PLANEC

Curseurs relatifs au contrôle et à l'analyse statistiques

Revue de statistique appliquée, tome 15, nº 3 (1967), p. 81-88
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1967__15_3_81_0>

CURSEURS RELATIFS AU CONTROLE ET A L'ANALYSE STATISTIQUES

présentés par PLANEC

Les deux curseurs représentés ci-après se rapportent au système d'échantillonnage MIL. STD. 105D et aux différents tests et lois statistiques les plus couramment utilisés en pratique.

La description qui va suivre sera complétée du mode d'emploi illustré par des exemples.

I - SYSTEME D'ECHANTILLONNAGE PAR ATTRIBUTS MIL.STD.105D.

Le curseur, modèle Rd, rassemble sur ses deux faces les plans d'échantillonnage Simple-Double et Multiple ainsi que les valeurs correspondantes des courbes d'efficacité.

Les niveaux de qualité acceptables (AQL) s'étendent de 0,10 à 10.

Exemple : soit le plan de contrôle suivant :

Grandeur du lot : 1 500 pièces

Niveau : II

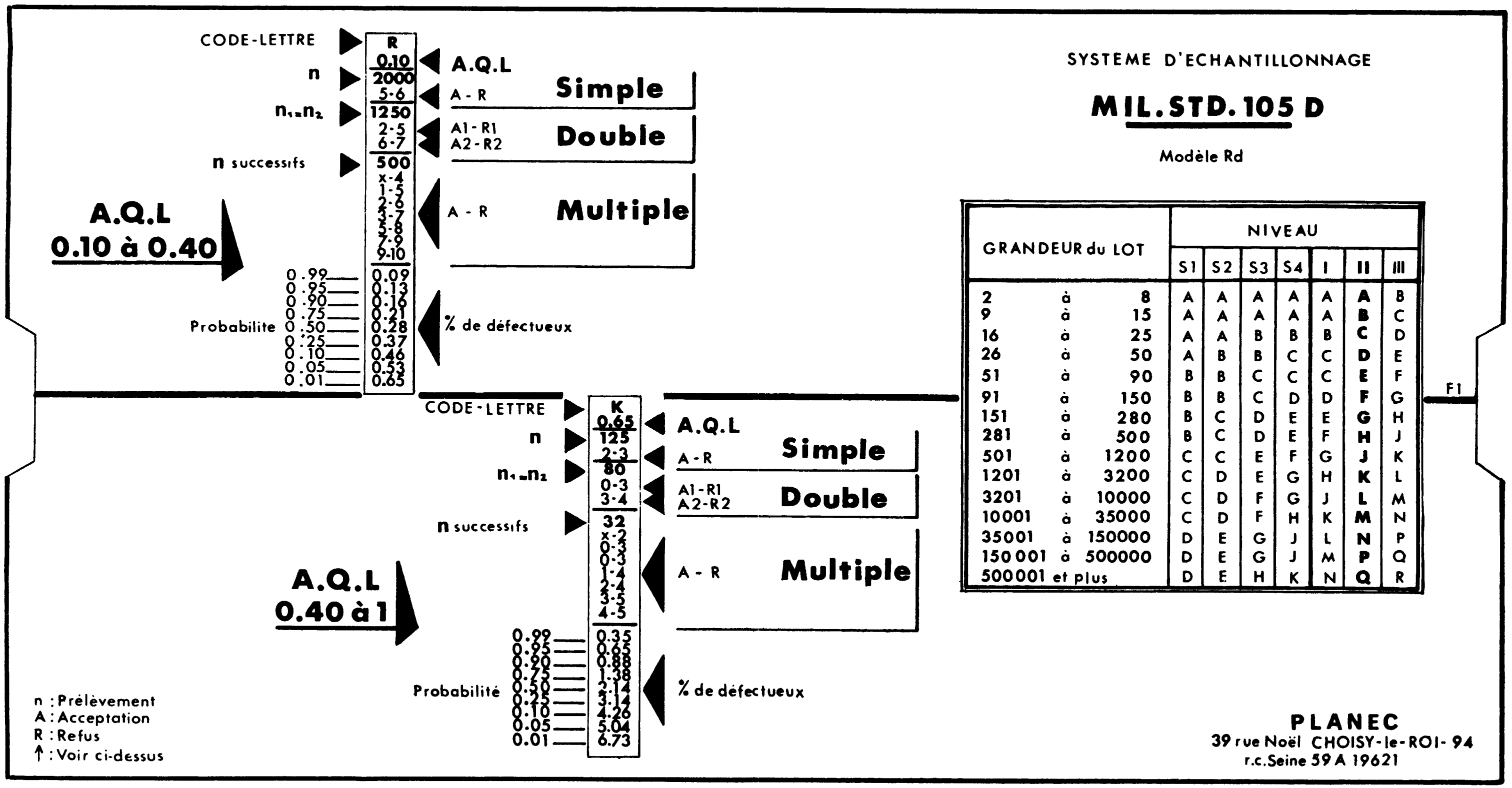
AQL : 0,65

Lire sur le tableau la lettre correspondant à la grandeur du lot et à l'A.Q.L. choisi.

Pour N = 1 500 (1 201 à 3 200) et niveau II, on lit la lettre K que l'on fait apparaître dans la lumière associée à l'A.Q.L. 0,65.

Cette manoeuvre permet de découvrir les données suivantes :

<u>Simple échantillonnage</u> :	Prélèvement	n =	125
	Acceptation	A =	2
	Refus	R =	3
<u>Double échantillonnage</u> :	1er prélèvement	n_1 =	90
	Acceptation	A_1 =	0
	Refus	R_1 =	3
	2ème prélèvement éventuel	n_2 =	80
	Acceptation	A_2 =	3
	Refus	R_2 =	4



GRANDEUR du LOT	NIVEAU S1	S2	S3	S4	I	II	III
2 à 8	A	A	A	A	A	A	B
9 à 15	A	A	A	A	A	B	C
16 à 25	A	A	B	B	B	C	D
26 à 50	A	B	B	C	C	D	E
51 à 90	B	B	C	C	C	E	F
91 à 150	B	B	C	D	D	F	G
151 à 280	B	C	D	E	E	G	H
281 à 500	B	C	D	E	F	H	J
501 à 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 à 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 à 10000	C	D	F	G	J	L	M
10001 à 35000	C	D	F	H	K	M	N
35001 à 150000	D	E	G	J	L	N	P
150001 à 500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001 et plus	D	E	H	K	N	Q	R

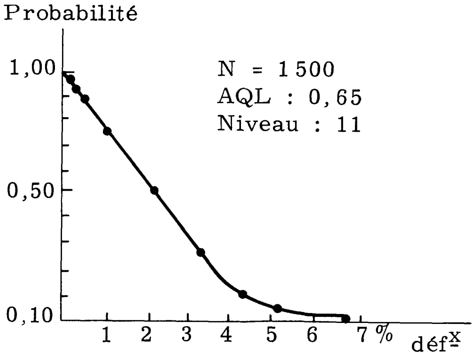
Multiple échantillonnage : 1er prélèvement n = 32

1er prélèvement	n	= 32
Acceptation	A	= X
Refus	R	= 2
2ème prélèvement	n	= 32
Acceptation	A	= 0
Refus	R	= 3

et ainsi de suite

Valeurs de la courbe d'efficacité.

Probabilité	% de défectueux
0,99	0,35
0,95	0,65
0,90	0,88
0,75	1,38
0,50	2,14
0,25	3,14
0,10	4,26
0,05	5,04
0,01	6,73



II - TESTS ET LOIS STATISTIQUES

L'ensemble des tests et lois statistiques fondamentaux fait l'objet du curseur modèle RL qui rassemble :

1/ Sur l'une des faces :

- la table de distribution de t (Loi de Student-Fisher).

Cette table donne les valeurs de t ayant la probabilité P d'être dépassée en module.

Exemple - Soit une population normale de moyenne m et un échantillon n extrait de cette population, de moyenne $\bar{x}$ et d'écart type s'.

Prenons m = 14 ; $\bar{x}$ = 14,6 ; s' = 1,2 ; n = 16.

On forme

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s'/\sqrt{n}} = 2$$

On fait apparaître d.d.l. = 16.1 = 15. On lit qu'il y a une probabilité de 0,05 pour que $|t|$ soit supérieur à 2,131.

La table donne les probabilités :

0,90 - 0,80 - 0,70 - 0,60 - 0,50

0,40 - 0,30 - 0,20 - 0,10 - 0,05

0,02 - 0,01

et les valeurs d.d.l. s'étendant de 1 à 30.

LOIS STATISTIQUES

Modèle RL

TABLE • t •

Probabilité	D. d. l. 15
0.90	.128
0.80	.258
0.70	.393
0.60	.536
0.50	.691
0.40	.866
0.30	1.074
0.20	1.341
0.10	1.753
0.05	2.131
0.02	2.602
0.01	2.947

TABLE • χ^2 •

15	Probabilité
5.23	0.990
6.26	0.975
7.26	0.950
8.55	0.900
22.31	0.100
25	0.050
27.5	0.025
30.58	0.010

TABLE • F •

ν_1 (P = 0,05)	ν_2 20
1	4.35
2	3.49
3	3.10
4	2.87
5	2.71
6	2.60
8	2.45
12	2.28
24	2.08
∞	1.84

ν_2 20	ν_1 (P = 0,01)
8.10	1
5.85	2
4.94	3
4.43	4
4.10	5
3.87	6
3.56	8
3.23	12
2.86	24
2.42	∞

TABLE de la CORRÉLATION TRANSFORMÉE $Z = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{1+r}{1-r}$

Z	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
0.01	.01	.11	.207	.300	.388	.470	.544	.611	.670	.721	.766	.804	.837	.864	.887
0.02	.02	.119	.216	.309	.397	.478	.551	.617	.675	.726	.770	.808	.840	.857	.890
0.03	.03	.129	.226	.318	.405	.485	.558	.623	.680	.731	.774	.811	.843	.869	.892
0.04	.04	.139	.235	.327	.414	.493	.565	.629	.686	.735	.778	.814	.845	.872	.894
0.05	.05	.149	.245	.336	.422	.500	.572	.635	.691	.740	.782	.818	.848	.874	.896
0.06	.06	.159	.255	.345	.430	.508	.578	.641	.696	.744	.786	.821	.851	.876	.898
0.07	.07	.168	.264	.354	.438	.515	.585	.647	.701	.749	.789	.824	.854	.879	.900
0.08	.08	.178	.273	.363	.446	.523	.591	.653	.706	.753	.793	.827	.856	.881	.901
0.09	.09	.188	.282	.371	.454	.530	.598	.658	.711	.757	.797	.831	.859	.883	.903
0.10	.099	.197	.291	.380	.462	.537	.604	.664	.716	.762	.800	.834	.862	.885	.905
Z	**1.5**	**1.6**	**1.7**	**1.8**	**1.9**	**2.0**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4**	**2.5**	**2.6**	**2.7**	**2.8**	**2.9**
0.01	.907	.923	.937	.948	.957	.965	.971	.976	.980	.984	.987	.989	.991	.993	.994
0.02	.909	.925	.938	.949	.958	.965	.971	.977	.981	.984	.987	.989	.991	.993	.994
0.03	.910	.926	.939	.950	.959	.966	.972	.977	.981	.985	.987	.990	.991	.993	.994
0.04	.912	.927	.940	.951	.959	.967	.973	.977	.982	.985	.988	.990	.992	.993	.994
0.05	.914	.929	.941	.952	.960	.967	.973	.978	.982	.985	.988	.990	.992	.993	.994
0.06	.915	.930	.942	.953	.961	.968	.974	.978	.982	.985	.988	.990	.992	.993	.995
0.07	.917	.932	.944	.954	.962	.969	.974	.979	.983	.986	.988	.990	.992	.994	.995
0.08	.919	.933	.945	.954	.963	.969	.975	.979	.983	.986	.989	.991	.992	.994	.995
0.09	.920	.934	.946	.955	.963	.970	.975	.980	.983	.986	.989	.991	.992	.994	.995
0.10	.922	.935	.947	.956	.964	.970	.976	.980	.984	.987	.989	.991	.993	.994	.995

F1

DISTRIBUTION du COEFFICIENT de CORRÉLATION r

P \ ν	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.10	.988	.900	.805	.729	.669	.621	.582	.549	.521	.497	.476	.457	.441
0.05	.997	.950	.878	.811	.754	.707	.666	.632	.602	.576	.553	.532	.514
0.02	.999	.980	.934	.882	.833	.789	.750	.715	.685	.658	.634	.612	.592
0.10	.999	.990	.959	.917	.874	.834	.798	.765	.735	.708	.683	.661	.641

P \ ν	14	15	16	17	18	19	20	30	40	50	70	100
0.10	.426	.412	.400	.389	.378	.369	.360	.296	.257	.231	.195	.164
0.05	.497	.482	.468	.455	.444	.433	.423	.349	.304	.273	.232	.195
0.02	.574	.558	.542	.528	.515	.503	.492	.409	.358	.322	.274	.230
0.01	.623	.605	.590	.575	.561	.549	.537	.449	.393	.354	.302	.254

PLANEC
39 Rue Noël — CHOISY-LE-ROI — 94
r.c. Seine 59 A 19621

- la table de distribution de χ^2 (Loi de K. Pearson).

Cette table donne les valeurs de χ^2 ayant la probabilité P d'être dépassée.

Elle indique les probabilités :

0,990 - 0,975 - 0,950 - 0,900 -

0,100 - 0,050 - 0,025 et 0,010

et les valeurs d.d.l. s'étendant de 1 à 30.

Exemple - Une fabrication donne sur une longue période $\sigma^2 = 0,0024$. On prélève un échantillon de n = 10 pièces. On calcule $\Sigma(x - \bar{x}) = 0,0108$ puis $\chi^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{\sigma^2} = 4,5$.

On fait apparaître d.d.l. = 10 - 1 = 9. On lit qu'il y a une probabilité de 0,90 pour que χ^2 soit supérieur à 4,17. On peut admettre que la variabilité de la fabrication est restée inchangée.

- la table de la distribution du rapport de deux variances estimées (table de SNEDECOR).

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad \text{avec} \quad \nu_1 \quad \text{et} \quad \nu_2 \quad \text{d.d.l.}$$

Cette table donne les valeurs de F ayant les probabilités 0,05 et 0,01 d'être dépassées lorsque S_1^2 et S_2^2 sont deux estimations indépendantes d'une même variance σ^2 d'une variable normale.

La table est donnée pour les valeurs suivantes :

- pour ν_1 : 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 8 - 12 - 24 - ∞ ;
- pour ν_2 : 1 - 25 - 28 - 30 - 40 - 60 - 120.

Exemple - Considérons deux échantillons

$$n_1 = 25 \quad \text{soit} \quad \nu_1 = 24$$
$$n_2 = 9 \quad \text{soit} \quad \nu_2 = 8$$

Calculons les variances respectives

$$s_1^2 = 0,04 \qquad s_2^2 = 0,05$$

Peut-on conclure à l'inégalité des variances ?

Pour P = 0,01 on fait apparaître $\nu_2 = 8$ et $\nu_1 = 24$ et on lit :

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} > 5,28 \qquad \text{si} \qquad s_1^2 > s_2^2$$

Pour P = 0,01 on fait apparaître $\nu_2 = 24$ et $\nu_1 = 8$ et on lit

$$\frac{s_2^2}{s_1^2} > 3,36 \qquad \text{ou encore} \qquad \frac{s_1^2}{s_2^2} < \frac{I}{3,36} = 0,29 \qquad \text{si} \qquad s_2^2 > s_1^2$$

La valeur constatée $\frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{0,04}{0,05} = 0,8$ étant comprise entre 0,29 et 5,28 on est en droit de penser que les variances ne sont pas statistiquement différentes.

- la table de distribution du coefficient de corrélation r.

r est estimé à partir d'un échantillon prélevé dans une population normale avec corrélation nulle $\rho = 0$.

En fonction de ν(1), la table donne les valeurs de r ayant la probabilité 0,10 - 0,05 - 0,02 - 0,01 d'être dépassée.

Les valeurs de ν s'étendent de 1 à 20 puis 30-40-50-70-100.

Exemple - Pour 12 couples d'observations il y a une probabilité P = 0,10 pour que r soit supérieur à 0,497 avec ν = 12-2 = 10 d.d.l.

- la table de la corrélation transformée Z.

$$Z = \frac{1}{2} \quad \log_e \frac{1 + r}{1 - r}$$

La table donne les valeurs de r pour des valeurs de Z variant de 0 à 3.

Exemple - Pour r = 0,927 on lit Z = 1,64.

2/ Sur l'autre face.

- la table de la loi binomiale.

Exemple - La proportion de défectueux contenus dans un lot est p = 0,06. La grandeur de l'échantillon est n = 30. Quelle est la probabilité de trouver K = 5 défectueux ?

On fait apparaître p = 0,06 et n = 30, on lit pour K = 5 la probabilité recherchée soit 0,0236.

La table est donnée pour :

n = 10 - 15 - 20 - 30 - 40 - 50

p = 0,02 - 0,04 - 0,06 - 0,08 - 0,10

K = 0 à 15.

- la table de la loi de Poisson.

Exemple - Considérons les données suivantes :

p = 0,08   n = 50   d'où   np = 4

Quelle est la probabilité de trouver K = 3 défectueux ?

On fait apparaître K = 3 ; on lit pour np = 4 la probabilité recherchée soit 0,1954.

La table est donnée pour :

K = 0 à 29

np = 1 à 16

----

(1) On a $\nu = n - 2 - k$, k étant le nombre des variables de liaison dans le cas d'une corrélation partielle.

LOI BINOMIALE

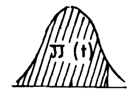
K	n = 20, p = 0.06
0	.2901
1	.3703
2	.2246
3	.0860
4	.0233
5	.0048
6	.0008
7	.0001
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

CONDITIONS D'EMPLOI

soit
Effectif N du lot grand par rapport à l'effectif n de l'échantillon (n = 0.10 N)
soit
chaque élément extrait est remis dans le lot avant tirage suivant

Exemple :
Pour p = 0.06 et n = 30 la probabilite de trouver K = 5 def^{x} est P5 = 0.024

$P_5 = C_{30}^{5}\ p^5\,(1-p)^{30-5}$



Ex. soit m = 10, σ = 2
La frequence des elements inferieurs à 12.5 est :

$t = \frac{12.5-10}{2} = 1.25$

d'où Π (t) = 0.89

LOI DE LAPLACE-GAUSS - Probabilité d'une valeur inférieure à t

t	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
0.00	.50	.54	.58	.62	.65	.69	.73	.76	.79	.82	.84	.86	.88	.90	.92
0.01	.50	.54	.58	.62	.66	.69	.73	.76	.79	.82	.84	.87	.89	.90	.92
0.02	.51	.55	.59	.62	.66	.70	.73	.76	.79	.82	.85	.87	.89	.91	.92
0.03	.51	.55	.59	.63	.67	.70	.74	.77	.80	.82	.85	.87	.89	.91	.92
0.04	.52	.56	.59	.63	.67	.71	.74	.77	.80	.83	.85	.87	.89	.91	.93
0.05	.52	.56	.60	.64	.67	.71	.74	.77	.81	.83	.85	.87	.89	.91	.93
0.06	.52	.56	.60	.64	.68	.71	.75	.78	.81	.83	.86	.88	.90	.91	.93
0.07	.53	.57	.61	.64	.68	.72	.75	.78	.81	.83	.86	.88	.90	.91	.93
0.08	.53	.57	.61	.65	.68	.72	.75	.78	.81	.84	.86	.88	.90	.92	.93
0.09	.54	.58	.61	.65	.69	.72	.75	.79	.81	.84	.86	.88	.90	.92	.93

t	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9
0.00	.93	.94	.95	.96	.97	.98	.98	.99	.99	.992	.994	.995	.996	.997	.99
0.01	.93	.95	.96	.96	.97	.98	.98	.99	.99	.992	.994	.995	.997	.997	.99
0.02	.94	.95	.96	.97	.97	.98	.98	.99	.99	.992	.994	.996	.997	.998	.99
0.03	.94	.95	.96	.97	.97	.98	.98	.99	.99	.992	.994	.996	.997	.998	.99
0.04	.94	.95	.96	.97	.97	.98	.98	.99	.99	.993	.994	.996	.997	.998	.99
0.05	.94	.95	.96	.97	.97	.98	.98	.99	.99	.993	.995	.996	.997	.998	.99
0.06	.94	.95	.96	.97	.97	.98	.98	.99	.99	.993	.995	.996	.997	.998	.99
0.07	.94	.95	.96	.97	.98	.98	.98	.99	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.99
0.08	.94	.95	.96	.97	.98	.98	.99	.99	.991	.993	.995	.996	.997	.998	.99
0.09	.94	.95	.96	.97	.98	.98	.99	.99	.991	.994	.995	.996	.997	.998	.99

F 2

LOI de POISSON

K	np = 17
1	
2	
3	
4	
5	.0001
6	.0006
7	.0021
8	.0058
9	.0128
10	.0237
11	.0383
12	.0550
13	.0713
14	.0847
15	.0934
16	

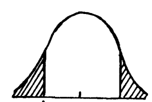
CONDITIONS D'EMPLOI

- p faible (qq centièmes)
- n assez élevé pour que np soit de qq unites

Exemple :
Pour np = 4, la probabilité de trouver 3 defectueux est $P_3 = 0{,}1954$

$P_3 = e^{-4}\,\frac{np^3}{3!}$

LOI DE LAPLACE-GAUSS - Valeur de la variable ayant la probabilité P d'être dépassée



Ex. Soit m = 10 σ = 2
La frequence des élements exterieurs à (8-12) est :

$t = \frac{12-10}{2} = 1$

d'où P = 0.32

P	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	∞	2.57	2.33	2.17	2.05	1.96	1.88	1.81	1.75	1.69
0.1	1.64	1.60	1.55	1.51	1.47	1.44	1.40	1.37	1.34	1.31
0.2	1.28	1.25	1.22	1.20	1.17	1.15	1.13	1.10	1.08	1.06
0.3	1.04	1.01	0.99	0.97	0.95	0.93	0.91	0.90	0.88	0.86
0.4	0.84	0.82	0.81	0.79	0.77	0.75	0.74	0.72	0.70	0.69
0.5	0.67	0.66	0.64	0.63	0.61	0.59	0.58	0.57	0.55	0.54
0.6	0.52	0.51	0.49	0.48	0.47	0.45	0.44	0.43	0.41	0.40
0.7	0.38	0.37	0.36	0.34	0.33	0.32	0.30	0.29	0.28	0.27
0.8	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.19	0.18	0.16	0.15	0.14
0.9	0.13	0.11	0.10	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.02	0.01

- la table de la distribution de t (Loi de Laplace-Gauss).

Valeur de t ayant la probabilité d'être dépassée en module.

Exemple - Soit une population normale $m = 10$; $\sigma = 2$. Calculer la fréquence des éléments extérieurs à 8-12 ?

On forme $|t| = \frac{12 - 10}{2} = 1$ d'où $P \simeq 0,32$.

- la table de la fonction intégrale de la loi de Laplace-Gauss.

Probabilité d'une valeur inférieure à t.

Exemple - Soit une population normale de moyenne $m = 10$ et d'écart-type $\sigma = 2$. Calculer la fréquence des éléments inférieurs à 12,5 ?

On forme $t = \frac{12,5 - 10}{2} = 1,25$ d'où $\pi(t) = 0,89$.

On peut se procurer ces curseurs aux prix suivants :

- Modèle Rd (MIL.STD.105D) = 15 Frs T.T.C ;
- Modèle Rl (Lois Statistiques) = 18 Frs T.T.C.

Pour tous renseignements complémentaires écrire à :

PLANEC - 10 Rue d'Athis - 91 - EPINAY-sur-ORGE