REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. VESSEREAU

Contrôle d'une fabrication continue selon D. A. Read et D. W. Beattie

Revue de statistique appliquée, tome 34, nº 1 (1986), p. 5-29
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1986__34_1_5_0>

CONTRÔLE D'UNE FABRICATION CONTINUE SELON D.A. READ et D.W. BEATTIE

A. VESSEREAU

CONTRÔLE D'UNE FABRICATION CONTINUE
SELON D.A. READ et D.W. BEATTIE
(« Applied statistics » — Vol. 10 — 1961)

L'article de D.A. READ et D.W. BEATTIE expose une méthode originale de contrôle d'une fabrication continue (on dira par la suite, pour simplifier, « contrôle continu »). Cette méthode a-t-elle fait l'objet d'applications pratiques ? Nous l'ignorons. Quoiqu'il en soit, il nous a paru intéressant de la présenter de façon un peu différente (l'exposé de D.A. READ et D.W. BEATTIE est très condensé), et d'attirer l'attention sur un certain nombre de points qu'il conviendrait d'élucider avant de tenter l'élaboration d'un document « normalisé ».

Dans toute la mesure du possible on a adopté les notations de D.A. READ et D.W. BEATTIE.

1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

Le flux de la fabrication est découpé en « sections », appelées conventionnellement « lots », d'effectif N. A chaque lot on applique un plan de contrôle simple par attributs défini par l'effectif d'échantillon n et le critère d'acceptation c (critère de rejet c + 1) : par exemple, mais non nécessairement, l'un des couples (n, c) de MIL-STD 105 D (ISO 2859). Le taux d'échantillonnage est $f = n/N$.

Les individus à contrôler sont prélevés chronologiquement. Nous supposerons dans ce qui suit que :

— le premier est celui qui occupe le rang $N/n = 1/f$
— le $i^{\text{ème}}$: le rang i/f
— le dernier (éventuellement) : le rang N

(dans la pratique, on respectera une certaine randomisation en prélevant un individu dans chaque groupe de N/n individus successivement fabriqués).

Si, au $i^{\text{ème}}$ individu contrôlé, le nombre total de non conformes atteint le critère de rejet c + 1, la totalité des individus fabriqués depuis le début du lot est rejetée et contrôlée à 100 %, et l'on entame le contrôle d'un nouveau lot. Alors que dans le contrôle classique l'effectif des lots est constant, cet effectif est ici aléatoire : il correspond à une *« tranche de fabrication »* dont l'importance dépend de la qualité de la production (proportion p d'individus non conformes) et de la règle de contrôle (couple n, c).

Le choix du taux d'échantillonnage f dépend du temps nécessaire au contrôle d'un individu et du nombre de *contrôleurs* affectés au contrôle sur échantillon. Lorsqu'on a fixé f, si l'on a fait choix du couple (n, c) — en fonction d'objectifs à préciser — la relation $f = n/N$ détermine N. D'un autre côté, si l'on a fixé N a priori (de façon qu'il corresponde à une durée de fabrication limitée dans le temps) n est déterminé par la relation n : fN, et seul le critère d'acceptation c peut être choisi.

L'avantage de cette méthode est que le contrôle à 100 % (que l'on appellera *« vérification »*) ne porte que sur les individus fabriqués depuis le début du lot, dès que l'on a de solides raisons de suspecter une dégradation de la qualité (contrôle « en amont »), alors que dans d'autres méthodes il porte sur la totalité du lot (contrôle « classique »), ou après que l'on a constaté ou suspecté la dégradation (contrôle « en aval »).

Le nombre d'individus à vérifier est aléatoire; son espérance mathématique (nombre moyen) est notée $\overline{N}_r$. Ce nombre moyen joue un rôle important dans le contrôle continu, car il conditionne la charge (nombre de vérificateurs) du contrôle à 100 %, à mettre en balance avec la charge (nombre de contrôleurs) du contrôle sur échantillon.

Les formules (1) et (2) ci-après sont fondamentales dans l'étude des propriétés du contrôle continu. Il y a rejet du lot au $i^{\text{ème}}$ individu contrôlé ($c + 1 \leqslant i \leqslant n$) si celui-ci est non conforme et s'il y a exactement c non conformes dans les (i-1) individus précédemment contrôlés, d'où, pour la probabilité de rejet au rang i :

$$P_r^{(i)}(n,c/p) = p \binom{i-1}{c} p^c (1-p)^{i-c-1} = p^{c+1} \binom{i-1}{c} q^{i-c-1} \qquad (1)$$

$(q = 1 - p)$

et pour l'acceptation du lot entier :

$$P_a(n,c/p) = 1 - p^{c+1} \sum_{i=c+1}^{i=n} \binom{i-1}{c} q^{i-c-1} \qquad (2)$$

A noter que l'on a aussi pour P_a l'expression classique :

$$P_a(n,c/p) = \sum_{i=o}^{i=c} \binom{n}{i} p^i q^{n-i}$$

2. FORMULES FONDAMENTALES : EXPRESSIONS DE $\overline{N}_r$, AOQ, AOQL

2.1. L'effectif moyen rejeté $\overline{N}_r$

2.1.1. Expression générale de $\overline{N}_r$

La méthode exposée ci-après est directement empruntée à l'article de D.A. READ et D.W. BEATTIE.

On a (formule (2)) :

$$1 - P_a(n,c/p) = p^{c+1} \sum_{i=c+1}^{i=n} \binom{i-1}{c} q^{i-c-1}$$

$$1 - P_a(n,c+1/p) = p^{c+2} \sum_{i=c+2}^{i=n} \binom{i-1}{c+1} q^{i-c-2}$$

d'où l'on déduit, après quelques manipulations élémentaires :

$$\left(\frac{1-p}{p}\right)[1 - P_a(n,c+1/p)] + [1 - P_a(n,c/p)]$$

$$= \frac{1}{c+1} p^{c+1} \sum_{i=c+1}^{i=n} i \binom{i-1}{c} q^{i-c-1} \qquad (3)$$

Or la probabilité de rejet de la tranche de fabrication se terminant au prélèvement de rang i (formule (1)) est :

$$p^{c+1} \binom{i-1}{c} q^{i-c-1}$$

et le nombre d'individus fabriqués depuis le début du lot est

$$i\frac{N}{n} = \frac{i}{f}.$$

On a donc pour $\overline{N}_r$ l'expression générale :

$$\overline{N}_r = \frac{N}{n} p^{c+1} \sum_{i=c+1}^{i=n} i \binom{i-1}{c} q^{i-c-1} \qquad (4)$$

Le rapprochement des expressions (3) et (4) donne, après quelques autres manipulations élémentaires :

$$\overline{N}_r = \frac{N}{n}(c+1)\left[\frac{1 - P_a(n,c+1/p)}{p} + P_a(n,c+1/p) - P_a(n,c/p)\right] \qquad (5)$$

$\overline{N}_r$ est évidemment fonction de p, et l'on peut vérifier que pour $p = 0$

$\overline{N}_r = 0$ et pour $p = 1$ $\quad \overline{N}_r = \frac{N}{n}(c+1)$

Pour $c = 0, 1, 2$, les expressions développées de $\overline{N}_r$ (que l'on peut obtenir directement, mais au prix de calculs fastidieux sont :

$$(c = 0) \qquad \overline{N}_r = \frac{N}{n}\frac{1 - q^n(np+1)}{p}$$

$$(c = 1) \qquad \overline{N}_r = \frac{N}{n}\frac{2 - q^{n-1}[n(n-1)p^2 + 2(n-1)p + 2]}{p}$$

$(c = 2)$

$$\overline{N}_r = \frac{N}{n}\frac{6 - q^{n-2}[n(n-1)(n-2)p^3 + 3(n-1)(n-2)p^2 + 6(n-2)p + 6]}{2p}$$

Elles permettent de vérifier à nouveau que pour $p = 0$ $\overline{N}_r = 0$, et pour $p = 1$

$$\overline{N}_r = \frac{N}{n} \text{ si } c = 0, \overline{N}_r = 2\frac{N}{n} \text{ si } c = 1, \overline{N}_r = 3\frac{N}{n} \text{ si } c = 2.$$

2.1.2. Expression de $\overline{N}_r$ avec l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson

Dans tout ce qui suit on supposera que cette approximation est valable (p petit, n pas trop petit). On a alors, en posant $m = np$:

$$P_a(n,c/p) = P_a(c/m) = e^{-m} \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m^i}{i\,!} = e^{-m} S_c \tag{6}$$

avec la notation abrégée

$$S_c = \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m^i}{i\,!} \qquad S_{c+1} = \sum_{i=0}^{i=c+1} \frac{m^i}{i\,!} = S_c + \frac{m^{c+1}}{(c+1)\,!}$$

La formule (5) s'écrit alors :

$$\overline{N}_r = N(c+1)\left[\frac{1 - e^{-m}S_{c+1}}{m} + \frac{e^{-m}}{n} \cdot \frac{m^{c+1}}{(c+1)!}\right]$$

En négligeant dans le deuxième membre le terme en 1/n :

$$\overline{N}_r = N(c+1)\left[\frac{1 - e^{-m}S_{c+1}}{m}\right] \tag{7}$$

2.1.3. Variation de $\overline{N}_r$ en fonction de p — Valeur maximale $\overline{N}_r$ (max)

Il est quasi-évident que, lorsque p croît de 0 à 1, $\overline{N}_r$ (égal à 0 pour $p = 0$, égal à $N/n(c+1)$ pour $p = 1$) passe par un maximum pour une certaine valeur $\hat{p}$ à laquelle correspond $\hat{m} = n\hat{p}$.

$\hat{m}$ s'obtient en égalant à zéro la dérivée en m de $\overline{N}_r$ (équation (7)). Un calcul élémentaire conduit à l'équation en $\hat{m}$:

$$e^{\hat{m}} = S_{c+1} + \frac{\hat{m}^{c+2}}{(c+1)!} = \sum_{i=0}^{i=c+1} \frac{\hat{m}^i}{i!} + \frac{\hat{m}^{c+2}}{(c+1)!} \tag{8}$$

En portant dans (7) la solution de cette équation, on obtient la valeur $\overline{N}_r$ (max) de $\overline{N}_r$:

$$\overline{N}_r(\max) = Ne^{-\hat{m}} \cdot \frac{\hat{m}^{c+1}}{c!} \tag{9}$$

Cette valeur — évidemment proportionnelle à N — ne dépend de n et de p que par le produit $m = np$. Pour une valeur donnée du critère d'acceptation, la valeur de p correspondant à $\overline{N}_r$(max) est donc proportionnelle à $1/n$.

Pour $c = 0, 1, 2, 3, 4$ on obtient les valeurs de $\hat{m}$ et $\overline{N}_r$(max) ci-après :

c	$\hat{m} = n\hat{p}$	$\overline{N}_r$ (max)
0	1,793	0,298 N
1	3,383	0,388 N
2	4,882	0,441 N
3	6,322	0,478 N
4	7,725	0,506 N

2.2. L'AOQ « Average outgoing quality »

L'AOQ est la qualité moyenne de la production comprenant :

— D'une part les lots acceptés sur échantillon, dont l'effectif moyen est $\overline{N}_a = NP_a$; ils contiennent en moyenne $(N - n)\, pP_a$ individus non conformes, en supposant que les individus non conformes trouvés dans les échantillons ont été remplacés ou rectifiés (s'ils ne l'ont pas été, l'erreur est très faible pour les petites valeurs du critère d'acceptation).

— D'autre part, les tranches de fabrication rejetées et vérifiées à 100 %, donc exemptes théoriquement de tout individu non conforme; leur effectif moyen est $\overline{N}_r$.

L'expression de l'AOQ est donc :

$$AOQ = (N - n)\frac{pP_a}{\overline{N}} \qquad \text{avec} \qquad \overline{N} = \overline{N}_a + \overline{N}_r \tag{10}$$

Sous l'approximation de Poisson ($p = m/n$) on a :

$$P_a = e^{-m} S_c \qquad \overline{N}_a = Ne^{-m} S_c$$

(formule (7))

$$\overline{N}_r = N(c+1)\left[\frac{1 - e^{-m}S_{c+1}}{m}\right] = N\left(\frac{c+1}{m}\right)\left[1 - e^{-m}S_c - e^{-m}\cdot\frac{m^{c+1}}{(c+1)!}\right]$$

$$\overline{N} = \overline{N}_a + \overline{N}_r = N\left[e^{-m}S_c + \frac{c+1}{m} - \frac{c+1}{m}e^{-m}S_c - \frac{c+1}{m}e^{-m}\cdot\frac{m^{c+1}}{(c+1)!}\right]$$

$$AOQ = \frac{N-n}{\overline{N}} \times e^{-m}S_c \times \frac{m}{n}$$

Toutes simplifications faites, on trouve :

$$AOQ = \left(1 - \frac{n}{N}\right)\frac{1}{n}\left[\frac{m^2 S_c}{(c+1)\,e^m + (m-c-1)\,S_c - \frac{m^{c+1}}{c!}}\right] \tag{11-a}$$

Nous poserons :

$$AOQ^* = \frac{1}{n} \times \frac{m^2 S_c}{(c+1)\,e^m + (m-c-1)\,S_c - \frac{m^{c+1}}{c!}} \tag{11-b}$$

(quantité que D.A. READ et D.W. BEATTIE notent φ_A). L'AOQ s'obtient en multipliant AOQ* par le « facteur d'échantillonnage » $(1 - n/N) = 1 - f$, pratiquement négligeable si le taux d'échantillonnage est faible.

AOQ* est proportionnel à $1/n$, égal à 0 pour $p = 0$ ($m = 0$) et également pour $p = 1$ ($m = n$). Il convient de remarquer que le coefficient de $1/n$ n'est indépendant de n (D.A. READ et D.W. BEATTIE, page 155 : « ...where y' is independent of n... ») qu'au prix d'une double approximation : approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson, approximation signalée à la fin du §2.1.2 (formule (7).

2.3. L'AOQL « Average outgoing quality limit »

AOQ* (ou AOQ) est égal à 0 pour $p = 0$ $(m = 0)$ et pour $p = 1$ $(m = n)$. Il passe par une valeur maximale AOQL* (ainsi que AOQL) pour une valeur m_L de m, à laquelle correspond $p_L = m_L/n$. D.A. READ et D.W. BEATTIE attachent beaucoup d'importance à l'AOQL (page 152 : "which is possibly the most useful criterion when considering plans applied to continuous production"). Cette opinion est selon nous très discutable : nous tenterons de le montrer au paragraphe 4.

Quoiqu'il en soit, m_L est la solution de l'équation en m : $d/dm\,(AOQ) = 0$. Un calcul élémentaire (assez fastidieux) donne pour m_L la valeur satisfaisant à la relation suivante :

$$e^{m_L} = \frac{(m_L - 2c - 2)\,S_c^2 - (m_L - c + 1)\,\dfrac{m_L^{c+1}}{c!} + \left(\dfrac{m_L^{c+1}}{c!}\right)^2}{(c + 1)\left[\dfrac{m_L^{c+1}}{c!} - 2S_c\right]} \tag{12}$$

avec $S_c = \sum_{i=0}^{i=c} \dfrac{m_L^i}{i!}$.

Lorsqu'on a obtenu, pour une valeur c donnée, la valeur m_L satisfaisant à la relation (12), AOQL* et $AOQL = (1 - n/N)\,AOQL^*$ s'obtiennent en portant cette valeur dans les relations (11), (dans l'article de READ et BEATTIE, AOQL* est noté φ_L).

Pour $c = 0, 1, 2$, l'expression explicite de (12) et la solution en $m_L = np_L$ pour $n = 100$ sont les suivantes :

$c = 0$ $\quad (S_c = 1)$

$$e^{m_L} = \frac{2}{2 - m_L} \qquad m_L = 100\,p_L = 1{,}594$$

$c = 1$ $\quad (S_c = 1 + m_L)$

$$e^{m_L} = \frac{2m_L^2 + 7m_L + 4}{2\,[-m_L^2 + 2m_L + 2]} \qquad m_L = 100\,p_L = 2{,}169$$

$c = 2$ $\quad \left(S_c = 1 + m_L + \dfrac{m_L^2}{2}\right)$

$$e^{m_L} = \frac{m_L^4 + 7m_L^3 + 20m_L^2 + 22m_L + 12}{3\,[-m_L^3 + 2m_L^2 + 4m_L + 4]} \qquad m_L = 100\,p_L = 2{,}785$$

Le tableau ci-après donne les valeurs de $p_L\% = m_L$ et les valeurs correspondantes de AOQL* (en %) obtenues au moyen de la formule 11 b) pour $c = 1, 2, 3, 4$ (pour $c > 4$ le calcul est fort laborieux). Pour $n \neq 100$, les valeurs de $p_L\%$ et AOQL* % sont à multiplier par $100/n$ (pour obtenir l'AOQL il faut ensuite multiplier AOQL* par $(1 - f)$).

c	p_L %	AOQL* %	AOQL* % contrôle classique
0	1,594	0,648	0,37
1	2,169	1,118	0,84
2	2,785	1,644	1,37
3	3,433	2,214	1,94
4	4,105	2,805	2,54

(Les valeurs de AOQL* sont bien celles données par D.A. READ et D.W. BEATTIE, page 152, Table I, valeurs de 100 φ_L pour n = 100).

Dans la colonne de droite du tableau ci-dessus, on a fait figure les valeurs de l'AOQL* dans le contrôle « classique » à effectif de lot constant et n = 100. Celles-ci sont systématiquement plus faibles que dans le contrôle continu et cela s'explique aisément : dans le contrôle classique on contrôle à 100 % la totalité des N individus du lot, y compris ceux qui sont produits après qu'il y a certitude de rejet, ce qui a pour conséquence un AOQ, donc un AOQL plus faible.

3. DEUX EXEMPLES NUMÉRIQUES POUR ILLLUSTRER CE QUI PRÉCÈDE (et ce qui suit)

Ces deux exemples correspondent à deux plans de réception classiques tirés de MIL.STD 105 D (ISO 2859) — Niveau de contrôle II — Contrôle « normal ».

3.1. Premier exemple

$N = 500 \longrightarrow$ Lettre-code H $\longrightarrow n = 50$; NQA $= 0{,}25 \longrightarrow c = 0$

En contrôle continu $f = n/N = 1/10 \quad 1 - f = 0{,}9$.

Le tableau ci-après donne, pour des valeurs croissantes de p (en %), d'où $m = np$: la probabilité d'acceptation d'un lot P_a, les valeurs de $\overline{N}_a = NP_a$, $\overline{N}_r$, $\overline{N} = \overline{N}_a + \overline{N}_r$, $\overline{N}_a p$, AOQ* (en %) $= \overline{N}_a p/\overline{N}$, AOQ (en %) $= 0{,}9$ AOQ*.

Les valeurs de $\overline{N}_r$(max) et AOQL* sont bien celles que l'on trouve dans les tableaux des § 2.1.3 (avec N = 500) et 2.3 (pour c = 0 et n = 50).

	p%	m	P_a	$\bar{N}_a$	$\bar{N}_r$	$\bar{N}$	$\bar{N}_a p$	AOQ* (%)	AOQ (%)
	0	0,00	1,000	500	0	500	0,000	0,000	0,000
NQA	0,25	0,125	0,882	441	28	469	1,102	0,235	0,211
	0,50	0,250	0,779	389	53	442	1,945	0,440	0,396
	0,75	0,375	0,687	343	73	416	2,572	0,618	0,556
	1,0	0,50	0,606	303	90	393	3,030	0,771	0,694
	1,5	0,75	0,472	236	115	351	3,540	1,008	0,907
	2,0	1,00	0,368	184	132	316	3,680	1,164	1,048
	2,5	1,25	0,286	143	142	285	3,575	1,254	1,129
	3,0	1,50	0,223	112	148	260	3,360	1,292	1,163
	3,2	1,60	0,202	101	149	250	3,232	1,293	1,164
	3,5	1,75	0,173	87	149	236	3,045	1,290	1,161
	4,0	2,00	0,135	68	148	216	2,720	1,259	1,133
	5,0	2,50	0,082	41	142	183	2,050	1,120	1,008
	7,5	2,75	0,024	12	118	130	0,900	0,692	0,623
	10,0	5,00	0,007	4	96	100	0,400	0,400	0,360
	....	....	....	..	...	...	.....	.....	.....
	100,-	50	0,000	0	10	10	0,000	0,000	0,000

$\bar{N}_r$(max) AOQL* et AOQL

3.2. Deuxième exemple

N = 2 000 → Lettre-code K → n = 125; NQA = 0,65 → c = 2

En contrôle continu f = n/N = 1/16, 1 − f = 15/16.

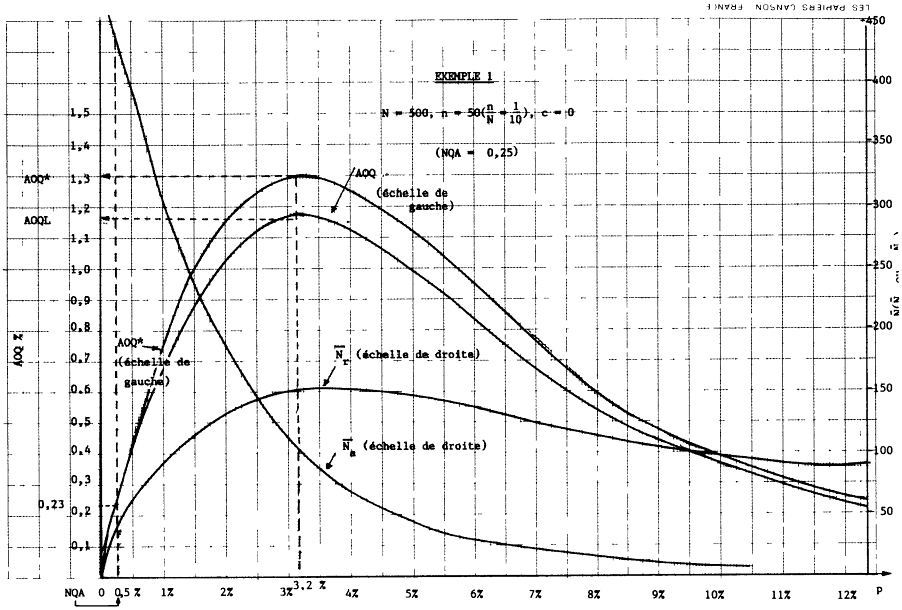
Le tableau est présenté comme dans le premier exemple.

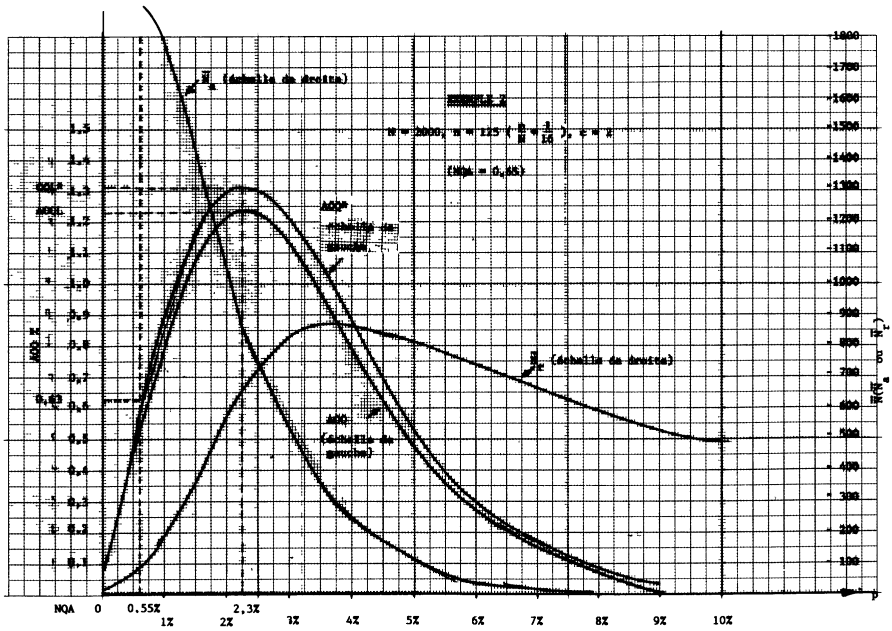
	p%	m	P_a	$\bar{N}_a$	$\bar{N}_r$	$\bar{N}$	$\bar{N}_a p$	AOQ* (%)	AOQ (%)
	0,00	0,00	1,000	2000	0	2000	0,000	0,000	0,000
	0,40	0,50	0,986	1972	22	1994	7,888	0,396	0,371
NQA	0,65	0,8125	0,951	1902	71	1974	12,363	0,627	0,588
	0,80	1,0	0,920	1840	114	1954	14,720	0,753	0,706
	1,2	1,5	0,809	1618	262	1880	19,416	1,033	0,968
	1,6	2,0	0,677	1354	429	1783	21,664	1,215	1,139
	2,0	2,5	0,544	1088	582	1670	21,760	1,303	1,222
	2,3	2,875	0,452	904	678	1582	20,792	1,314	1,232
	2,4	3,0	0,423	816	706	1522	20,304	1,308	1,226
	2,8	3,5	0,321	642	794	1436	17,976	1,252	1,174
	3,2	4,0	0,238	476	850	1326	15,232	1,149	1,077
	3,6	4,5	0,174	348	877	1225	12,528	1,023	0,959
	4,0	5,0	0,125	250	0,882	1132	10,000	0,883	0,828
	6,0	7,5	0,020	40	753	793	2,400	0,303	0,284
	8,0	10	0,003	6	601	607	0,480	0,079	0,074
	...	...	....	...	...	....	.....	.....	.....
	100	125	0,000	0	48	48	0,000	0,000	0,000

$\bar{N}_r$(max) AOQL* et AOQL

Là encore, les valeurs de $\overline{N}_r$(max) et AOQL* sont bien celles que l'on peut calculer directement à partir des tableaux des § 2.1.3 et 2.3.

Pour ces deux exemples, la variation en fonction de p et de $\overline{N}_a$, $\overline{N}_r$, AOQ* et AOQ est représentée sur les deux graphiques ci-après. A l'échelle des ordonnées près, la courbe $\overline{N}_a$(p) est la courbe d'efficacité du plan classique défini par le couple (n, c).





4. CRITIQUE DE LA NOTION D'AOQL (Plans classiques et plans continus)

4.1. L'AOQL dans le contrôle classique (effectif de lot constant)

Dans le texte introductif à la norme MIL.STD 105 D, l'AOQL est défini au paragraphe des « Renseignements complémentaires ». La table V-A de ce document donne pour tous les plans en contrôle normal, la valeur de ce que nous avons appelé AOQL* (qu'il faut multiplier par $(1 - n/N)$ pour obtenir l'AOQL) — mais la norme ne donne aucun « mode d'emploi » de l'AOQL. L'ADDENDUM 1 à ISO 2859 se borne à faire remarquer que, sauf pour $c = 0$, l'AOQL est, en contrôle renforcé, toujours très voisin du NQA; cette remarque nous paraît de peu d'intérêt, le contrôle renforcé étant par essence passager et se terminant, soit par le retour au contrôle normal, soit par la suspension des livraisons.

Dans la table V-A visée ci-dessus, on peut constater que, pour une valeur donnée du critère d'acceptation c (désigné par A dans MIL.STD 105 D), AOQL* est proportionnel à $1/n$: cette propriété est, en effet, rigoureuse lorsque l'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson est valable.

L'AOQL est une « qualité moyenne limite », qualité exprimée en % d'individus non conformes. Si l'on se reporte aux deux exemples du paragraphe 3, qui portent sur deux plans appartenant à la collection des plans normalisés MIL.STD 105 D, on fait les constatations suivantes :

Premier exemple : on lit dans la table V A de ce document, pour la lettre-code H et NQA = 0,25, AOQL* = 0,74; comme $N = 500$ et $n = 50$, AOQL = 0,67, soit 2,7 NQA. Quel est l'intérêt d'avoir fixé NQA = 0,25 si, grâce à l'apport des lots rejetés et contrôlés à 100 %, la qualité moyenne finalement réceptionnée pourrait être voisine de 3 NQA ? En contrôle classique, à $p = 0{,}67$ % (après contrôle et vérification) correspond dans les lots avant contrôle $p = 1{,}25$ % et une probabilité d'acceptation $P_a = 0{,}535$: on serait donc rapidement passé en « contrôle renforcé », défini par $n = 80$, $c = 0$, et pour la même valeur de p, l'on aurait $P_a = 0{,}37$ — près de 2 lots sur 3 seraient alors rejetés, et l'on serait rapidement en état de « suspension des livraisons ».

Deuxième exemple : on lit dans la même table V-A, pour la lettre-code K et NQA = 0,65, AOQL* = 1,1; comme $N = 2\,000$ et $n = 125$, AOQL = 1,03 = 1,6 NQA. En contrôle classique, à $p = 1{,}03$ % (après contrôle et vérification) correspond, avant contrôle $p = 1{,}7$ % et une probabilité d'acceptation $P_a = 0{,}65$. En contrôle renforcé ($n = 125$, $c = 1$), pour la même valeur de p, on aurait $P_a = 0{,}37$. La conclusion est pratiquement la même que dans le premier exemple.

Nous tirons de ces deux exemples la conclusion que dans les plans classiques (à effectif de lot constant) l'AOQL est un « renseignement » que l'on peut à son gré qualifier d'« inutile » ou d'« inutilisable ». Dans ces plans, la protection du fournisseur est assurée (de façon quelque peu arbitraire) par la valeur du NQA, et celle du client, d'une part par le choix du « niveau de contrôle », d'autre part par les règles de passage en contrôle renforcé et de suspension des livraisons.

4.2. L'AOQL dans le contrôle continu (selon D.A. READ et D.W. BEATTIE)

L'AOQL étant, dans un tel contrôle, supérieur à l'AOQL du plan classique défini par les mêmes conditions (N, n, c) — se reporter au tableau du § 2.3. — la conclusion sur le caractère irréaliste de l'AOQL s'applique a fortiori. (On le constate bien dans les exemples du paragraphe 3).

Premier exemple : AOQL = 1,164 = 4,7 NQA. Les valeurs de p % et P_a correspondantes sont p = 3,2 %, P_a = 0,20 : 80 % des lots devraient être contrôlés à 100 %.

Deuxième exemple : AOQL = 1,232 = 1,9 NQA; p = 2,3 %, P_a = 0,45 : plus de la moitié des lots devraient être contrôlés à 100 %.

S'il faut abandonner l'AOQL comme index d'un plan continu, par quoi le remplacer ? Les chapitres suivants permettront (peut-être) d'envisager une solution.

5. QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LE « CONTRÔLE CLASSIQUE » ET LE « CONTRÔLE CONTINU »

Nous appellerons :

— *« Plans classiques »* les plans contenus dans la norme MIL.STD 105 D (ISO 2859). Comme ils ont été conçus pour le contrôle de « séries de lots » en provenance d'un même fournisseur, l'adjectif « continu » pourrait leur être appliqué, mais nous éviterons bien entendu de le faire.

— *Contrôle continu,* essentiellement le contrôle d'une fabrication continue selon la méthode de D.A. READ et D.W. BEATTIE, accessoirement le contrôle selon le plan le plus simple (CSP 1) des "Continuous sampling procedures" MIL.STD 1235 A.

Et nous nous efforcerons dans ce chapitre de mettre en évidence les « ressemblances » et les « différences » entre « contrôle classique » et « contrôle continu ».

5.1. Les partenaires : fournisseur et client

Dans les plans classiques ces deux partenaires interviennent : bien que dans MIL.STD 105 D le terme de « client » ne soit pas utilisé, il ne fait guère de doute qu'il s'agit de l'« autorité responsable ». Nous ne considèrerons que le contrôle « normal » : celui-ci continue à s'appliquer tant que n'apparaît pas une séquence de 5 lots consécutifs où 2 lots sont rejetés.

Alors que le contrôle classique s'applique à des lots déjà fabriqués, le contrôle continu s'effectue pendant la fabrication, et la notion de « lot » est purement conventionnelle. Il n'y a pas nécessairement deux parties « fournisseur » et « client ». S'il y a une seule partie, qui sera le « fabricant », le contrôle continu présente des analogies avec le contrôle par « cartes de contrôle ». Si les deux parties sont présentes ou représentées, on doit admettre que le client s'engage à acheter la quantité dont il a besoin dans la fabrication « outgoing », contrôlée sur échantillons ou vérifiée à 100 %.

5.2. Contrôle classique tronqué et contrôle continu

Un plan classique peut être « tronqué » dès qu'il y a certitude de rejet du lot (dès qu'on a trouvé plus de c individus non conformes dans l'échantillon) ou certitude d'acceptation (les (n – c) premiers individus contrôlés étant tous conformes). Il semble bien que la troncature avec rejet peut intervenir en application de la clause 7.3 "Time of sampling" de MIL.STD 105 D : "...samples may be drawn during the assembly of the lot or batch" : si, au cours des opérations simultanées de « rassemblement » et de « contrôle » des unités, le critère d'acceptation est dépassé, à quoi bon continuer le contrôle ? Lorsqu'on adopte cette disposition, contrôle classique et contrôle continu présentent une certaine ressemblance — mais il reste plusieurs différences essentielles.

Dans le contrôle classique, les individus constituant, ou appelés à constituer le lot d'effectif N existent réellement; dans le contrôle continu, le lot se constitue dans le temps, et ne prend une existence réelle que s'il est accepté en entier — au début du contrôle c'est une simple « projection dans le futur ».

Dans le contrôle classique l'échantillon est prélevé au hasard dans le lot (ou fraction de lot si celui-ci est en cours de « rassemblement »); dans le contrôle continu il est prélevé chronologiquement — ou à peu près chronologiquement — de façon à respecter une certaine « randomisation ».

Enfin — et c'est sans doute le plus important — en cas de dépassement du critère d'acceptation, le contrôle classique oblige à contrôler à 100 % la totalité du lot (y compris, éventuellement, ceux qui n'ont pas encore été « rassemblés ») tandis que dans le contrôle continu on ne contrôle à 100 % que la tranche rejetée (d'effectif moyen $\overline{N}_r \leqslant N$).

5.3. Les paramètres d'un plan de contrôle

5.3.1. Contrôle classique

L'autorité responsable fixe l'effectif N des lots (clause 5.3 de la norme MIL-STD 105 D); d'après quels critères ? — on ne le dit pas. Si, comme il est presque recommandé, il prescrit le « niveau de contrôle » II, la table I de cette norme détermine la lettre-code, donc l'effectif d'échantillon. Il ne reste à l'autorité responsable qu'à fixer (avec bien entendu l'accord du fournisseur) le NQA et à consulter la table II-A de la même norme pour connaître le critère d'acceptation (dans bien des cas cette table renvoie à une autre lettre-code, donc une autre valeur de n). Tout bien considéré, l'autorité responsable ne dispose pas de beaucoup de degrés de liberté pour le choix d'un plan de contrôle.

5.3.2. Contrôle continu selon D.A. READ et D.W. BEATTIE

Les auteurs sont très discrets sur la manière de choisir les paramètres du plan de contrôle. L'unique table numérique figurant dans leur article donne la valeur de AOQL* (coefficient φ_L) — quantité dont nous avons fait la critique au chapitre 4 — pour c = 0, 1, 2, 3, 4 et n = 50, 100, 150, 200 (les valeurs pour n = 100 seraient d'ailleurs suffisantes, les autres s'en déduisant par le facteur 100/n).

Au paragraphe 6 ci-après, nous tenterons de définir, pour ce type de contrôle, des paramètres opérationnels.

5.3.3. "Continuous sampling procedures" : CSP 1

Rappelons tout d'abord le principe de cette méthode.

Le contrôle débute par une vérification à 100 % exécutée par une équipe de contrôleurs ("screening crew") et continue jusqu'à ce qu'on ait trouvé une séquence de i individus tous conformes; on passe alors au contrôle par échantillonnage selon un taux f. Dès qu'on trouve au cours de celui-ci un individu non conforme on revient au contrôle à 100 % jusqu'à l'apparition d'une nouvelle séquence de i individus conformes, etc. Ces règles sévères sont assorties d'une sévérité supplémentaire par la surveillance d'un "screening inspector" qui, s'il trouve par sondage un individu non conforme dans une séquence classée conforme par le "screening crew", ordonne le retour immédiat au contrôle à 100 % (disparition des contrôleurs sur échantillon, réapparition du "screening crew").

Les paramètres du plan sont les suivants (les tables I et 2A citées ci-après sont celles de la norme MIL-STD 1235 A) :

— l'« intervalle de production » N (analogue à un « lot »); il y a (table I) 10 intervalles (de 2 à 8 — de 9 à 25... plus de 150 000) dont les limites coïncident avec les limites d'effectif de lot de MIL.STD 105 D;

— le « taux d'échantillonnage » f repéré par une « lettre-code » (qui n'a rien à voir avec la lettre-code de MIL.STD 105 D) : f = 1/2, 1/3,... 1/100, 1/200. La table I donne les « permissible code letters » pour les différents intervalles de production N (par exemple, pour $2 \leqslant N \leqslant 8$ on ne peut choisir que les lettres A : f = 1/2 ou B : f = 1/3, ce qui est aisément compréhensible); pour N > 150 000, les 11 lettres-codes sont permises, de A : f = 1/2 à K : f = 1/200;

— le NQA dont les 16 valeurs sont celles de MIL.STD 105 D (de 0,010 à 10). Assez curieusement, il est bien précisé que le NQA "is an index to the plans and has no other meaning", le paramètre « significatif » étant l'AOQL, donné dans la table II-A pour chaque plan indexé par NQA.

En fonction de la lettre-code (taux d'échantillonnage f) et de l'index NQA, la table II-A donne le nombre i d'individus contrôlés par le "screening crew", et tous conformes, à partir duquel commence le contrôle par échantillonnage au taux f.

5.4. Synchronisme ou alternance du contrôle et de la vérification (à 100 %)

Lorsqu'il y a alternance, on peut se demander comment on pourra obtenir une "outgoing production" homogène à partir de lots, fractions de lots ou séquences, vérifiés à 100 % — donc exempts théoriquement de tout individu non conforme — et de lots ou parties de production contrôlés sur échantillon, pouvant donc contenir une proportion indéterminée d'individus non conformes.

5.4.1. Contrôle classique

Il y a normalement alternance. En effet, la clause 6.4 de MIL.STD 105 D prescrit que "lots found inacceptable *shall* be resubmitted... only after all units are reexamined... » [1].

Cette clause quelque peu ambiguë appelle la remarque suivante :

L'autorité responsable peut prescrire pour les lots offerts en deuxième présentation, soit un contrôle normal, soit un contrôle renforcé. En règle générale, la seule exception étant le cas $c = 0$, l'effectif d'échantillon est conservé en contrôle renforcé, mais le critère d'acceptation est diminué. Si par exemple $c = 5$ en contrôle normal, on tolèrera en deuxième présentation soit 5 non conformes (contrôle normal) soit 3 non conformes (contrôle renforcé). Et cependant le lot « ressoumis » devrait être exempt de tout défaut... Un fournisseur peu scrupuleux trouverait dans la clause 6.4 une incitation à la fraude : représenter le lot sans l'avoir vérifié à 100 %. La règle normale pour un contrôle en deuxième présentation ne devrait-elle pas être $c = 0$, une règle « permissive » $c = 1$?

5.4.2. Contrôle continu selon D.A. READ et D.W. BEATTIE

Bien que les auteurs soient muets sur cet aspect du problème, il semble bien que le synchronisme soit la meilleure solution. Cette question fera l'objet du paragraphe 6 ci-après.

5.4.3. "Continuous sampling procedures" : CSP 1

L'alternance est ici la règle : contrôle à 100 % ⟶ contrôle sur échantillon ⟶ contrôle à 100 %, etc.

5.5. Le coût du contrôle

5.5.1. Contrôle classique

La norme MIL.STD 105 D est muette sur le coût du contrôle. Et cependant... :

— Le rejet d'un lot peut avoir des conséquences très graves pour le client qui se trouve privé de l'approvisionnement escompté; devra-t-il interrompre

---

(1) Cette obligation est toutefois atténuée dans la clause 34 de l'ADDENDUM à ISO 2859, qui évoque la possibilité d'un compromis entre fournisseur et client, évitant le contrôle à 100 %.

sa fabrication ? Cela coûte cher ! Raisonnablement, il proposera un « compromis », qui partage un coût (moindre) entre lui-même et le fournisseur.

— En l'absence de compromis, le rejet est une sanction sévère pour le fournisseur qui se trouve dans l'obligation de vérifier à 100 % le lot rejeté avant de le présenter à nouveau (clause 6.4 de MIL.STD 105 D).

Si les lots sont de N = 50 000 pièces, la lettre-code N (niveau de contrôle II), l'effectif de l'échantillon est n = 500. En supposant qu'un contrôleur peut vérifier 500 pièces dans une journée, il lui faudra 100 jours (5 mois !) pour contrôler 50 000 pièces — ou bien il faudra faire appel à 20 vérificateurs pour effectuer ce travail en une semaine.

5.5.2. Contrôle continu selon D.A. READ et D.W. BEATTIE

Les auteurs sont également muets sur le coût de la méthode qu'ils préconisent. Ils se bornent à constater, à propos des CSP du MIL.STD 1235 A, que "if sampling inspection with f = 1/20 requires one inspector, then 100 % inspection will require about 20 inspectors ». On peut ajouter qu'avec un « intervalle de production 50 000 » (correspondant aux lots évoqués en 5.5.1) et f = 1/100 (« lettre-code J ») il faudra 100 inspecteurs...

5.5.3. "Continuous sampling procedures" : CSP 1

La norme MIL.STD 1235 A est un peu plus explicite. Elle précise que le contrôle doit être "relatively easy and quick", et que l'on doit disposer d'un "ample... manpower to permit 100 % inspection when required". Mais les conséquences de ces conditions ne font l'objet d'aucun commentaire. Dans le cas extrême : NQA de référence 0,010, AOQL = 0,018, f = 1/200, la table II.A de cette norme indique que le contrôle sur échantillon ne peut commencer qu'après que 17 420 pièces auront été produites et reconnues conformes par le "screening crew" : ce sera certainement long et coûteux. Et il faudra remettre le compteur à zéro dès que le contrôle sur échantillon révèlera une pièce non conforme.

6. CONTRÔLE CONTINU SELON D.A. READ et D.W. BEATTIE — ÉLÉMENTS POUR LE CHOIX ET L'APPLICATION D'UN PLAN DE CONTRÔLE

Nous supposerons qu'un contrôleur à plein temps est affecté au contrôle de la chaîne de production : si le taux d'échantillonnage est f, le contrôleur est en mesure de vérifier une pièce dans le temps que la chaîne en débite N/n = 1/f. On doit prévoir en même temps un ou plusieurs vérificateurs pour le contrôle à peu près synchronisé des tranches de fabrication rejetées. Leur nombre moyen sera noté $\overline{V}(p)$: il dépend de la qualité de la production; naturellement, au taux d'échantillonnage f, s'il faut 2 contrôleurs, il faudra en moyenne 2 $\overline{V}(p)$ vérificateurs. D'une façon générale $\overline{V}(p)$ est le rapport entre le nombre moyen de vérificateurs et le nombre de contrôleurs nécessaires pour assurer, lorsque la qualité est p, le synchronisme des contrôles par échantillonnage et à 100 %.

6.1. Formule fondamentale

Lorsqu'un lot est accepté, événement de probabilité $P_a(p/n, c)$, on a $\overline{V} = 0$. S'il est rejeté — probabilité $P_r = 1 - P_a$ — il faut faire intervenir N/n vérificateurs, quelle que soit l'importance de la tranche rejetée. D'où :

$$\overline{V}(p) = \frac{N}{n}[1 - P_a] + 0 \times P_a = \frac{N}{n}[1 - P_a(p/n,c)]$$

Sous l'approximation à la loi de Poisson, avec $m = np$, $S_c = \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m^i}{i\,!}$,

$$\overline{V}(p) = \frac{N}{n}[1 - e^{-m} S_c] \tag{13}$$

Il convient de remarquer que cette formule s'applique aussi au contrôle classique de réception de lots entiers d'effectif N. La différence essentielle entre les deux types de contrôle est que, pour une même qualité p, le contrôle à 100 % porte, dans le contrôle classique, sur la totalité des N individus du lot, tandis que, dans le contrôle continu, il ne porte que sur les $\overline{N}_r \leqslant N$ individus rejetés : le contrôle à 100 % est peut-être plus fréquent, mais il porte sur un plus petit nombre d'individus, ce qui permet un synchronisme — approximatif — entre « contrôle » et « vérification » et une surveillance continue de la qualité de la production.

Pour $p = 0$, $\overline{V} = 0$, tous les lots complets sont acceptés sur échantillon : il n'y a nul besoin de vérificateur. Pour $p = 1$, $\overline{V} = N/n$, ce qui correspond au contrôle à 100 % de la production se superposant, dans cette situation évidemment irréaliste, au contrôle sur échantillon. Lorsque p croît de 0 à 1, $\overline{V}(p)$ croît de 0 à N/n. La courbe représentant $\overline{V}(p)$ n'est autre que la « courbe de puissance » du contrôle (courbe d'efficacité « vue dans un miroir ») déformée, en ordonnées, par le coefficient N/n.

Quant à l'AOQ pour la qualité p, il est donné par la formule (11) et son maximum (AOQL) au moyen des formules (12) et (11)

Application aux exemples du paragraphe 3

Premier exemple (NQA = 0,25; f = 1/10)

Le tableau du § 3.1 montre que si la production est réglée sur le NQA (p = 0,25 %), on a $P_a = 0{,}882$, donc $\overline{V} = 10 \times 0{,}118 = 1{,}18$ (un peu plus d'un vérificateur). Pour p = 0,50 % (2 NQA) il faut un peu plus de 2 vérificateurs, et pour p = 3,2 % (donnant, après contrôle à 100 % des lots rejetés l'AOQL = 1,164) il en faudrait 8.

Deuxième exemple (NQA = 0,65; f = 1/16)

Le tableau du § 3.2 montre que pour p = NQA = 0,65 % on a $P_a = 0{,}951$, donc $\overline{V} = 16 \times 0{,}049 = 0{,}78$ (un peu moins d'un vérificateur). Pour p = 1,2 % (un peu moins de 2 NQA) il en faut trois, et pour p = 2,3 % (donnant, après contrôle à 100 % des lots rejetés l'AOQL = 1,232) presque 9.

6.2. Tables et graphiques pour le choix d'un plan continu

En posant $\lambda = f\overline{V} = n/N\ \overline{V}$ la formule (13) s'écrit :

$$1 - e^{-m} S_c = \lambda \tag{14}$$

Explicitement, pour c = 0 $\quad 1 - e^{-m} = \lambda$

pour c = 1 $\quad 1 - e^{-m}(1 + m) = \lambda$

pour c = 2 $\quad 1 - e^{-m}\left(1 + m + \frac{m^2}{2}\right) = \lambda$

etc.

Pour λ fixé, si $\overline{V} = 1$ ($\lambda = n/N = f$) la formule (14) permet de calculer, pour toute valeur du critère d'acceptation c, la valeur de m = np : donc n pour p donné, ou p pour n donné. Le tableau ci-après donne les valeurs de 100 m = np % pour c = 0,1, 2, et des valeurs sélectionnées de λ; celles-ci correspondent pour $\overline{V} = 1$ aux taux d'échantillonnage f de la table II.A de MIL.STD 1235-A (à l'exception de f = 1/15 remplacé par 1/16).

Valeurs de np % en fonction de λ

$\lambda = f\overline{V}$ f pour $\overline{V} = 1$	0,005 1/200	0,01 1/100	0,02 1/50	0,04 1/25	0,0625 1/16	0,10 1/10	0,143 1/7	0,20 1/5	0,25 1/4	0,333 1/3	0,50 1/2
c = 0	0,500	1,005	2,020	4,082	6,454	10,54	15,43	22,3	28,8	40,5	69
c = 1	10,35	14,85	21,5	31,4	40,5	53	66	82	96	119	168
c = 2	33,8	43,5	57	75	90	110	130	153	172	204	267

Exemples : On choisit $\lambda = f\overline{V} = 0{,}04$ ($f = n/N = 1/25$ si $\overline{V} = 1$)

a) *On fixe $p = p_0 = 0{,}5$ %.* La valeur de n, et celle de l'AOQ* donnée par la formule (11) sont :

pour c = 0 $\quad n = \frac{4{,}082}{0{,}5} = 8 \qquad AOQ^* = 0{,}50$

pour c = 1 $\quad n = \frac{31{,}4}{0{,}5} = 63 \qquad AOQ^* = 0{,}485$

pour c = 2 $\quad n = \frac{75}{0{,}5} = 150 \qquad AOQ^* = 0{,}485$

Au taux d'échantillonnage f = 1/25, l'effectif N des lots est, selon l'option c = 0,1 ou 2 : N = 200, N = 1575, N = 3750, et AOQ # AOQ*.

b) *On fixe n = 25* — La valeur de p % et celle de l'AOQ* sont :

pour c = 0 $\quad p\,\% = \frac{4{,}082}{25} = 0{,}163\,\% \qquad AOQ^* = 0{,}160$

pour c = 1 $\quad p\,\% = \frac{31{,}4}{25} = 1{,}26\,\% \qquad AOQ^* = 1{,}22$

pour c = 2 $\quad p\,\% = \frac{75}{25} = 3\,\% \qquad AOQ^* = 2{,}91$

Au taux d'échantillonnage $f = 1/25$, l'effectif des lots est uniformément $N = 625$ et AOQ $\neq$ AOQ*.

D'une façon plus complète, et sans calcul, les tables T_0, T_1 et T_2 figurant à la fin de cette note permettent, pour $c = 0, 1, 2$ d'obtenir, pour les valeurs de λ du tableau ci-dessus, et des valeurs croissantes de p % (dont les NQA de MIL-STD 105 D), l'effectif n des échantillons — d'où $N = n/\lambda$ (n/f si $\overline{V} = 1$).

6.3. Conséquences d'une dégradation de la qualité

Comme on l'a vu dans les exemples du § 6.1 une dégradation de la qualité (p devenant supérieur à la valeur fixée p_0 correspondant à une qualité acceptable) a pour conséquence une « surcharge » du ou des vérificateur(s).

Nous supposerons que le contrôle continu est défini par les conditions suivantes :

— Qualité recherchée (ou acceptable) p_0 — entrainant AOQ $< p_0$.
— Effectif d'échantillon n et critère d'acceptation c.
— Taux d'échantillonnage $f = n/N$ – d'où l'effectif des lots N.
— Rapport $\overline{V}(p_0)$ entre le nombre moyen de vérificateurs et le nombre de contrôleurs pour le maintien de l'AOQ correspondant à p_0; s'il y a un seul contrôleur, $\overline{V}(p_0)$ est le nombre de vérificateurs que l'on a prévu.

Lorsque la qualité se dégrade, la proportion de non conformes dans la production devient $p > p_0$. Posant $m_0 = np_0$, $m = np$, $\overline{V}(p_0)$ devient $\overline{V}(p)$, et l'on a :

$$\lambda_0 = f\overline{V}(p_0) = 1 - e^{-m_0} \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m_0^i}{i\,!}$$

$$\lambda = f\overline{V}(p) = 1 - e^{-m} \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m^i}{i\,!}$$

d'où

$$\overline{V}(p) = \overline{V}(p_0) \frac{1 - e^{-m} \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m^i}{i\,!}}{1 - e^{-m_0} \sum_{i=0}^{i=c} \frac{m_0^i}{i\,!}}$$

Exemple : On fixe $p_0 = 1\,\%$ – $f = 1/10$ avec un contrôleur à temps complet (celui-ci est en mesure de contrôler une pièce dans le temps que la chaîne de fabrication en produit 10). On prévoit aussi l'intervention d'un vérificateur de sorte que $\overline{V}(p_0) = 1$ et $\lambda = f\overline{V}(p_0) = 0{,}10$. Selon que l'on envisage pour critère d'acceptation $c = 0$, 1 ou 2, la table du § 6.2 donne pour n les valeurs ci-après (qu'on trouve directement dans les tables T_0, T_1 et T_2).

pour c = 0 $\quad n = \frac{10,54}{1} = 10,5$, arrondi à 11, d'où N = 110

pour c = 1 $\quad n = \frac{53}{1} = 53$, d'où N = 530

pour c = 2 $\quad n = \frac{110}{1} = 110$, d'où N = 1100

Le tableau ci-après donne la valeur de $\overline{V}(p)$ pour des valeurs de $p > 1\,\%$ ($p = 1,5\,\%$ correspond à un dérapage de la qualité d'un NQA au NQA immédiatement supérieur, $p = 2,5\,\%$ au NQA suivant).

Remarque :
Pour $p = p_0 = 1\,\%$, la formule (13) donne $\overline{V}(p_0) = 1,04 - 1,0 - 1,0$ selon que c = 0, 1 ou 2, valeur égale à (ou très voisine de) la valeur fixée $\overline{V}(p_0) = 1$.

	p = 1,2%	p = 1,4%	p = 1,5%,	p = 1,6%	p = 1,8%	p = 2%	p = 2,5%
c = 0 (n = 11, N = 110)	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,3
c = 1 (n = 53, N 530)	1,4	1,7	1,9	2,1	2,5	2,9	3,8
c = 2 (n = 110, N 1100)	1,5	2,0	2,3	2,6	3,2	3,8	5,2

On constate que, pour un même dérapage de la qualité, le supplément nécessaire de vérificateurs augmente lorsqu'augmente le critère d'acceptation. Doit-on en conclure qu'il est préférable de choisir c = 2 plutôt que c = 1 ou c = 0, pour la raison que la surcharge de l'unique vérificateur initialement prévu étant plus lourde, l'« alerte signalant le déréglage du processus » sera plus rapidement donnée ? Celà n'est nullement évident, car les « lots » sont 5 fois plus importants pour c = 1 que pour c = 0, et 2 fois plus importants pour c = 2 que pour c = 1, de sorte que l'excès de charge du vérificateur risque au contraire d'être plus tardive. Au taux d'échantillonnage f = 1/10, si le contrôle d'une pièce nécessite une minute, les lots correspondront à 11 minutes de fabrication si c = 0, à près d'une heure si c = 1, à près de deux heures si c = 2. Dans ce dernier cas, l'arrivée du 3e individu non conforme entraînant le rejet du lot peut être très tardive. Certes le vérificateur se trouvera largement débordé et donnera l'alerte, mais on aura perdu beaucoup de temps avant de procéder au réglage indispensable du processus de fabrication.

7. ESQUISSE DE RECOMMANDATIONS

Il ne nous est pas possible, pour l'instant, d'énoncer des règles strictes applicables à un contrôle continu selon la méthode de D.A. READ et D.W. BEATTIE. Le choix d'un plan de contrôle dépend en effet de nombreux facteurs liés à la spécificité de la production, et à sa destination. Quelle est la qualité recherchée (ou l'AOQ) ? Quel coût peut-on consentir pour le contrôle en continu (nombre de contrôleurs, de vérificateurs, autres coûts du contrôle : outillage, ...) ? Le contrôle est-il ou non destructif ? S'agit-il d'un contrôle strictement interne (seul le fabricant est directement intéressé) ou d'un contrôle de réception chez le fabricant (interviennent le fournisseur et le client réceptionnaire) ? etc. : l'énumération n'est pas exhaustive. En l'absence de règle normative, il appartient au fabricant de décider, ou au couple (fournisseur-client) de se mettre d'accord.

7.1. Choix des paramètres du plan

On doit obligatoirement fixer :

— La qualité p_0 recherchée pour la production (analogue au NQA des plans classiques). Prendre pour p_0 une valeur plus faible que nécessaire conduit à un effectif d'échantillon et un effectif de lot inutilement élevés, avec les inconvénients signalés à propos de l'exemple du § 6.3.

— Le taux d'échantillonnage $f = n/N$, fonction du personnel que l'on peut affecter au contrôle sur échantillon. Prendre f trop petit présente les mêmes inconvénients que p_0 trop petit.

— Le nombre $\overline{V}(p_0)$ de vérificateurs permettant d'obtenir dans le flux contrôlé et éventuellement vérifié à 100 % un AOQ $< p_0$.

De f et $\overline{V}(p_0)$ on déduit $\lambda = f\overline{V}(p_0)$. Les tables données à la fin de cette note déterminent alors, pour c = 0, 1 ou 2, l'effectif d'échantillon n, d'où l'effectif des lots (ou intervalles de production) $N = n/f$.

Pour de très petites valeurs de p_0 on prendra obligatoirement c = 0 (table T_0). Pour des valeurs plus élevées (à partir de 0,10 %) on pourra prendre c = 1 (Table T_1). Le critère d'acceptation c = 2 ne sera utilisé que pour des valeurs relativement élevées de p_0 — à partir de 1 % (Table T_2).

Exemple : On fixe $f = 1/25$, avec un seul contrôleur : celui-ci est en mesure de contrôler une pièce dans le temps que la chaîne de fabrication en produit 25. On prévoit également un seul vérificateur lorsque la production respecte la qualité p_0 (si la qualité est meilleure il aura des loisirs). On a $\lambda_0 = f\overline{V}(p_0) = 1/25 = 0{,}04$.

1) $p_0 = 0{,}10\,\%$. On prendra c = 0, d'où (Table T_0) n = 41, N = 1025. Avec c = 1 (Table T_1) on aurait n = 314, N = 7850 : les lots ne pourraient être acceptés qu'après une longue période de fabrication, et le rejet ne pourrait intervenir rapidement que si la qualité s'est fortement dégradée.

2) $p_0 = 1\,\%$. Les Tables T_1 et T_2 donnent :

$c = 1$	$n = 32$	d'où	$N = 800$
$c = 2$	$n = 75$	d'où	$N = 1875$

3) $p_0 = 10\,\%$. Seule la Table T_2 est utilisable

$c = 2$	$n = 8$		$N = 200$

Note : L'utilisation en contrôle continu des plans classiques de MIL-STD 105 D est à déconseiller : elle restreint de façon drastique la souplesse d'adaptation du contrôle continu aux conditions particulières d'un contrôle en cours de fabrication.

7.2. Mesures à prendre en cas de rejet (lot ou fraction de lot)

Dès qu'il y a rejet, agir comme dans le contrôle en cours de fabrication par cartes de contrôle : vérifier, et si nécessaire corriger le réglage du processus.

Suspendre la fabrication et prendre les mesures nécessaires pour ramener la qualité au niveau désiré :

- si deux rejets sont prononcés sur 5 lots consécutifs (règle empirique empruntée à MIL-STD 105 D)
- ou lorsque le personnel chargé de la vérification à 100 % ne peut plus tenir le rythme du contrôle sur échantillon.

TABLES NUMÉRIQUES

Les tables donnent en fonction de p % ($0{,}010 \leqslant p\,\% \leqslant 10$) et du paramètre $\lambda = f\overline{V}$ ($\lambda = f$ = taux d'échantillonnage si $\overline{V} = 1$) l'effectif de l'échantillon n ($5 \leqslant n \leqslant 2000$). En raison de l'arrondi à un nombre entier, la valeur de n, pour n petit, n'est garantie qu'à une unité près (1). Les valeurs de p % soulignées sont les NQA de MIL-STD 105 D.

Table T_0 = critère d'acceptation $c = 0$
Table T_1 = critère d'acceptation $c = 1$
Table T_2 = critère d'acceptation $c = 2$

(1) *N.B. :* Les valeurs de $n \geqslant 20$ ont été obtenues au moyen de l'approximation de Poisson, les valeurs comprises entre 5 et 20 ont été calculées par la loi binomiale.

TABLE T_0

Critère d'acceptation $c = 0$
Effectif d'échantillon n en fonction de p % et $\lambda = f\bar{V}$
(λ est le taux d'échantillonnage si $\bar{V} = 1$)

p% \ λ → f si $\bar{V}=1$	0,005 1/200	0,01 1/100	0,02 1/50	0,04 1/25	0,0625 1/16	0,10 1/10	0,143 1/7	0,20 1/5	0,25 1/4	0,333 1/3	0,50 1/2
0,010	50	100	202	408	645	1050	1540	-	-	-	-
0,015	33	68	134	272	430	705	1030	1490	1920	-	-
0,025	20	40	80	154	258	422	615	890	1070	1620	-
0,040	13	25	50	102	161	264	386	560	720	1010	1730
0,050	10	20	40	82	129	210	309	446	575	810	1390
0,065	8	15	31	62	99	162	237	344	443	625	1070
0,10	5	10	20	41	65	106	154	224	288	405	695
0,15	-	7	13	27	43	70	103	150	192	270	462
0,25	-	-	8	16	26	42	62	90	115	162	277
0,40	-	-	5	10	16	26	39	56	72	101	173
0,50	-	-	-	8	13	21	31	45	58	81	139
0,65	-	-	-	6	10	16	24	34	44	62	107
0,75	-	-	-	5	9	14	21	30	38	54	92
1,0	-	-	-	-	7	11	15	22	29	41	69
1,5	-	-	-	-	-	7	10	15	19	27	46
2,0	-	-	-	-	-	5	8	11	14	20	35
2,5	-	-	-	-	-	-	6	9	12	16	28
3,0	-	-	-	-	-	-	5	7	10	14	23
4,0	-	-	-	-	-	-	-	5	7	10	17
5,0	-	-	-	-	-	-	-	-	6	8	14
6,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7	12
6,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6	11
7,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5	10
8,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8
9,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7
10,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABLE T_1

Critère d'acceptation c = 1
Effectif d'échantillon n en fonction de $\underline{p}$% et $\lambda = f\overline{V}$
(λ est le taux d'échantillonnage si $\overline{V}$ = 1)

p% \ λ → f si $\overline{V}$ =1	0,005 1/200	0,01 1/100	0,02 1/50	0,04 1/25	0,0625 1/16	0,10 1/10	0,143 1/7	0,20 1/5	0,25 1/4	0,333 1/3	0,50 1/2
0,010	1040	1490	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,015	690	990	1430	-	-	-	-	-	-	-	-
0,025	414	595	860	1260	1620	-	-	-	-	-	-
0,040	259	372	540	785	1010	1330	1650	-	-	-	-
0,050	207	298	430	630	810	1060	1320	1640	1920	-	-
0,065	159	228	330	484	623	815	1015	1260	1480	1830	-
0,10	104	148	216	314	405	530	660	820	960	1190	1680
0,15	169	100	144	210	270	354	440	550	640	795	1120
0,25	41	60	86	126	162	212	264	328	384	476	670
0,40	26	37	54	78	101	134	165	206	240	298	420
0,50	21	30	43	64	81	106	132	164	192	238	336
0,65	16	23	33	48	62	82	102	128	148	183	258
0,75	14	20	29	42	54	71	88	110	128	159	224
1,0	11	15	22	32	41	53	66	82	96	120	168
1,5	7	10	24	21	27	35	44	55	64	80	112
2,0	6	8	11	16	20	27	33	41	48	60	84
2,5	-	6	9	13	16	21	27	33	38	48	67
3,0	-	5	8	11	14	18	22	27	32	40	56
4,0	-	-	6	8	10	14	17	21	24	30	42
5,0	-	-	-	6	8	11	13	17	19	24	34
6,0	-	-	-	-	7	9	11	14	16	20	28
6,5	-	-	-	-	6	8	10	13	15	18	26
7,0	-	-	-	-	6	8	10	12	14	17	24
8,0	-	-	-	-	5	7	9	10	12	15	21
9,0	-	-	-	-	-	6	8	9	11	13	19
10,0	-	-	-	-	-	6	7	8	10	12	17

TABLE T_2

Critère d'acceptation $c = 2$
Effectif d'échantillon n en fonction de p % et $\lambda = f\bar{V}$
(λ est le taux d'échantillonnage si $\bar{V} = 1$)

p% \ λ → f si $\bar{V}$ =1	0,005 1/200	0,01 1/100	0,02 1/50	0,04 1/25	0,0625 1/16	0,10 1/10	0,143 1/7	0,20 1/5	0,25 1/4	0,333 1/3	0,50 1/2
0,025	1350	1740	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,040	850	1090	1450	1880	-	-	-	-	-	-	-
0,050	680	870	1140	1500	1800	-	-	-	-	-	-
0,065	520	670	875	1150	1380	1690	2000	-	-	-	-
0,10	338	435	570	750	900	1100	1300	1530	1720	-	-
0,15	225	290	380	500	600	735	870	1020	1150	1360	1710
0,25	135	174	228	300	360	440	520	610	690	820	1470
0,40	85	109	143	188	225	275	325	383	430	510	670
0,50	68	87	114	150	180	220	280	305	345	410	535
0,65	52	70	88	115	138	170	200	235	265	315	410
0,75	45	58	76	100	120	146	173	204	230	272	356
1,0	40	44	57	75	90	110	130	153	172	204	267
1,5	23	29	38	50	60	73	87	102	115	136	178
2,0	18	22	29	38	45	55	65	77	86	102	134
2,5	14	17	23	30	36	44	52	61	69	82	107
3,0	12	15	20	25	30	37	43	51	57	68	89
4,0	9	12	15	19	23	28	33	38	43	51	67
5,0	8	10	12	16	19	22	26	31	34	41	51
6,0	6	8	10	13	16	18	22	26	29	34	45
6,5	5	7	9	12	14	17	20	24	26	31	41
7,0	-	6	9	11	13	16	18	22	25	29	37
8,0	-	6	8	10	12	14	17	19	22	26	33
9,0	-	-	6	9	11	13	15	17	19	23	30
10,0	-	-	6	8	10	12	13	16	18	20	27