) — Détermination de k

On consulte la Table de R et L pour $\nu = n - 1$, et on obtient k au moyen d'une interpolation très simple.

Exemple 5 $n = 15\ (p_1 = 0{,}01,\ 1 - \alpha = 0{,}95)$

Avec $\nu = n - 1 = 14$, on trouve :

pour $x = 1{,}70$ associé à $p = 0{,}01$ $\alpha^- = 0{,}0404$
pour $x = 1{,}75$ associé à $p = 0{,}01$ $\alpha^+ = 0{,}0542$

D'où par interpolation, pour $\alpha = 0{,}05$, $x = 1{,}735$, et

$$k = \sqrt{\frac{14}{15}} \times 1{,}735 = 1{,}676$$

3.3. Données n et (p_2, β) — Détermination de k

La méthode est la même qu'en 3.2.

Exemple 6 $n = 16\ (p_2 = 0{,}04,\ \beta = 0{,}10)$

Pour $\nu = 15$, on trouve :

pour $x = 2{,}50$ associé à $p = 0{,}04$ $(1 - \beta)^- = 0{,}8962$
pour $x = 2{,}55$ associé à $p = 0{,}04$ $(1 - \beta)^+ = 0{,}9058$

D'où par interpolation, pour $1 - \beta = 0{,}90$, $x = 2{,}514$ et

$$k = \sqrt{\frac{15}{16}} \times 2{,}514 = 2{,}434$$

4. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES n ET k AU MOYEN DE LA TABLE « PERCENTAGE POINTS OF ε » (pages 383 à 389)

Cette table donne les valeurs de

$$k' = \sqrt{\frac{n+1}{n}}\, k$$

(d'où $k = \sqrt{\dfrac{n}{n+1}}\, k'$) pour les valeurs suivantes :

$\nu\,(= n - 1) = 2$ à 24 — 29 — 34 — 39 — 44 — 49
$p = 0{,}25$ — 0,15 — 0,10 — 0,065 — 0,040 — 0,025 — 0,010 — 0,004 — 0,0025 — 0,001
ε (probabilité d'acceptation) = 0,995 — 0,99 — 0,95 — 0,75 — 0,50 — 0,25 — 0,10 — 0,05 — 0,01 — 0,005

Il nous paraît plus aisé, pour le praticien, d'indexer directement la Table par l'effectif d'échantillon $n\ (= \nu + 1)$, et d'y inscrire les valeurs du coefficient d'acceptation k. C'est ce que nous avons fait dans les Tables données en annexe, avec les modifications et simplifications ci-après :

— la notation ε est remplacé par la notation P (probabilité d'acceptation),
— les valeurs de $P\,(= \varepsilon)$ et p ont été exprimées en %,

— on a supprimé la ligne $p = 0{,}25$ (25 %) et les colonnes $P (= \varepsilon) = 0{,}75$ (75 %) et 0,25 (25 %) qui ont peu d'intérêt pratique.

4.1. Données (p_1, $1 - \alpha$), (p_2, β) — Détermination de n et k

On recherche les valeurs consécutives $n - 1$ et n telles que pour $n - 1$, la valeur k lue pour ($P = 1 - \alpha$, $p = p_1$) est inférieure à celle lue pour ($P = \beta$, $p = p_2$) et que pour n cette condition est inversée (« supérieure » au lieu de « inférieure »). C'est cette dernière valeur qui est adoptée. On obtient ainsi l'ajustement au point (p_1, $1 - \alpha$); pour $p = p_2$ on a $\beta' \leqslant \beta$.

Exemple 7 (emprunté à R et L)

$$(p_1 = 1\,\%,\ P = 1 - \alpha = 99\,\%),\ (p_2 = 15\,\%,\ P = \beta = 10\,\%).$$

pour $n = 17$, $p = 1\,\%$, $P = 99\,\%$ on lit $k = 1{,}499$
$p = 15\,\%$, $P = 10\,\%$ on lit $k = 1{,}519 > 1{,}499$

pour $n = 18$, $p = 1\,\%$, $P = 99\,\%$ on lit $k = 1{,}157$
$p = 15\,\%$, $P = 10\,\%$ on lit $k = 1{,}501 < 1{,}517$

D'où $n = 18$ $k = 1{,}517$

4.2. Données n et (p_1, $1 - \alpha$) — Détermination de k

La Table indexée par la valeur fixée pour n donne directement le coefficient d'acceptation k à l'intersection des ligne et colonne $p = p_1$, $P = 1 - \alpha$.

Exemple 8 $n = 16$, $p_1 = 1\,\%$ $1 - \alpha = 95\,\%$

La Table $n = 16$ donne directement $k = 1{,}693$.

4.3. Données n et (p_2, β) — Détermination de k

La méthode est la même, en entrant dans la Table (n) aux ligne et colonne $p = p_2$, $P = \beta$.

Exemple 9 $n = 8$, $p_2 = 10\,\%$ $\beta = 10\,\%$

La Table $n = 8$ donne $k = 2{,}219$.

TABLES ANNEXES

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 3	0,10	1,102	1,223	1,626	1,907	3,688	9,651	13,857	—	—
	0,25	0,948	1,066	1,446	1,707	3,346	8,792	12,628	—	—
	0,40	0,863	0,977	1,346	1,597	3,158	8,323	11,957	—	—
	1,00	0,672	0,781	1,130	1,361	2,765	7,340	10,552	—	—
	2,50	0,425	0,540	0,875	1,087	2,320	6,243	8,986	—	—
	4,00	0,260	0,383	0,720	0,924	2,067	5,622	8,100	—	—
	6,50	0,027	0,176	0,535	0,733	1,780	4,929	7,110	—	—
	10,0	—	—	0,335	0,535	1,498	4,258	6,158	—	—
	15,0	—	—	0,095	0,309	1,204	3,569	5,174	—	—

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 4	0,10	1,272	1,387	1,768	2,022	3,464	7,128	9,215	—	—
	0,25	1,112	1,221	1,578	1,814	3,145	6,500	8,407	—	—
	0,40	1,021	1,128	1,472	1,700	2,970	6,156	7,962	—	—
	1,00	0,820	0,924	1,246	1,455	2,601	5,437	7,042	—	—
	2,50	0,578	0,678	0,982	1,173	2,186	4,637	6,015	—	—
	4,00	0,422	0,525	0,825	1,008	1,949	4,184	5,436	—	—
	6,50	0,223	0,335	0,639	0,815	1,682	3,678	4,788	—	—
	10,0	—	0,123	0,444	0,617	1,419	3,187	4,163	—	—
	15,0	—	—	0,219	0,397	1,143	2,684	3,520	—	—

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 5	0,10	1,399	1,510	1,871	2,106	3,362	6,112	7,501	—	—
	0,25	1,229	1,334	1,673	1,893	3,052	5,573	6,847	—	—
	0,40	1,135	1,239	1,564	1,775	2,883	5,281	6,488	—	—
	1,00	0,928	1,027	1,331	1,524	2,526	4,666	5,741	—	—
	2,50	0,685	0,777	1,061	1,237	2,124	3,981	4,908	—	—
	4,00	0,530	0,624	0,901	1,069	1,895	3,594	4,437	—	—
	6,50	0,341	0,438	0,713	0,874	1,636	3,161	3,914	—	—
	10,0	0,131	0,238	0,519	0,675	1,382	2,742	3,407	—	—
	15,0	—	—	0,300	0,456	1,114	2,310	2,885	—	—

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 6	0,10	1,497	1,607	1,950	2,172	3,304	5,556	6,612	9,539	11,091
	0,25	1,324	1,425	1,747	1,954	3,000	5,066	6,034	8,718	10,133
	0,40	1,224	1,324	1,635	1,833	2,833	4,800	5,719	8,277	9,608
	1,00	1,014	1,107	1,397	1,578	2,483	4,242	5,062	7,334	8,535
	2,50	0,765	0,853	1,121	1,286	2,089	3,620	4,330	6,287	7,303
	4,00	0,611	0,698	0,959	1,116	1,864	3,268	3,915	5,705	6,618
	6,50	0,426	0,515	0,770	0,919	1,610	2,875	3,452	5,044	5,859
	10,0	0,225	0,318	0,575	0,719	1,360	2,494	3,006	4,408	5,135
	15,0	—	0,089	0,358	0,501	1,098	2,100	2,547	3,760	4,382

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 7	0,10	1,577	1,683	2,014	2,225	3,265	5,201	6,061	8,348	9,490
	0,25	1,399	1,497	1,807	2,003	2,965	4,744	5,534	7,622	8,680
	0,40	1,299	1,393	1,692	1,880	2,801	4,495	5,245	7,233	8,240
	1,00	1,082	1,173	1,449	1,622	2,455	3,972	4,641	6,411	7,284
	2,50	0,829	0,914	1,169	1,326	2,066	3,389	3,969	5,499	6,272
	4,00	0,675	0,759	1,005	1,154	1,844	3,059	3,589	4,988	5,694
	6,50	0,491	0,574	0,814	0,955	1,593	2,690	3,165	4,413	5,027
	10,0	0,296	0,381	0,618	0,755	1,346	2,333	2,755	3,856	4,413
	15,0	0,064	0,157	0,403	0,536	1,087	1,963	2,333	3,293	3,764

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 8	0,10	1,645	1,747	2,067	2,268	3,239	4,955	5,686	7,566	8,465
	0,25	1,460	1,557	1,856	2,043	2,941	4,518	5,192	6,911	7,734
	0,40	1,359	1,453	1,740	1,919	2,778	4,280	4,920	6,558	7,343
	1,00	1,139	1,227	1,493	1,658	2,436	3,783	4,353	5,811	6,525
	2,50	0,884	0,963	1,209	1,358	2,050	3,226	3,723	4,986	5,597
	4,00	0,729	0,808	1,043	1,184	1,830	2,913	3,367	4,522	5,083
	6,50	0,545	0,623	0,851	0,985	1,581	2,560	2,968	3,999	4,490
	10,0	0,352	0,430	0,655	0,783	1,337	2,219	2,582	3,496	3,941
	15,0	0,125	0,210	0,440	0,564	1,079	1,865	2,184	2,982	3,367

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 9	0,10	1,703	1,803	2,112	2,305	3,220	4,772	5,414	7,014	7,778
	0,25	1,516	1,608	1,898	2,078	2,924	4,351	4,941	6,411	7,102
	0,40	1,411	1,502	1,781	1,953	2,761	4,122	4,683	6,081	6,741
	1,00	1,190	1,273	1,530	1,689	2,421	3,641	4,143	5,389	5,987
	2,50	0,929	1,008	1,244	1,386	2,038	3,106	3,542	4,620	5,138
	4,00	0,773	0,849	1,076	1,211	1,820	2,802	3,202	4,189	4,655
	6,50	0,590	0,665	0,882	1,010	1,573	2,463	2,822	3,705	4,123
	10,0	0,397	0,472	0,685	0,808	1,329	2,133	2,454	3,242	3,611
	15,0	0,175	0,255	0,470	0,588	1,074	1,791	2,073	2,762	3,082

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n=10	0,10	1,752	1,850	2,151	2,338	3,205	4,629	5,203	6,603	7,257
	0,25	1,562	1,655	1,934	2,108	2,911	4,220	4,748	6,034	6,641
	0,40	1,457	1,546	1,816	1,982	2,749	3,998	4,501	5,724	6,294
	1,00	1,231	1,314	1,562	1,714	2,411	3,532	3,981	5,075	5,581
	2,50	0,968	1,045	1,273	1,410	2,029	3,011	3,402	4,352	4,791
	4,00	0,812	0,886	1,104	1,234	1,812	2,716	3,075	3,943	4,337
	6,50	0,629	0,699	0,909	1,031	1,565	2,386	2,709	3,489	3,842
	10,0	0,435	0,508	0,712	0,828	1,324	2,065	2,355	3,048	3,368
	15,0	0,217	0,291	0,495	0,609	1,070	1,733	1,987	2,597	2,875

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 11	0,10	1,798	1,893	2,185	2,366	3,193	4,515	5,036	6,284	6,865
	0,25	1,606	1,694	1,967	2,134	2,899	4,115	4,596	5,745	6,277
	0,40	1,498	1,584	1,846	2,007	2,739	3,899	4,355	5,448	5,947
	1,00	1,270	1,349	1,590	1,737	2,402	3,444	3,852	4,828	5,276
	2,50	1,003	1,077	1,299	1,431	2,022	2,936	3,291	4,143	4,529
	4,00	0,847	0,917	1,128	1,254	1,805	2,648	2,974	3,752	4,100
	6,50	0,661	0,730	0,932	1,051	1,560	2,325	2,619	3,318	3,632
	10,0	0,469	0,538	0,734	0,847	1,320	2,012	2,275	2,897	3,177
	15,0	0,253	0,322	0,518	0,626	1,066	1,686	1,919	2,465	2,710

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 12	0,10	1,837	1,931	2,215	2,390	3,183	4,420	4,900	6,032	6,542
	0,25	1,642	1,729	1,995	2,157	2,890	4,030	4,471	5,512	5,984
	0,40	1,534	1,617	1,874	2,029	2,731	3,816	4,237	5,229	5,671
	1,00	1,303	1,380	1,616	1,758	2,395	3,371	3,747	4,633	5,026
	2,50	1,033	1,107	1,321	1,450	2,016	2,872	3,201	3,969	4,317
	4,00	0,875	0,946	1,150	1,271	1,800	2,590	2,891	3,599	3,916
	6,50	0,690	0,757	0,953	1,067	1,556	2,274	2,546	3,179	3,465
	10,0	0,498	0,565	0,754	0,863	1,316	1,966	2,210	2,773	3,024
	15,0	0,283	0,349	0,537	0,641	1,064	1,647	1,862	2,359	2,579

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 13	0,10	1,873	1,964	2,243	2,412	3,175	4,341	4,787	5,826	6,293
	0,25	1,677	1,761	2,020	2,178	2,883	3,957	4,367	5,320	5,753
	0,40	1,567	1,648	1,898	2,048	2,724	3,748	4,138	5,044	5,452
	1,00	1,333	1,408	1,638	1,776	2,388	3,310	3,659	4,472	4,832
	2,50	1,063	1,132	1,342	1,466	2,011	2,820	3,125	3,834	4,151
	4,00	0,903	0,970	1,169	1,287	1,796	2,542	2,822	3,471	3,757
	6,50	0,716	0,782	0,971	1,082	1,553	2,231	2,484	3,067	3,322
	10,0	0,524	0,588	0,771	0,877	1,313	1,928	2,155	2,677	2,908
	15,0	0,309	0,374	0,554	0,655	1,062	1,614	1,816	2,275	2,474

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 14	0,10	1,906	1,996	2,267	2,432	3,168	4,274	4,690	5,651	6,083
	0,25	1,705	1,789	2,043	2,196	2,877	3,895	4,279	5,161	5,552
	0,40	1,597	1,675	1,920	2,067	2,718	3,690	4,054	4,894	5,263
	1,00	1,360	1,435	1,658	1,793	2,384	3,257	3,585	4,336	4,674
	2,50	1,087	1,156	1,361	1,481	2,007	2,774	3,060	3,714	4,007
	4,00	0,927	0,993	1,187	1,302	1,792	2,501	2,764	3,365	3,629
	6,50	0,738	0,803	0,988	1,096	1,550	2,193	2,431	2,973	3,209
	10,0	0,547	0,608	0,787	0,889	1,311	1,895	2,108	2,592	2,805
	15,0	0,333	0,396	0,570	0,668	1,059	1,585	1,775	2,202	2,386

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 15	0,10	1,937	2,023	2,290	2,451	3,163	4,215	4,607	5,507	5,893
	0,25	1,734	1,815	2,065	2,213	2,872	3,842	4,202	5,029	5,385
	0,40	1,621	1,702	1,940	2,083	2,714	3,638	3,982	4,767	5,111
	1,00	1,383	1,457	1,677	1,808	2,379	3,212	3,520	4,224	4,531
	2,50	1,111	1,178	1,377	1,495	2,004	2,735	3,005	3,615	3,880
	4,00	0,950	1,013	1,203	1,314	1,789	2,465	2,713	3,274	3,518
	6,50	0,761	0,823	1,003	1,107	1,547	2,162	2,385	2,892	3,112
	10,0	0,567	0,630	0,802	0,901	1,308	1,866	2,068	2,521	2,717
	15,0	0,353	0,415	0,585	0,679	1,058	1,560	1,740	2,139	2,314

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 16	0,10	1,965	2,050	2,310	2,467	3,157	4,164	4,534	5,374	5,741
	0,25	1,759	1,840	2,084	2,229	2,868	3,795	4,136	4,908	5,249
	0,40	1,648	1,724	1,958	2,098	2,709	3,594	3,918	4,656	4,977
	1,00	1,408	1,479	1,693	1,821	2,376	3,172	3,463	4,124	4,406
	2,50	1,131	1,197	1,392	1,508	2,001	2,700	2,956	3,530	3,776
	4,00	0,970	1,031	1,217	1,326	1,786	2,433	2,668	3,195	3,424
	6,50	0,781	0,840	1,017	1,118	1,544	2,134	2,346	2,822	3,023
	10,0	0,587	0,647	0,815	0,912	1,307	1,842	2,032	2,458	2,640
	15,0	0,374	0,433	0,597	0,689	1,056	1,539	1,708	2,086	2,244

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 17	0,10	1,989	2,073	2,329	2,483	3,153	4,118	4,471	5,268	5,605
	0,25	1,782	1,863	2,100	2,243	2,864	3,753	4,078	4,807	5,122
	0,40	1,669	1,746	1,975	2,112	2,706	3,555	3,863	4,560	4,860
	1,00	1,430	1,499	1,709	1,835	2,373	3,136	3,415	4,038	4,302
	2,50	1,151	1,216	1,407	1,519	1,998	2,671	2,913	3,457	3,687
	4,00	0,987	1,049	1,231	1,337	1,784	2,406	2,629	3,128	3,340
	6,50	0,798	0,857	1,029	1,129	1,543	2,108	2,311	2,759	2,953
	10,0	0,603	0,662	0,828	0,922	1,305	1,820	2,001	2,405	2,576
	15,0	0,393	0,448	0,609	0,699	1,055	1,519	1,681	2,037	2,191

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 18	0,10	2,011	2,096	2,347	2,498	3,150	4,078	4,415	5,167	5,491
	0,25	1,805	1,883	2,117	2,257	2,860	3,716	4,026	4,717	5,015
	0,40	1,690	1,766	1,991	2,124	2,703	3,519	3,814	4,474	4,753
	1,00	1,448	1,517	1,723	1,845	2,370	3,106	3,370	3,961	4,213
	2,50	1,170	1,231	1,419	1,530	1,996	2,643	2,875	3,388	3,608
	4,00	1,004	1,065	1,243	1,347	1,782	2,381	2,594	3,067	3,266
	6,50	0,813	0,873	1,041	1,138	1,541	2,086	2,279	2,707	2,886
	10,0	0,619	0,677	0,839	0,930	1,303	1,800	1,974	2,357	2,522
	15,0	0,407	0,463	0,619	0,707	1,053	1,501	1,656	1,996	2,138

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 19	0,10	2,032	2,116	2,363	2,510	3,146	4,041	4,364	5,078	5,385
	0,25	1,825	1,902	2,132	2,269	2,858	3,683	3,980	4,639	4,915
	0,40	1,711	1,783	2,005	2,136	2,700	3,487	3,770	4,396	4,665
	1,00	1,466	1,534	1,736	1,856	2,367	3,078	3,331	3,893	4,130
	2,50	1,186	1,247	1,431	1,539	1,994	2,618	2,840	3,329	3,540
	4,00	1,022	1,079	1,255	1,356	1,780	2,358	2,563	3,014	3,206
	6,50	0,830	0,887	1,051	1,147	1,540	2,066	2,251	2,659	2,831
	10,0	0,638	0,691	0,849	0,938	1,302	1,781	1,949	2,315	2,468
	15,0	0,420	0,475	0,630	0,714	1,053	1,485	1,634	1,958	2,093

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 20	0,10	2,054	2,135	2,378	2,522	3,143	4,009	4,319	5,003	5,296
	0,25	1,843	1,920	2,146	2,281	2,855	3,653	3,938	4,565	4,832
	0,40	1,729	1,802	2,019	2,147	2,697	3,459	3,729	4,329	4,581
	1,00	1,483	1,550	1,750	1,866	2,366	3,052	3,295	3,832	4,058
	2,50	1,200	1,262	1,443	1,548	1,992	2,597	2,809	3,279	3,478
	4,00	1,036	1,094	1,265	1,365	1,779	2,337	2,534	2,965	3,147
	6,50	0,844	0,990	1,061	1,155	1,538	2,048	2,226	2,614	2,778
	10,0	0,548	0,703	0,858	0,946	1,301	1,765	1,926	2,275	2,424
	15,0	0,437	0,489	0,639	0,722	1,052	1,471	1,615	1,925	2,054

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 21	0,10	2,072	2,153	2,392	2,534	3,140	3,979	4,276	4,932	5,205
	0,25	1,863	1,936	2,159	2,291	2,853	3,625	3,900	4,500	4,758
	0,40	1,746	1,818	2,031	2,158	2,694	3,432	3,694	4,268	4,510
	1,00	1,499	1,565	1,761	1,877	2,364	3,028	2,262	3,776	3,994
	2,50	1,214	1,276	1,453	1,557	1,991	2,575	2,781	3,231	3,421
	4,00	1,048	1,107	1,276	1,373	1,777	2,320	2,509	2,923	3,095
	6,50	0,854	0,912	1,072	1,162	1,537	2,031	2,203	2,576	2,733
	10,0	0,661	0,714	0,867	0,953	1,300	1,750	1,905	2,241	2,383
	15,0	0,449	0,501	0,647	0,729	1,051	1,458	1,597	1,893	2,018

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 22	0,10	2,091	2,170	2,405	2,545	3,138	3,952	4,238	4,865	5,129
	0,25	1,880	1,953	2,172	2,301	2,850	3,600	3,865	4,441	4,683
	0,40	1,763	1,832	2,043	2,167	2,693	3,409	3,661	4,211	4,445
	1,00	1,514	1,579	1,771	1,885	2,361	3,007	3,233	3,727	3,934
	2,50	1,229	1,288	1,463	1,565	1,989	2,557	2,756	3,188	3,366
	4,00	1,061	1,119	1,284	1,381	1,776	2,302	2,485	2,882	3,047
	6,50	0,868	0,923	1,080	1,169	1,536	2,016	2,182	2,540	2,691
	10,0	0,675	0,725	0,875	0,960	1,299	1,736	1,887	2,208	2,341
	15,0	0,460	0,511	0,656	0,736	1,050	1,446	1,580	1,867	1,984

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 23	0,10	2,110	2,186	2,418	2,556	3,136	3,927	4,203	4,806	5,064
	0,25	1,893	1,968	2,183	2,311	2,848	3,578	3,833	4,387	4,625
	0,40	1,776	1,847	2,055	2,176	2,691	3,387	3,630	4,159	4,382
	1,00	1,529	1,591	1,782	1,893	2,360	2,987	3,206	3,680	3,881
	2,50	1,241	1,300	1,472	1,573	1,987	2,540	2,732	3,146	3,320
	4,00	1,076	1,131	1,293	1,387	1,775	2,287	2,464	2,845	3,003
	6,50	0,883	0,934	1,088	1,177	1,534	2,002	2,162	2,508	2,650
	10,0	0,688	0,737	0,883	0,966	1,299	1,724	1,869	2,179	2,310
	15,0	0,469	0,518	0,662	0,741	1,049	1,435	1,565	1,841	1,952

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 24	0,10	2,125	2,202	2,430	2,565	3,134	3,904	4,171	4,755	4,999
	0,25	1,911	1,981	2,194	2,319	2,847	3,557	3,803	4,339	4,566
	0,40	1,790	1,861	2,065	2,185	2,689	3,367	3,603	4,115	4,324
	1,00	1,542	1,604	1,791	1,901	2,358	2,969	3,181	3,638	3,830
	2,50	1,253	1,310	1,481	1,579	1,986	2,525	2,711	3,110	3,279
	4,00	1,085	1,140	1,301	1,394	1,774	2,272	2,443	2,813	2,968
	6,50	0,892	0,945	1,095	1,183	1,534	1,989	2,144	2,478	2,618
	10,0	0,697	0,747	0,891	0,972	1,298	1,712	1,853	2,154	2,278
	15,0	0,479	0,532	0,670	0,747	1,049	1,424	1,551	1,817	1,927

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 25	0,10	2,139	2,215	2,441	2,574	3,132	3,882	4,143	4,706	4,942
	0,25	1,924	1,995	2,205	2,328	2,844	3,536	3,776	4,295	4,513
	0,40	1,805	1,873	2,074	2,193	2,688	3,348	3,576	4,069	4,273
	1,00	1,554	1,617	1,801	1,909	2,357	2,952	3,158	3,601	3,788
	2,50	1,265	1,323	1,489	1,586	1,985	2,510	2,691	3,077	3,238
	4,00	1,094	1,150	1,309	1,400	1,772	2,258	2,425	2,781	2,931
	6,50	0,901	0,952	1,103	1,188	1,533	1,976	2,127	2,449	2,585
	10,0	0,702	0,754	0,897	0,978	1,297	1,702	1,838	2,129	2,247
	15,0	0,493	0,542	0,676	0,752	1,048	1,415	1,537	1,796	1,902

	P % / p %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 30	0,10	2,203	2,276	2,488	2,612	3,125	3,794	4,022	4,508	4,708
	0,25	1,984	2,052	2,249	2,364	2,838	3,456	3,666	4,113	4,299
	0,40	1,864	1,928	2,118	2,228	2,681	3,271	2,472	3,898	4,069
	1,00	1,607	1,667	1,840	1,940	2,352	2,884	3,064	3,446	3,603
	2,50	1,314	1,367	1,524	1,614	1,981	2,450	2,608	2,944	3,080
	4,00	1,144	1,194	1,342	1,427	1,769	2,204	2,350	2,659	2,784
	6,50	0,944	0,995	1,135	1,213	1,530	1,927	2,060	2,340	2,455
	10,0	0,746	0,795	0,927	1,002	1,295	1,657	1,778	2,029	2,131
	15,0	0,531	0,575	0,705	0,775	1,046	1,375	1,484	1,708	1,800

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 35	0,10	2,256	2,326	2,527	2,643	3,119	3,730	3,934	4,364	4,539
	0,25	2,034	2,097	2,285	2,392	2,834	3,396	3,585	3,982	4,144
	0,40	1,911	1,973	2,152	2,255	2,677	3,214	3,393	3,772	3,925
	1,00	1,649	1,705	1,371	1,965	2,348	2,833	2,994	3,334	3,473
	2,50	1,352	1,404	1,552	1,637	1,978	2,406	2,548	2,845	2,967
	4,00	1,183	1,230	1,369	1,448	1,766	2,163	2,295	2,569	2,679
	6,50	0,983	1,026	1,159	1,233	1,528	1,890	2,010	2,260	2,360
	10,0	0,776	0,823	0,951	1,020	1,292	1,623	1,732	1,957	2,047
	15,0	0,560	0,603	0,726	0,792	1,045	1,348	1,443	1,645	1,725

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 40	0,10	2,301	2,367	2,558	2,668	3,115	3,679	3,866	4,255	4,410
	0,25	2,076	2,135	2,314	2,416	2,830	3,350	3,522	3,881	4,027
	0,40	1,949	2,008	2,179	2,277	2,674	3,170	3,334	3,677	3,812
	1,00	1,687	1,740	1,896	1,986	2,345	2,793	2,941	3,250	3,371
	2,50	1,387	1,435	1,575	1,655	1,976	2,371	2,501	2,771	2,878
	4,00	1,206	1,254	1,390	1,465	1,765	2,131	2,251	2,501	2,599
	6,50	1,003	1,052	1,179	1,249	1,526	1,861	1,971	2,197	2,289
	10,0	0,801	0,849	0,969	1,036	1,292	1,598	1,697	1,902	1,984
	15,0	0,594	0,637	0,746	0,807	1,044	1,323	1,412	1,597	1,668

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 45	0,10	2,338	2,401	2,584	2,690	3,113	3,638	3,811	4,168	4,312
	0,25	2,109	2,168	2,338	2,435	2,827	3,313	3,472	3,801	3,932
	0,40	1,984	2,039	2,203	2,296	2,671	3,135	3,286	3,599	3,726
	1,00	1,714	1,766	1,917	2,002	2,343	2,762	2,897	3,181	3,293
	2,50	1,402	1,457	1,594	1,671	1,974	2,344	2,463	2,712	2,809
	4,00	1,239	1,283	1,408	1,480	1,763	2,105	2,217	2,446	2,536
	6,50	1,038	1,072	1,196	1,263	1,525	1,838	1,939	2,148	2,230
	10,0	0,826	0,861	0,986	1,048	1,290	1,577	1,669	1,857	1,932
	15,0	0,596	0,651	0,759	0,819	1,043	1,304	1,387	1,556	1,622

	p % \ P %	99,5	99	95	90	50	10	5	1	0,5
n = 50	0,10	2,370	2,431	2,607	2,708	3,110	3,604	3,766	4,096	4,228
	0,25	2,138	2,195	2,359	2,452	2,825	3,282	3,430	3,735	3,857
	0,40	2,013	2,064	2,222	2,313	2,669	3,105	3,247	3,538	3,653
	1,00	1,741	1,792	1,936	2,018	2,341	2,735	2,863	3,124	3,229
	2,50	1,438	1,483	1,611	1,684	1,972	2,320	2,432	2,663	2,755
	4,00	1,250	1,300	1,424	1,493	1,761	2,084	2,188	2,402	2,485
	6,50	1,044	1,096	1,210	1,274	1,524	1,819	1,914	2,107	2,184
	10,0	0,840	0,893	0,999	1,059	1,289	1,560	1,646	1,820	1,890
	15,0	0,624	0,652	0,770	0,829	1,042	1,288	1,366	1,524	1,586