

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

C. LACKMÉ

Analyse statistique de la structure locale d'un écoulement diphase description des arrivées de bulles

Revue de statistique appliquée, tome 13, n° 1 (1965), p. 49-63

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1965__13_1_49_0

© Société française de statistique, 1965, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANALYSE STATISTIQUE DE LA STRUCTURE LOCALE D'UN ÉCOULEMENT DIPHASÉ DESCRIPTION DES ARRIVÉES DE BULLES

C. LACKMÉ

Ingénieur. Commissariat à l'Énergie Atomique

Dans cette étude l'auteur montre que les arrivées de bulles en un point d'une conduite parcourue par une émulsion liquide - gaz ne sont pas poissonniennes.

Des considérations théoriques sommaires suggèrent l'hypothèse d'une distribution de GALTON-MAC ALLISTER pour les intervalles de temps séparant les passages des bulles. Le test du χ^2 confirme la validité de cette hypothèse. Les distributions obtenues en faisant varier le débit global du gaz montrent que leur loi ne dépend que d'un paramètre. La forme de l'écart type fait penser à une distribution d'ERLANG du second ordre, l'exécution du test du χ^2 conduit à accepter aussi cette deuxième hypothèse. La distribution log normale est commode pour une étude graphique alors que la distribution d'ERLANG se prêtera mieux à des développements théoriques.

GENERALITES

L'étude d'un écoulement diphasé peut être envisagée comme un problème impliquant un trafic ; la voie constituée par le canal a des possibilités moyennes d'écoulement et la structure de l'élément liquide comme celle de l'élément gaz s'organisent en fonction de cette contrainte. Pour donner un support concret à notre description de cette situation opérationnelle complexe, nous distinguerons plusieurs éléments dont le comportement de base est le suivant : des unités -soit le gaz sous forme de bulles, soit le liquide entre ces bulles suivant que l'on s'intéresse à l'aspect gaz ou à l'aspect liquide- passent en un point qui est considéré comme une installation assurant un certain service à ces unités. Le point est matérialisé dans l'étude par l'extrémité dénudée d'un fil conducteur ; en ce point, le service rendu est la non-fourniture de courant s'il s'agit d'une bulle ou la fourniture de courant s'il s'agit de l'eau. Le choix de la nature du service rendu dépend du fluide que l'on entend privilégier. Nous nous intéressons ici plus spécialement au gaz mais ce choix n'a rien de nécessaire ni de définitif. Nous considérons donc que des unités -les bulles- se présentent devant l'installation -la pointe- qui leur rend le service négatif suivant : non-fourniture de courant. Les arrivées des unités sont aléatoires de même que les durées des services, ces durées sont d'ailleurs fonction de la taille des unités et de leur vitesse mais peu importe pour le moment.

Pour procéder à l'analyse opérationnelle de la situation, nous nous attacherons d'abord au double problème de la description en termes de probabilité des arrivées et des durées de services. Nous chercherons ensuite à en déduire les probabilités d'état du système. L'objet de cette première note est l'étude des arrivées.

I - PRELEVEMENT DES ECHANTILLONS

L'écoulement à bulles est réalisé en injectant de l'air à travers de petits trous percés dans la paroi d'un tube en plexiglas rempli d'eau. Le passage d'une bulle en un point, ou ce qui revient au même, l'interruption du service en eau en ce point, est repéré par la coupure de courant qui passe entre l'extrémité du fil conducteur qui matérialise le point et l'eau. L'intensité du courant qui passe dans le circuit pile-filconducteur-eau-masse est enregistrée graphiquement en utilisant un galvanomètre aussi rapide que possible. Les intervalles de temps qui séparent le passage de deux bulles successives sont mesurés (voir figure 1) par la distance en mm qui sépare les deux fronts d'impulsion. Connaissant

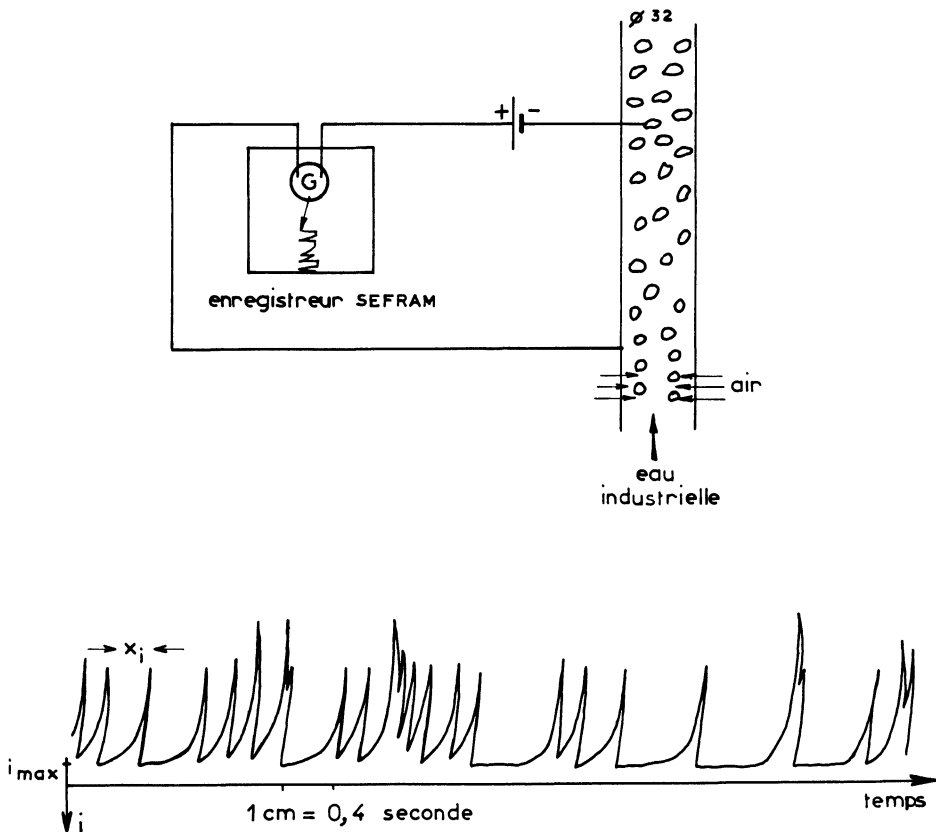


Figure 1 : Principe de l'enregistrement du passage des bulles en un point.
- Repérage d'un intervalle de temps x_i sur un enregistrement.

la vitesse de déroulement du papier, il est facile d'exprimer ces longueurs en unités de temps. Les distances sont arrondies au mm le plus voisin d'où des classes de 1 mm d'amplitude limitées par des nombres entiers de 1/2 mm. L'histogramme construit à partir d'un échantillon de ces durées est fortement dissymétrique (figure 2).

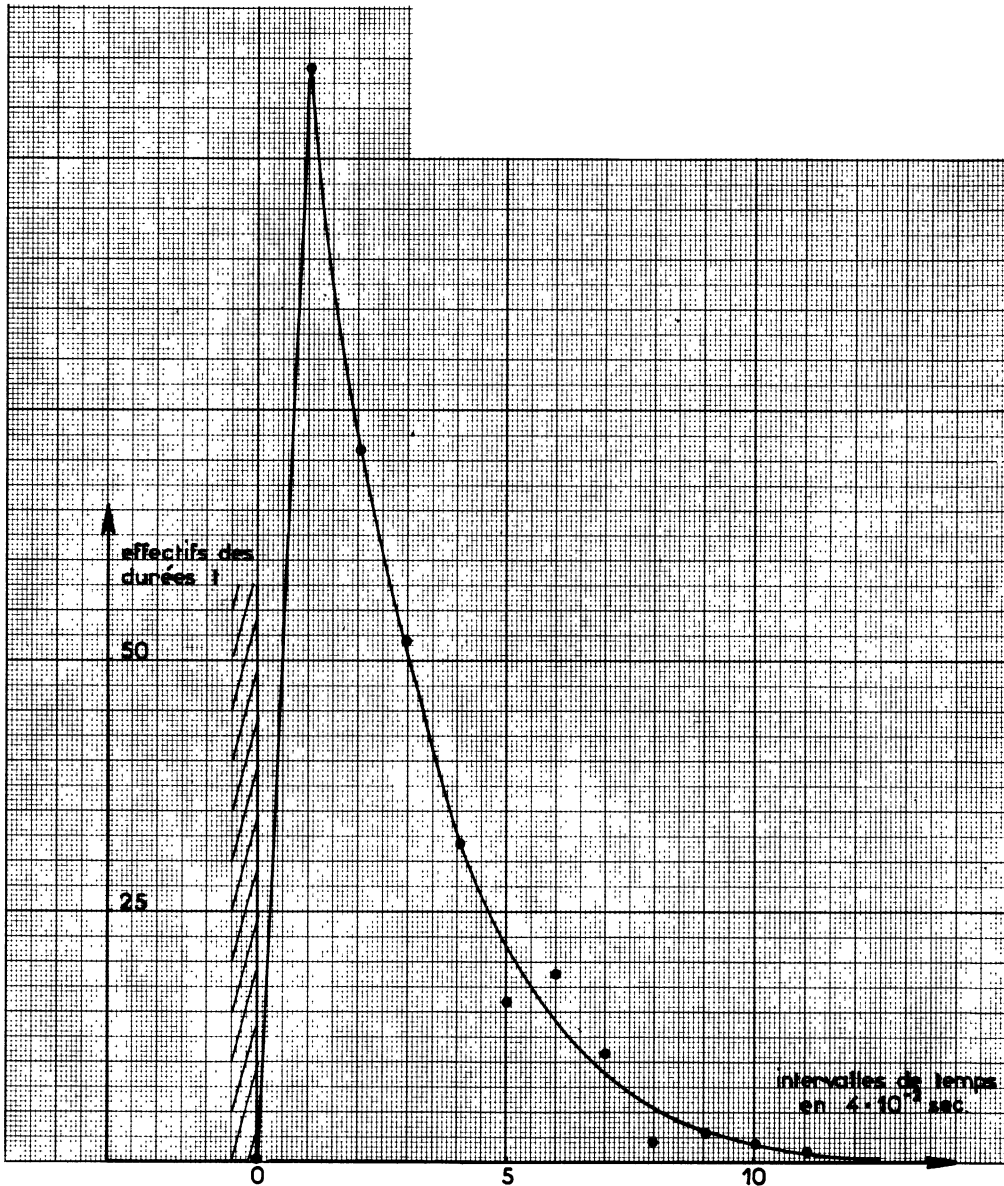


Figure 2 : Echantillon de 318 intervalles de temps entre arrivées de bulles.

II - LES ARRIVEES DE BULLES SONT-ELLES ENTIEREMENT ALEATOIRES ?

Soient

P_t la probabilité d'observer un intervalle de temps supérieur à t entre 2 bulles consécutives ;

P_{t+dt} celle d'observer un temps supérieur à $t+dt$.

Appelons A l'évènement "pas de bulle" entre 0 et t , B l'évènement "une bulle" entre t et $t+dt$. La probabilité de A est P_t , la probabilité de B, sachant que A s'est produit est : (probabilité conditionnelle de B)

$$\frac{-P_{t+dt} + P_t}{P_t}$$

Si les arrivées sont entièrement aléatoires, la probabilité pour que la bulle passe entre t et $t+dt$ est de la forme kdt où k est une constante. On a alors l'égalité ;

$$\frac{dP_t}{P_t} = -kdt$$

d'où :

$$P_t = e^{-kt}$$

car :

$$P_0 = 1$$

Ce type d'arrivée est dit exponentiel ou poissonien ou d'ERLANG du 1er ordre. Les appels reçus par un central téléphonique se distribuent dans le temps suivant une telle loi, de même les durées de vie de beaucoup de matériels.

Nous allons tester si cette loi décrit convenablement les arrivées de bulles. Pour cela, nous formons la quantité :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(N_i - N'_i)^2}{N'_i}$$

Les N_i sont les effectifs des classes i d'un échantillon de taille 100, prélevé au centre du canal, à 60 cm au-dessus de l'injection d'air (débit d'eau = 0, débit d'air = 25 l/h sous une pression de 300 g/cm²). Le tableau 1 donne le groupement par classes et la valeur des N_i .

Les N'_i sont les nombres théoriques que l'on observerait dans un échantillon de même taille 100 extrait d'une population totale dont la loi de répartition serait exponentielle. Ces N'_i sont donnés par

$$N'_i = 100 P_i$$

avec :

$$P_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \frac{1}{m} e^{-\frac{x}{m}} dx$$

Les u_i sont les limites de classes de l'échantillon et m le paramètre de la distribution théorique estimé par la moyenne des observations relevées dans l'échantillon.

TABLEAU I

| chronique $x_j(i)$ | limites de classes u_j | centres de classes x_j | nombres observés N_j | $N_j x_j$ | $N_j x_j^2$ | nombres cumulés | observations |
|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-----------|-------------|--------------------|---|
| 4 4 4 | 0 | 1 | 14 | 14 | 14 | 14 | taille de l'échantillon $N = 100$ |
| 13 5 2 | 1,5 | 2 | 9 | 18 | 36 | 23 | |
| 11 1 2 | 2,5 | 3 | 15 | 45 | 135 | 38 | moyenne $m = \frac{1}{N} \sum N_j x_j$ $m = 5,63$ |
| 10 10 4 | | | | | | | |
| 5 4 3 | 3,5 | 4 | 12 | 48 | 192 | 50 | variance $s^2 = \frac{\sum N_j x_j^2 - Nm^2}{N-1}$ $s^2 = 17,8$ |
| 3 5 3 | | | | | | | |
| 3 1 14 | 4,5 | 5 | 9 | 45 | 225 | 59 | écart type s $s = 4,2$ |
| 3 2 4 | | | | | | | |
| 10 3 7 | 5,5 | 6 | 12 | 72 | 432 | 71 | N.B.: les temps sont compréh en unités qui valent $4 \cdot 10^{-2}$ sec |
| 3 6 1 | | | | | | | |
| 9 4 8 | 6,5 | 7 | 4 | 28 | 196 | 75 | |
| 3 17 1 | | | | | | | |
| 3 4 1 | 7,5 | 8 | 5 | 40 | 320 | 80 | |
| 6 8 5 | | | | | | | |
| 6 16 1 | 8,5 | 9 | 1 | 9 | 81 | 81 | |
| 6 19 6 | | | | | | | |
| 2 1 2 | 9,5 | 10 | 6 | 60 | 600 | 87 | |
| 1 15 1 | | | | | | | |
| 15 6 4 | 10,5 | 11 | 3 | 33 | 363 | 90 | |
| 3 1 12 | | | | | | | |
| 6 8 | 11,5 | 12 | 1 | 12 | 144 | 91 | |
| 4 10 | | | | | | | |
| 10 6 | 12,5 | 13 | 1 | 13 | 169 | 92 | |
| 6 5 | | | | | | | |
| 3 2 | 13,5 | 14 | 2 | 28 | 392 | 94 | |
| 3 3 | | | | | | | |
| 8 1 | 14,5 | 15 | 2 | 30 | 450 | 96 | |
| 6 7 | | | | | | | |
| 2 2 | 15,5 | 16 | 2 | 32 | 512 | 98 | |
| 5 4 | | | | | | | |
| 16 2 | 16,5 | 17 | 1 | 17 | 289 | 99 | |
| 1 1 | | | | | | | |
| 1 10 | 17,5 | 18 | 0 | 0 | — | 99 | |
| 5 5 | | | | | | | |
| 7 14 | 18,5 | 19 | 1 | 19 | 361 | 100 | |
| 7 3 | | | | | | | |
| 4 5 | 19,5 | | | 563 | 4911 | | |
| 8 6 | | | | | | | |
| 11 3 | | | | | | | |
| 6 11 | | | | | | | |

La sévérité du test est accrue en diminuant le nombre de classes de l'échantillon et par suite le nombre de degrés de liberté. Les calculs sont rassemblés dans le tableau 3, la valeur du seuil $\chi^2_0 = 11,07$ au delà duquel on rejette la loi théorique au risque de 5 % est largement dépassée, on trouve $\chi^2 = 14,37$. L'hypothèse des arrivées exponentielles est donc à rejeter. En d'autres termes, la probabilité conditionnelle de voir arriver une bulle entre t et $t + dt$ est fonction du temps t qui s'est écoulé depuis le passage de la bulle précédente. Le désaccord entre les arrivées réelles et les arrivées exponentielles apparaît sur la figure 7.

TABLEAU 2

| limites de classes u_j | centres de classes x_j | N_j | $z_j = \log x_j$ | $N_j z_j$ | $N_j z_j^2$ | limites de classes des log. a_j | écarts réduits $t_j = \frac{a_j - m_z}{\sigma_z}$ | fréquences cumulées théoriques $F_0(t_j)$ | nombre théorique $N_j' = 100 [F_0(t_j) \cdot 23]$ | nombre observés N_j | $N_j - N_j'$ | $\frac{(N_j' - N_j)^2}{N_j'}$ | | |
|--------------------------|--------------------------|-------|------------------|-----------|-------------|-----------------------------------|---|---|---|-----------------------|--------------|-------------------------------|--|-----------------|
| 0 | 1 | 14 | 0 | 0 | 0,00 | $-\infty$ | | 0,0000 | 24,78 | 23 | +1,78 | 0,127 | moyenne des logarithmes m_z $m_z = 0,624$ variance des log. s_z^2 $s_z^2 = 0,123$ écart type des log. s_z $s_z = 0,35$ Test du χ^2 - nombre de degrés de liberté $8-3 = 5$ - limite fiducielle au seuil 5% $\chi^2 = 1,07$ - hypothèse distribution normale des log. : acceptable - probabilité de dépasser $\chi^2 = 2,47$ supérieure à 0,65 | |
| 1,5 | 2 | 9 | 0,302 | 2,718 | 0,83 | 0,398 | -0,682 | 0,2478 | 28,71 | 27 | +1,71 | 0,103 | | |
| 2,5 | 3 | 15 | 0,477 | 7,160 | 3,41 | 0,653 | +0,087 | 0,5349 | 18,08 | 21 | -2,92 | 0,470 | | |
| 3,5 | 4 | 12 | 0,602 | 7,220 | 4,35 | 0,813 | 0,57 | 0,7157 | 10,55 | 9 | +1,55 | 0,227 | | |
| 4,5 | 5 | 9 | 0,699 | 6,295 | 4,40 | 0,929 | 0,92 | 0,8212 | 06,37 | 7 | -0,63 | 0,061 | | |
| 5,5 | 6 | 12 | 0,778 | 9,340 | 7,20 | 1,021 | 1,20 | 0,8849 | 04,16 | 4 | +0,16 | 0,006 | | |
| 6,5 | 7 | 4 | 0,845 | 3,380 | 2,83 | 1,096 | 1,46 | 0,9265 | 02,94 | 5 | -2,06 | 1,442 | | |
| 7,5 | 8 | 5 | 0,903 | 4,515 | 4,08 | 1,190 | 1,705 | 0,9559 | 04,41 | 4 | 0,41 | 0,038 | | |
| 8,5 | 9 | 1 | 0,954 | 0,954 | 0,91 | $+\infty$ | | 1,0000 | | | | | | $\chi^2 = 2,47$ |
| 9,5 | 10 | 6 | 1 | 6,000 | 6,00 | | | | | | | | | |
| 10,5 | 11 | 3 | 1,041 | 3,093 | 3,26 | | | | | | | | | |
| 11,5 | 12 | 1 | 1,079 | 1,079 | 1,165 | | | | | | | | | |
| 12,5 | 13 | 1 | 1,114 | 1,114 | 1,24 | | | | | | | | | |
| 13,5 | 14 | 2 | 1,146 | 2,292 | 2,62 | | | | | | | | | |
| 14,5 | 15 | 2 | 1,176 | 2,352 | 2,77 | | | | | | | | | |
| 15,5 | 16 | 2 | 1,204 | 2,408 | 2,94 | | | | | | | | | |
| 16,5 | 17 | 1 | 1,230 | 1,230 | 1,51 | | | | | | | | | |
| 17,5 | 18 | 0 | 1,255 | 0,000 | 0,00 | | | | | | | | | |
| 18,5 | 19 | 1 | 1,279 | 1,279 | 1,64 | | | | | | | | | |
| 19,5 | | | | 64,429 | 51,18 | | | | | | | | | |

III - HYPOTHESE D'UNE DISTRIBUTION LOG NORMALE DES INTERVALLES DE TEMPS ENTRE PASSAGES

Remarquant, d'une part, que le sillage d'une bulle a tendance à accélérer la bulle suivante donc à réduire l'intervalle de temps qui sépare leur passage et, d'autre part, que les coalescences entre bulles, de même que leurs chocs, ont, au contraire, tendance à les augmenter, nous avons implicitement fait l'hypothèse que ces facteurs pourraient avoir des effets proportionnels et cherché à représenter la distribution des intervalles de temps entre arrivées de bulles par une loi de GALTON-MAC ALLISTER (ou loi des effets proportionnels, ou loi log normale). Cette loi pourrait, en effet, représenter la dissymétrie plus simplement qu'une loi de PEARSON.

Le tableau 2 résume les calculs effectués pour tester la normalité des logarithmes des observations. La valeur trouvée pour le χ^2 (5 degrés de liberté) est 2,47. Cette valeur est très loin du seuil correspondant au risque de 5 % qui est encore $\chi^2_0 = 11,07$. Par le seul hasard de l'échantillonnage on a 65 % de chances de dépasser la valeur trouvée de 2,47. L'hypothèse d'une distribution log normale des intervalles de temps entre bulles est donc largement acceptable. (Tableau 2).

TABLEAU 3

| limites de classes u_{i-1} | nombres observés N_i | $p_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \frac{1}{m} e^{-\frac{x}{m}} dx$ | $N_i' - N_i$ ($N_i' = 100 p_i$) | $\frac{(N_i' - N_i)^2}{N_i'}$ |
|---------------------------------|---------------------------|--|--------------------------------------|-------------------------------|
| 0 | 23 | 0,365 | 13,5 | 5 |
| 2,5 | 27 | 0,190 | -8 | 3,37 |
| 4,5 | 21 | 0,130 | -8 | 4,93 |
| 6,5 | 9 | 0,100 | 1 | 0,1 |
| 8,5 | 7 | 0,061 | -0,9 | 0,13 |
| 10,5 | 9 | 0,091 | 0,1 | 0,001 |
| >15,5 | 4 | 0,063 | 2,3 | 0,84 |
| + ∞ | | | | 14,37 = χ^2 |

- nombre de degrés de liberté $7 - 2 = 5$
- valeur de χ^2 ayant la probabilité 5% d'être dépassée : 11,07 (limite fiducielle)
- hypothèse arrivées exponentielles : à rejeter

La figure 3 permet d'ailleurs, à titre de vérification, de comparer la loi de répartition des logarithmes des observations à la droite de HENRI ajustée. La figure 4 compare les densités de répartition. Sur le tracé graphique, (figure 5) des fréquences cumulées, anamorphosé sur un réseau de coordonnées gaussiennes (ou log normales), on retrouve aussi les droites de HENRI avec une exploitation géométrique intéressante.

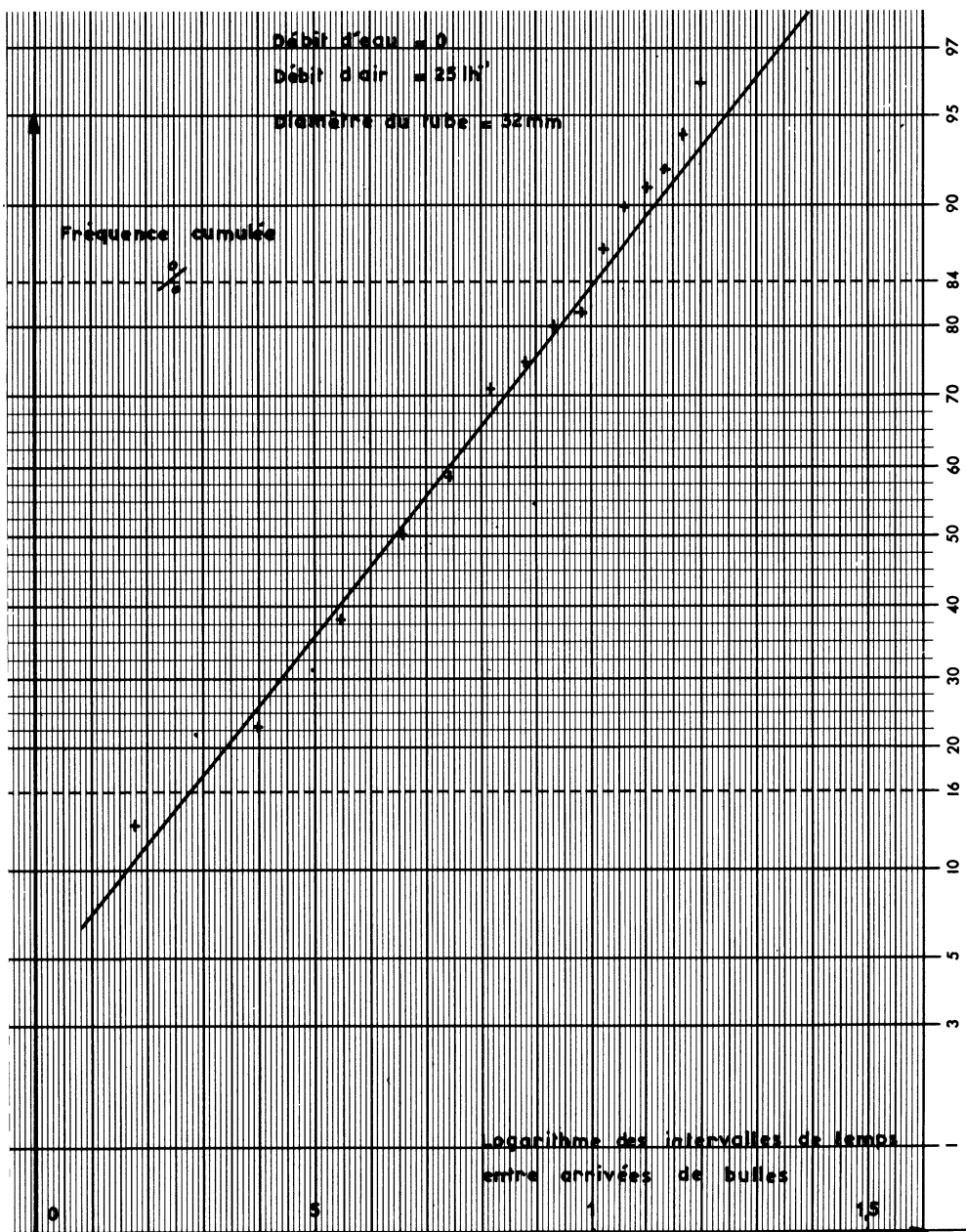


Figure 3 : Droite de HENRI et logarithmes des observations.

L'ordonnée 50 % coupe la droite de HENRI en un point m dont l'abscisse donne la médiane des observations (égale à l'antilog de la moyenne des log). Le segment mp déterminé sur la droite de HENRI par les ordonnées 50 % et 84 % se projette sur l'axe des abscisses suivant

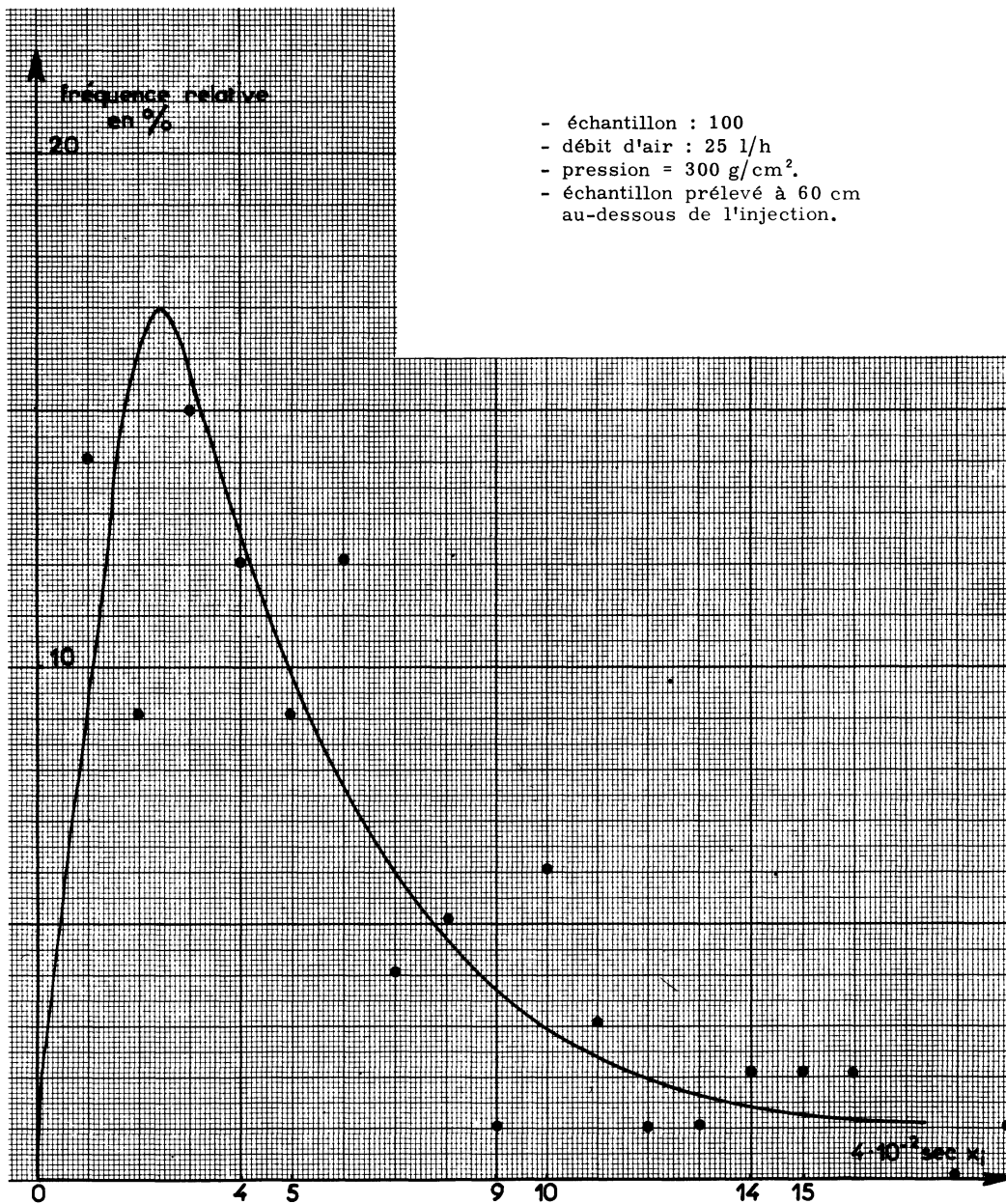


Figure 4 : Distribution des observations comparée à la distribution de GALTON-MAC ALLISTER,

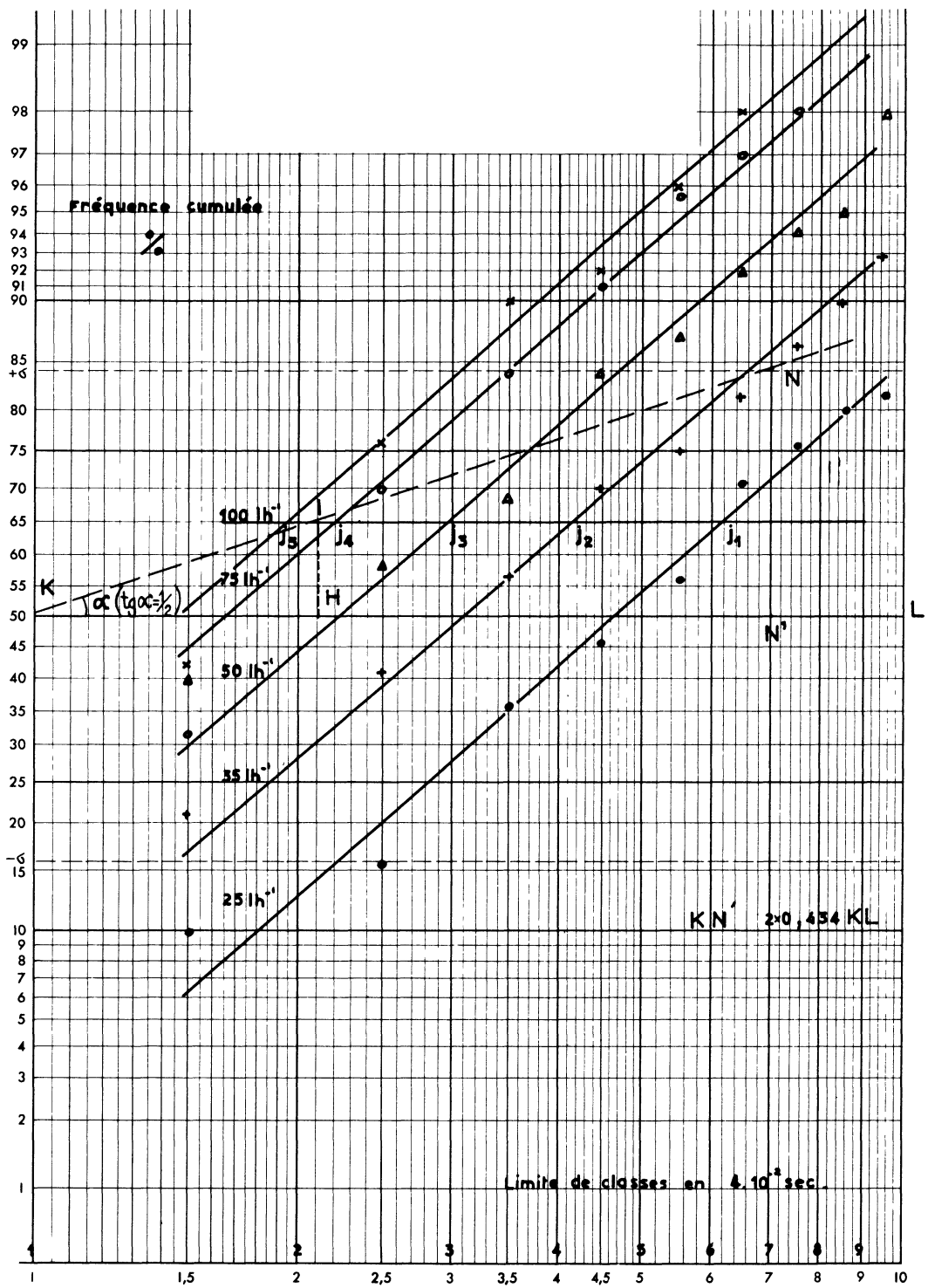


Figure 5 : Distribution des arrivées en fonction du débit d'air (débit d'eau = 0) taille de l'échantillon $m = 50$, pression : 300 g/cm^2 , prélèvement à 60 cm de l'injection.

un segment MP dont les extrémités sont respectivement l'antilog de la moyenne m des log et l'antilog de la moyenne des log augmentée de l'écart-type σ_z des log.

MP donne donc à l'échelle métrique des abscisses la valeur de σ_z . (figure 6).

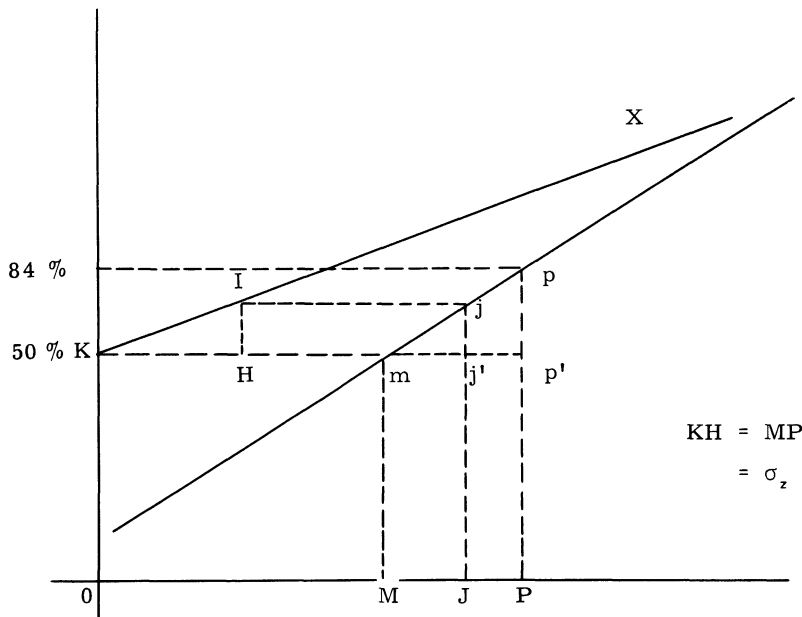


Fig. 6

On a ainsi

$$m_z = \log (M)$$

$$m_z + \sigma_z = \log (P)$$

Une construction géométrique simple permet également de lire la moyenne des observations. A partir du point 50 %, soit K, on trace une droite KX de pente 1/2 en tenant compte des modules de chacun des axes : pour l'axe des ordonnées ce module est la distance (50 % - 84 %) ou (16 % - 50 %) pour l'axe des abscisses, c'est la distance (1 - 10) de la graduation logarithmique multipliée par 0,4343. Le point H de l'horizontale 50 %, s'élève en I sur cette droite KX. I se rappelle en j sur la droite de HENRI et j se projette sur l'axe des abscisses en un point J dont l'abscisse est la moyenne m des observations. On voit donc l'intérêt que peut présenter le diagramme gaussien logarithmique⁽¹⁾.

(1) N.d.l.R. - En effet, dans un graphique théorique, à échelle fonctionnelle des abscisses en logarithmes népériens, si J correspond à la moyenne m_x des x et M à leur médiane (c'est-à-dire aussi à la moyenne \bar{Z} de $\log_e x$), on a, compte tenu du module de l'échelle :

$$OJ = \text{Log}_e m = \bar{Z} + \frac{\sigma^2}{2}$$

$$OM = \bar{Z} \quad (\sigma^2 = \sigma_z)$$

d'où :

$$MJ = \sigma^2/2 \quad \text{avec } MP = \sigma$$

$$\frac{j'j}{p'p} = \frac{MJ}{MP} = \frac{\sigma^2/2}{\sigma} = \frac{\sigma}{2}$$

m étant la durée moyenne.

Ces quelques considérations géométriques nous permettent d'aller plus avant dans l'étude des distributions. En effet, la figure 5 où l'on a porté les fréquences cumulées pour des échantillons correspondant à divers débits d'air montre le parallélisme frappant des droites de HENRI. Sur ces droites, les ordonnées 50 % et 84 % déterminent des segments égaux qui se projettent sur l'axe des abscisses suivant d'autres segments égaux entre eux (compte tenu du fait que l'échelle des abscisses est une échelle métrique des valeurs des logarithmes). On en conclut donc que l'écart-type σ_z des logarithmes des observations est indépendant du débit d'air total. Comme, d'autre part, pour une distribution log normale, l'écart-type s des observations elles-mêmes, leur moyenne m et l'écart-type σ_z de leurs logarithmes

$$s = m \sqrt{e^{\sigma_z^2} - 1} \quad (1)$$

il en résulte entre m et s une relation de la forme : $m^2/s^2 = C^{te}$ quel que soit le débit d'air total.

Cette forme est caractéristique des distributions d'ERLANG. On peut avoir une idée de la valeur de la constante en se rapportant au tableau 1 où l'on a calculé les valeurs de $m = 5,63$ et $s = 4,2$. Le calcul de $\left(\frac{m}{s}\right)^2$ montre que la constante peut être prise approximativement égale à 2, compte tenu de l'influence possible des fluctuations d'échantillonnage sur l'estimation de m et de s .

En effet, si l'on calcule les valeurs de m et s à partir des échantillons de 50 individus qui ont permis de tracer les droites de la figure 5 on trouve :

| échantillon | m | s | m/s |
|-------------|------|-------|-------|
| 25 l/h | 5,36 | 3,115 | 1,72 |
| 35 l/h | 3,85 | 2,783 | 1,385 |
| 50 l/h | 2,85 | 2,307 | 1,22 |
| 75 l/h | 2,32 | 1,497 | 1,55 |
| 100 l/h | 2,06 | 1,361 | 1,51 |

Les valeurs de m/s trouvée encadrent bien la valeur :

$$\frac{m}{s} = \sqrt{2} = 1,414$$

IV - TEST DE L'HYPOTHESE D'UNE DISTRIBUTION D'ERLANG DU SECONDD ORDRE

Pour celle-ci, la probabilité d'observer un intervalle de temps su-

Suite de la note (page précédente)

Si H est défini par $KH = MP = \sigma$, on en déduit $\frac{IH}{KH} = \frac{1}{2}$

(L'unité sur l'axe des ordonnées étant le segment (50 % - 84 %) et sur l'axe des abscisses le segment $(e^0 - e^1)$, c'est-à-dire, dans un graphique usuel à échelle logarithmique décimale, le segment 0,4343 (1 - 10). cf. R. DUVAL "Etude graphique d'une distribution log-normale" Revue de Statistique Appliquée 1959 N° 1, pp.107-115.

(1) Dans cette formule σ_z^2 représente la variance de $Z = \text{Log}_i x = 2,3026 \log x$.

périeur à t est

$$P_t = \left(1 + 2 \frac{t}{m}\right) e^{-2 \frac{t}{m}}$$

TABLEAU 4

| limites de classes u_{i-1} | nombres observés N_i | $P_i = \left[\left(1 + \frac{2t}{m}\right) e^{-\frac{2t}{m}} \right]_{u_i}^{u_{i-1}}$ | $N_i' - N_i$ ($N_i' = 100p_i$) | $\frac{(N_i' - N_i)^2}{N_i'}$ |
|---------------------------------|---------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------------|
| 0 | 23 | 0,225 | -0,5 | 0,011 |
| 2,5 | 27 | 0,255 | -1,5 | 0,088 |
| 4,5 | 21 | 0,19 | -2 | 0,21 |
| 6,5 | 9 | 0,134 | 4,4 | 1,44 |
| 8,5 | 7 | 0,083 | 1,3 | 0,204 |
| 10,5 | 9 | 0,09 | 0 | 0 |
| 15,5 | 4 | 0,024 | -2 | 1,67 |
| $+\infty$ | | | | <hr/> 3,623 = χ^2 |

- nombre de degrés de liberté $7 - 2 = 5$
 - limite fiducielle correspondant au seuil 5% : $\chi^2 = 11,07$
 - hypothèse arrivées d'ERLANG du 2^e ordre: acceptable

Le tableau 4 résume les calculs faits pour exécuter le test du χ^2 . La valeur 3,623 trouvée pour χ^2 est très inférieure à la limite fiducielle correspondant au seuil de 5%. L'hypothèse des arrivées suivant une loi d'ERLANG du second ordre peut donc être retenue. La figure 7 confirme ce point de vue.

V - CONCLUSION

Pour les intervalles de temps entre passage de bulles en un point, on peut donc, au choix, retenir l'hypothèse d'une distribution log normale à deux paramètres liés ou celle d'une distribution d'ERLANG du second ordre pour laquelle un paramètre suffit. La première se prête mieux à une étude graphique (la figure 8 montre, par exemple, rapidement l'influence de l'augmentation du débit d'eau), la seconde est plus commode pour les développements théoriques.

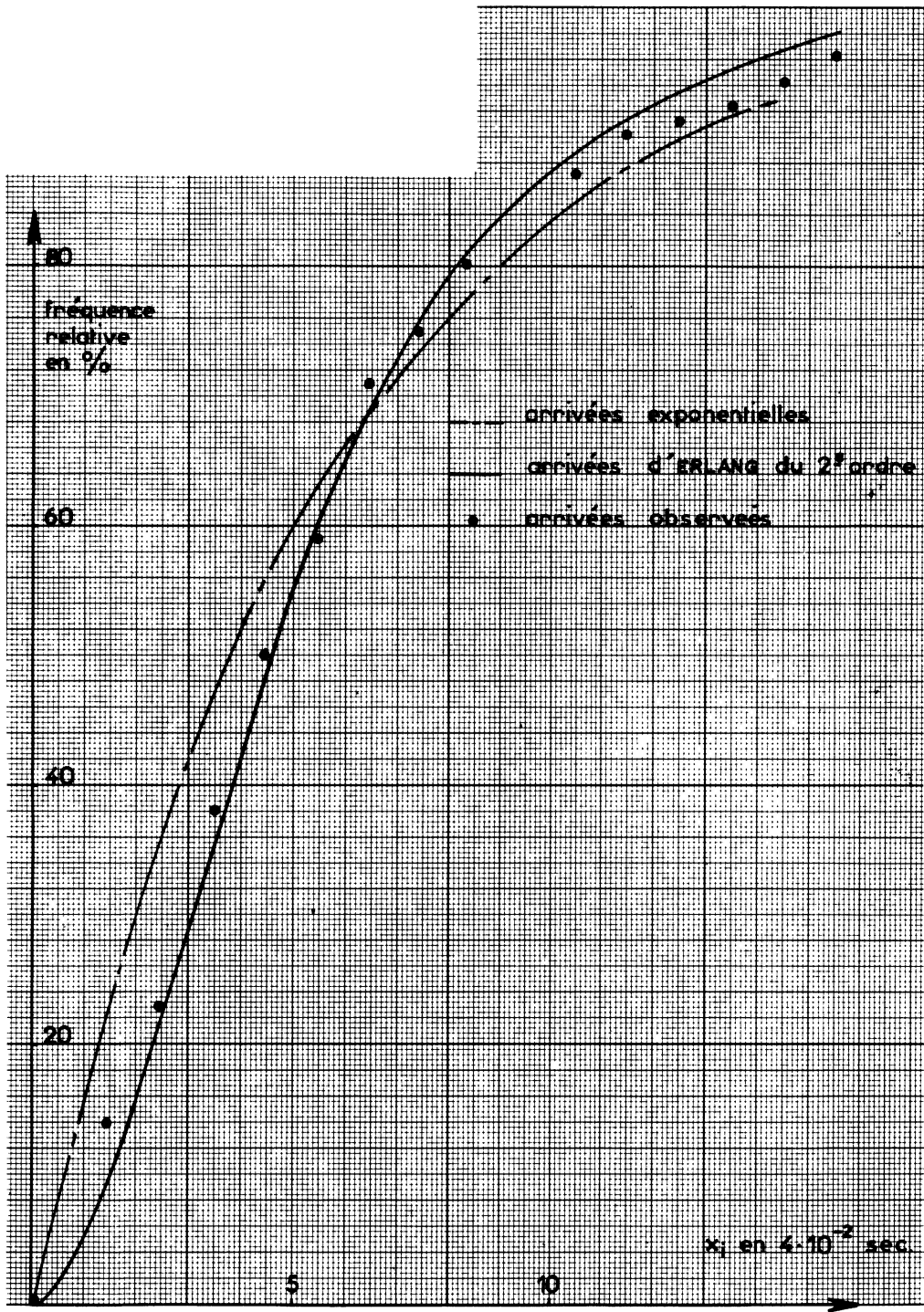


Fig. 7

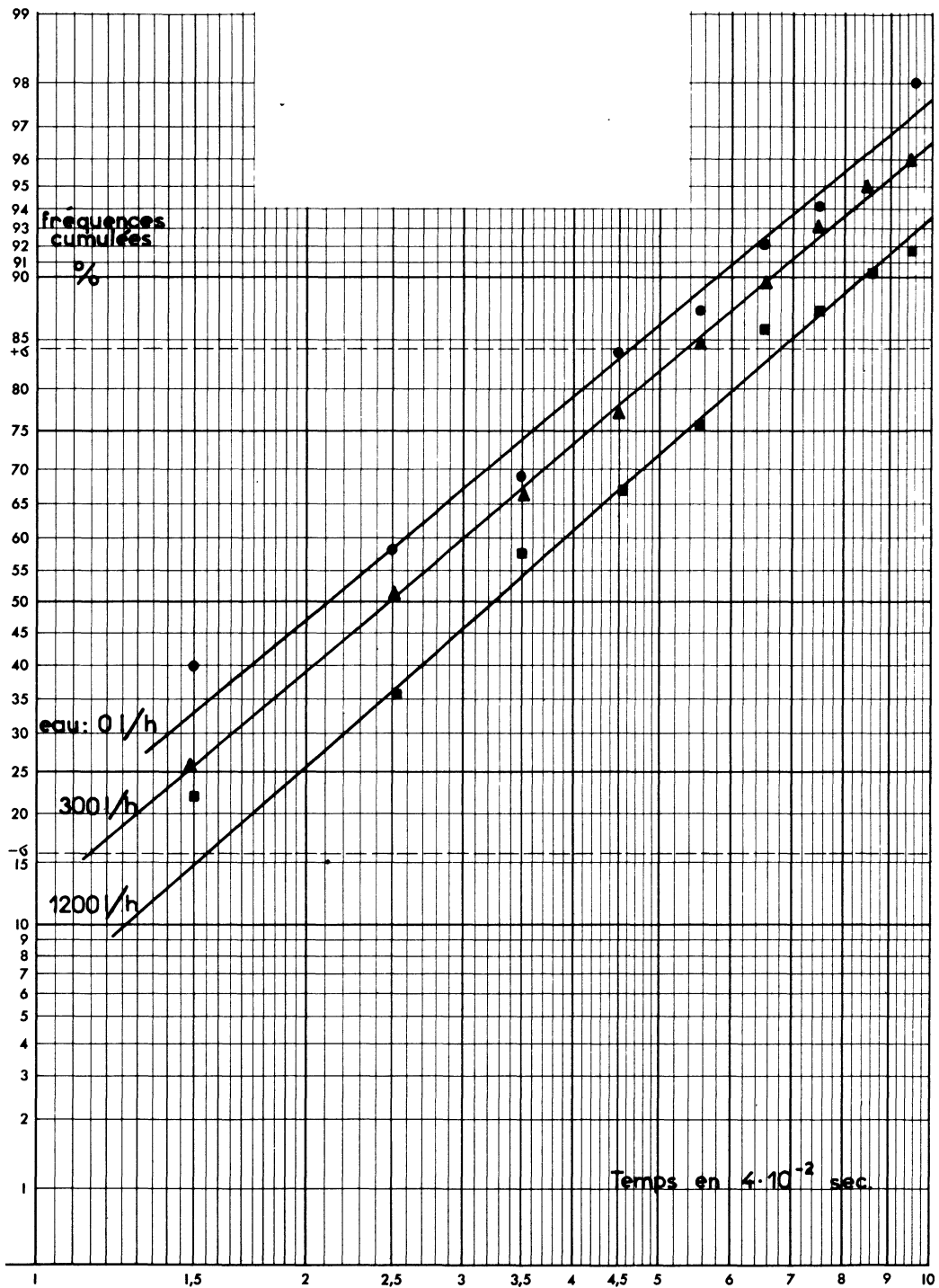


Figure 8 : Débit d'air constant : 50 l/h, échantillons prélevés au centre du canal à 60 cm de l'injection.