Revue de statistique appliquée

Jacques Voranger

Une méthode d'analyse des séries à courte périodicité

Revue de statistique appliquée, tome 12, nº 1 (1964), p. 97-109
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1964__12_1_97_0>

UNE MÉTHODE D'ANALYSE DES SÉRIES A COURTE PÉRIODICITÉ

Jacques VORANGER (1)

SOMMAIRE

0 - INTRODUCTION

Les calculs d'élasticité-prix effectués jusqu'ici ont porté généralement sur des séries annuelles. Cependant l'existence de plus en plus fréquente de séries à périodicité mensuelle ou trimestrielle, en particulier dans le domaine de la consommation, pose un problème nouveau, celui d'estimer correctement l'incidence propre des variations des prix sur la demande à partir de ces matériaux sans risquer d'y mêler l'effet des variations saisonnières autonomes des courbes de demande. Ce problème reçoit un début de solution dans un article de J.A.C. BROWN (1), où l'auteur présente un modèle économétrique, adapté à l'analyse des séries à courte périodicité.

L'analyse qui suit est une application de ce modèle à un marché de gros particulier, celui du poisson. Il s'agit plus précisément de l'étude de la demande de Sole (Boulogne) Daurade (Lorient) Maquereau (Boulogne).

Le principe du modèle fait l'objet du premier chapitre, la présentation théorique et les résultats numériques font l'objet du chapitre II.

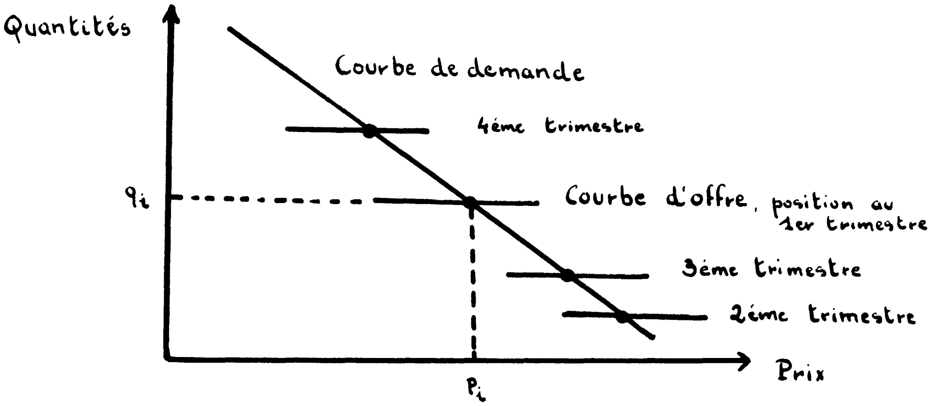
----

(1) Laboratoire de Statistique de la Faculté d'Aix-en-Provence

I - UNE METHODE D'ANALYSE DES SERIES A COURTE PERIODICITE.

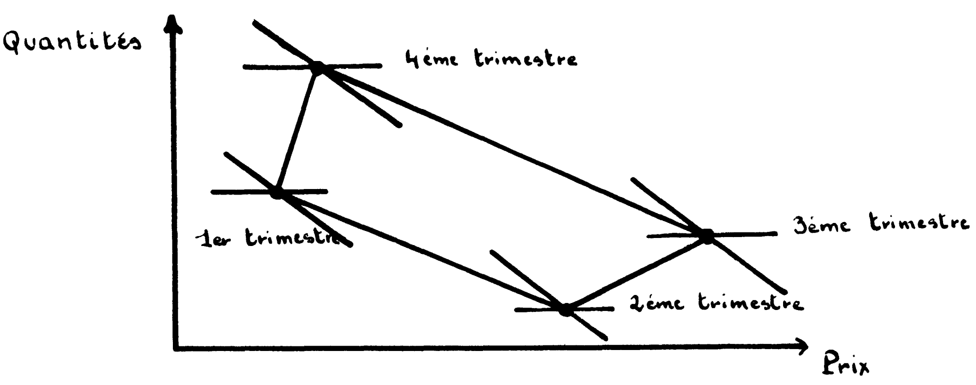
1/ Principe du modèle de J.A.C. BROWN.

Considérons pour commencer le cas d'un produit alimentaire périssable pour lequel on puisse poser l'identité de l'offre et de la demande, les prix étant déterminés par un mécanisme concurrentiel classique. Si l'on admet, comme c'est le cas en général pour les produits agricoles, que l'offre est inélastique par rapport aux prix, les observations, c'est-à-dire les quantités et prix : $p_1\ q_1$, $p_2\ q_2$, $p_3\ q_3$, $p_4\ q_4$ observés au cours de périodes successives (trimestre par exemple), fournissent des points dont les coordonnées ($p_i\ q_i$) représentent autant d'états d'équilibre entre la courbe d'offre et la courbe de demande. Si la courbe de demande (linéaire) au contraire varie beaucoup, l'ajustement des points fournira une droite qui représente par construction même la fonction de demande (Cf. graphique n° 1).



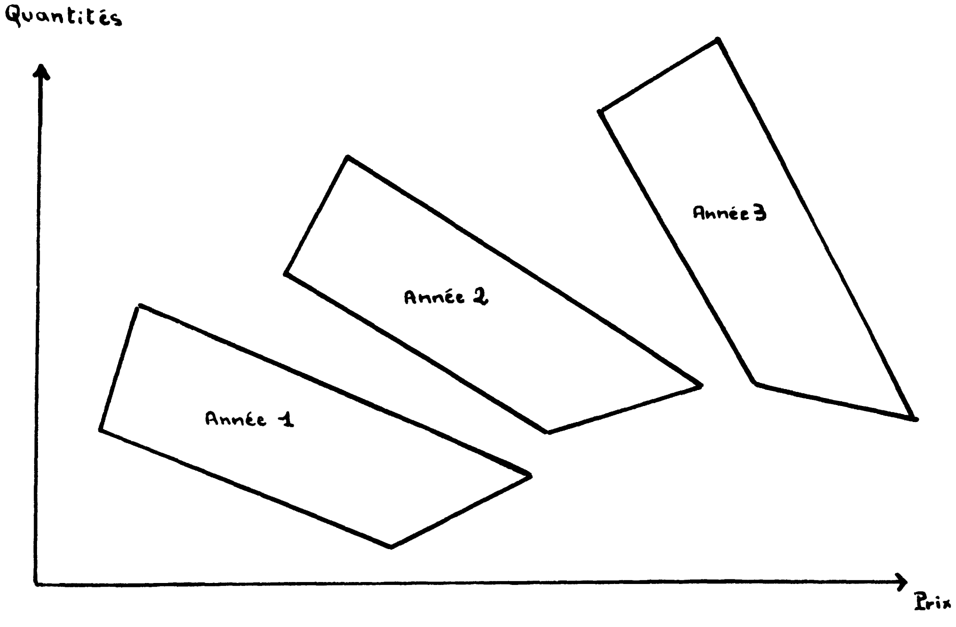
Graphique 1

Il est clair cependant qu'au niveau d'une information mensuelle ou trimestrielle où l'on se place, non seulement la courbe d'offre mais également celle de la demande peut-être affectée par des influences saisonnières. Aussi, le schéma se présente-t-il comme au graphique n° 2 où les points ont été joints par une ligne qui suit l'ordre chronologique des trimestres.



Graphique 2

En considérant, non pas simplement une année, mais plusieurs, des quadrilatères de même formes apparaissent comme au graphique n° 3.

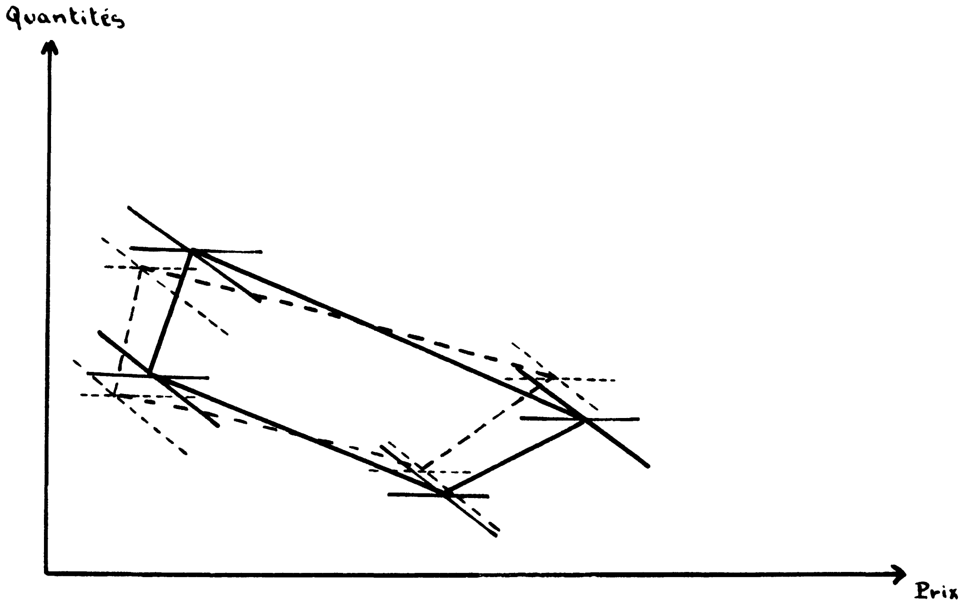


Graphique 3

On voit qu'il serait faux d'ajuster les observations par la méthode des moindres carrés pour estimer les paramètres de la courbe de demande. Pour commencer, il convient d'éliminer, des courbes d'offre et de demande, les effets tant annuels que saisonniers, mais alors le nuage se réduit à un seul point (par construction). L'estimation de la pente de la fonction de demande apparaît comme impossible.

En réalité, cependant, le schéma ne sera pas aussi rigide car des éléments aléatoires représentant des effets plus ou moins connus et non mesurés font eux aussi varier les courbes et c'est précisément grâce à ces variations aléatoires que la pente de la courbe de demande peut quand même, comme nous allons le voir, être déterminée sous certaines conditions.

Notons en conséquence que le quadrilatère relatif à une année se présente comme au graphique n° 4 (ligne en pointillé), compte tenu des aléas.



Graphique 4

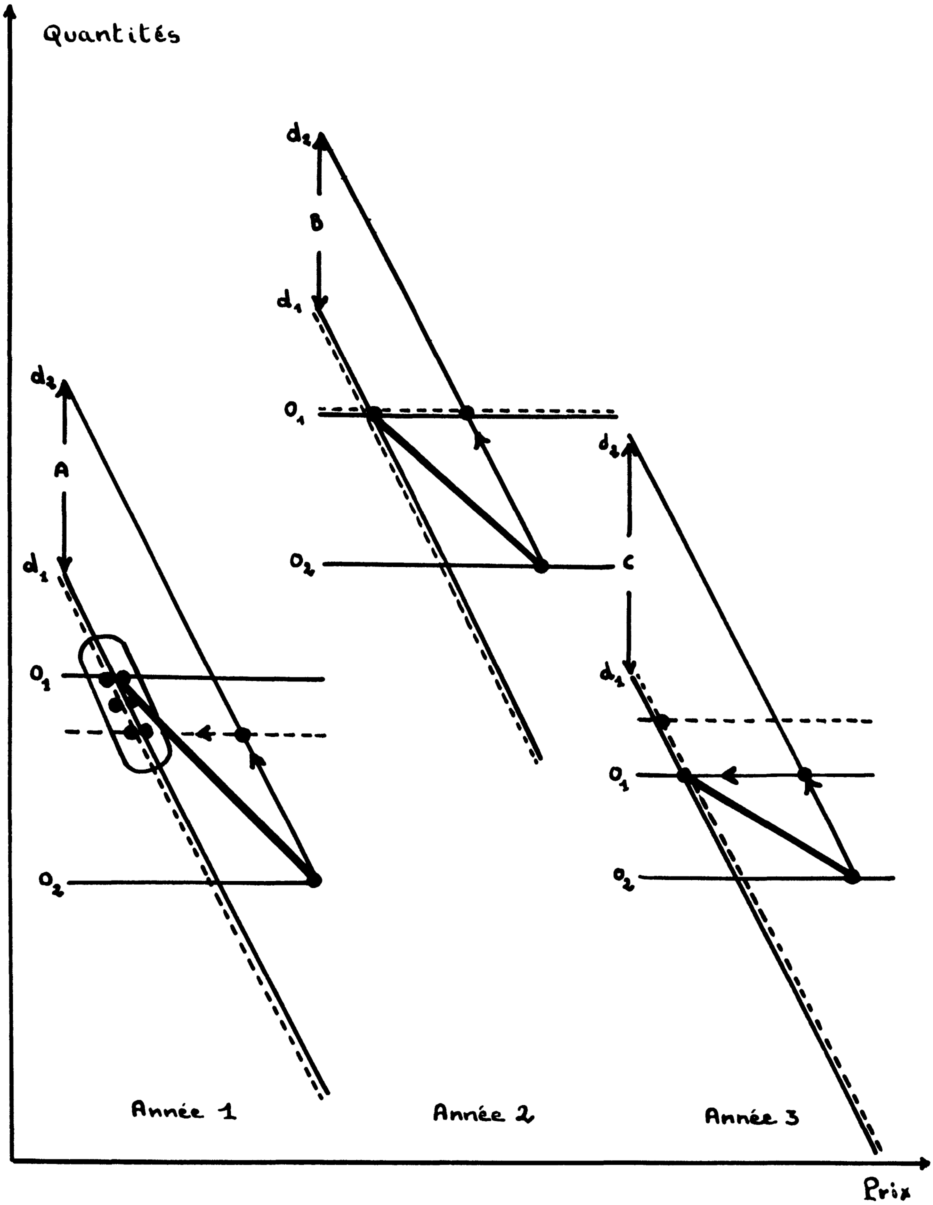
Pour simplifier la présentation du principe du modèle de J.A.C. BROWN (1) considérons le cas plus simple où il n'y a que deux semestres et trois années. L'objet est de dégager la pente de la courbe de demande. Le graphique n° 5 représente les observations dans ce cas simplifié. Les quadrilatères aléatoires ne sont plus maintenant que des segments aléatoires (en traits gras).

A cause des éléments aléatoires, les distances qui séparent chaque année les courbes d'offre des deux semestres ne sont pas rigoureusement les mêmes. En admettant que les éléments aléatoires soient de type additif et de moyenne nulle, la connaissance de la moyenne de ces distances permet d'éliminer correctement des données l'influence des variations saisonnières de l'offre. Supposons que l'on ai trouvé une distance moyenne égale à 3 unités, en remontant les courbes d'offre du deuxième semestre de 3 unités, on obtient un nouveau nuage de points corrigé de l'influence saisonnière qui affectait les courbes d'offre. Par ce décalage, on observe sur le graphique n° 5 que pour chaque année, le point du deuxième semestre s'est déplacé également vers la gauche le long de la courbe de demande. Les variations de l'offre entraînent nécessairement une variation de prix.

Pour éliminer, de même, l'influence des variations saisonnières de la courbe de demande, il convient d'estimer la moyenne des distances telles que A, B et C du graphique n° 5, distance séparant les courbes de demande des premiers et deuxième semestres. Supposons que l'on ai trouvé 4 unités on doit, pour les différentes années, descendre de cette longueur les courbes de demande correspondant au deuxième semestre. Dans chaque année, les points poursuivront leur déplacement (l'offre de-

----

(1) - J.A.C. BROWN. The Measurement of food price elasticities from monthly data. Department of Applied Economics.



Graphique 5

meurant constante) selon les pointillés horizontaux du graphique n° 5, pour venir finalement se disposer au voisinage de la courbe de demande.

L'élimination des influences annuelles s'effectuent de la même façon. Le résultat final représente un nouveau nuage corrigé à la fois des effets saisonniers et des effets annuels (Cf. nuage cerclé du graphique n° 5).

On observe que la méthode n'est précise que si la variabilité des distances telles que A, B et C reste petite par rapport à la variabilité des distances séparant les courbes de l'offre. A la limite, si la demande n' est affectée que par des effets saisonniers et annuels, à l'exclusion des effets aléatoires, tous les points viennent se placer exactement sur la courbe de demande. D'une manière générale, les points seront quelque peu décalés à droite ou à gauche de la courbe de demande. Ces décalages aléatoires s'effectuent le long de l'offre, c'est-à-dire parallèlement à l'axe des prix. Il en résulte que l'application de la méthode des moindres carrés au nuage corrigé pour déterminer la pente de la courbe de demande ne conduit pas à une estimation plus correcte, au sens statistique, de cette pente. On sait en effet que la méthode des moindres carrés consiste à estimer la pente en rendant minimum la somme des carrés des distances des points à la droite d'ajustement, les distances étant mesurées dans le sens de l'axe des ordonnées et non dans celui de l'axe des prix. L'importance de l'erreur dûe à la méthode d'ajustement par les moindres carrés sera précisée au chapitre II.

2/ Présentation théorique du modèle de J.A.C. BROWN.

Les variables étant ramenées à leur moyenne supposée connue, le modèle s'écrit :

$$d_{ij} = a_{ij} + b_j + c\ \hat{p}_{ij} + u_{ij} \qquad (1)$$

L'indice i se réfère au mois (i = 1, 2 .... 12) et j à l'année (j = 1, 2, 3, 4, 5).

La lettre d représente la demande, $\hat{p}$ le prix.

Les constantes a_i et b_j représentent respectivement l'effet des influences saisonnières et annuelles supposées additives. ($\Sigma\ a_i = \Sigma\ b_j = o$)

Si les variables sont logarithmiques, le coefficient c représente l'élasticité de la demande par rapport aux prix. Le terme u_{ij} est une quantité aléatoire d'espérance mathématique nulle, d'écart-type constant σ_1, indépendante de p, non autocorrélée et de distribution Laplace-Gaussienne.

L'équation d'offre est égale à :

$$s_{ij} = d_i + f_j + w_{ij} \qquad (2)$$

où d et f représentent respectivement l'influence saisonnière et annuelle sur l'offre. Ces quantités ont également pour somme O. Le résidu aléatoire w jouit des mêmes propriétés que u, son écart-type est égal à σ_2.

Par hypothèse, la deuxième équation montre que l'offre est indépendante des prix. Cette hypothèse est acceptable pour la plupart des produits d'alimentation. Le marché dans lequel on se place étant de type concurrentiel, le prix est déterminé par l'égalisation des offres et des demandes.

Autrement dit d = s. On a alors :

$$a_i + b_j + c\hat{p}_{ij} + u_{ij} = f_i + g_j + w_{ij} \qquad (3)$$

soit :

$$p_{ij} = \frac{1}{c}\left[(f_i - a_i) + (g_j - b_j) + (w_{ij} - u_{ij})\right] \qquad (4)$$

$$q_{ij} = f_i + g_j + w_{ij} \qquad (5)$$

Les quantités p_{ij} et q_{ij} s'interprêtent comme les données d'un tableau à double entrée dans lequel les mois figurent en lignes et les années en colonnes. Si l'on considère par exemple l'espérance mathématique le long d'une ligne j, on a :

$$E\ (p_j) = \frac{1}{c}\ (g_j - b_j) \tag{6}$$

et :

$$E\ (q_j) = g_j \tag{7}$$

Les estimations de ces quantités sont représentées par les prix moyens et les quantités moyennes correspondant à la même ligne du tableau.

La corrélation entre les moyennes des différentes lignes ne fera apparaître une régression égale à l'élasticité de la demande que si b_j est nulle, c'est-à-dire si la demande n'est soumise à aucune variation saisonnière.

On peut faire les mêmes observations pour les années.

Maintenant, si l'on corrige les données des effets, tant mensuels qu'annuels, qui affectent l'offre et la demande, il reste des quantités :

$$p_{ij} = \frac{1}{c}\ (w_{ij} - u_{ij}) \tag{8}$$

et :

$$q_{ij} = w_{ij} \tag{9}$$

Le problème consiste à estimer c. Pour cela, recherchons ce que représente l'ajustement par la méthode des moindres carrés des quantités q et p ci-dessus. Soit par exemple :

$$q_{ij} = \alpha\ p_{ij} + h_{ij} \tag{10}$$

α est estimé par :

$$\frac{\Sigma\ q_{ij}\ p_{ij}}{\Sigma\ p_{ij}^2} = \frac{\frac{1}{c}}{\frac{1}{c^2}} \frac{\Sigma\ w\ (w - u)}{\Sigma\ (w - u)^2} = c\ \frac{\Sigma\ (w - u)\ u}{\Sigma\ (w - u)^2} \tag{11}$$

Il en résulte que le coefficient de régression q sur p est biaisé. Le biais est égal à :

$$E \left[\frac{\Sigma\ (w - u)\ w}{\Sigma\ (w - u)^2} \right] = \frac{\sigma_2^2 - \text{cov}\ (u\ w)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\ \text{cov}\ (u\ w)} \tag{12}$$

Si l'on peut admettre que la variance résiduelle de l'offre, σ_2^2, est grande par rapport à la variance résiduelle de la demande σ_1^2, le biais devient très petit (Cf. graphique n° 5), c'est une question de cas d'espèce.

L'analyse de la covariance permet de déterminer le caractère significatif ou non des différents paramètres, a, b, f, g,. Il en résulte la possibilité d'estimer c avec le maximum d'information au cas où certains parmi ces paramètres ne seraient pas significatifs.

II - APPLICATION AU MARCHE DE GROS DU POISSON.

1/ Généralités

Le modèle de J.A.C. BROWN décrit ci-dessus a été légèrement modifié avant d'être appliqué au marché de gros du poisson. Il a semblé plus conforme à la réalité de poser l'offre comme variable indépendante. C'est elle en effet qui détermine les prix au niveau du commerce de gros. On est ainsi conduit à écrire que :

$$p_{ij} = a_i + b_j + cs_{ij} + u_{ij} \tag{13}$$

$$s_{ij} = f_i + g_j + w_{ij} \tag{14}$$

La quantité offerte étant supposée indépendante des prix. En résolvant, on a :

$$p_{ij} = (a_i + cf_i) + (b_j + cg_j) + (u_{ij} + cw_{ij}) \tag{15}$$

et :

$$q_{ij} = f_i + g_j + w_{ij} \tag{16}$$

Après correction (1), pour tenir compte des effets saisonniers et annuels, il reste :

$$p_{ij} = u_{ij} + cw_{ij} \tag{17}$$

et :

$$q_{ij} = w_{ij} \tag{18}$$

La régression de p sur q fournit une estimation statistiquement correcte du paramètre c. On a en effet :

$$E\left[\frac{\Sigma\ u\ w}{\Sigma\ w^2}\right] = c$$

Il en résulte que la condition d'absence de biais du modèle de J.A.C. BROWN exposée au paragraphe précédent σ_1^2 petit par rapport à σ_2^2, ne s'impose plus ici. Il n'en reste pas moins que la variance de $\hat{c}$ est d'autant plus faible que σ_1^2 est petit par rapport à σ_2^2.

Quelques tentatives faites pour introduire les prix des autres espèces dans l'équation de formation des prix sont restées sans résultat. Par contre, il aurait sans doute été possible d'introduire avec succès une variable tenant compte des conditions météorologiques moyennes.

Le paramètre c du modèle (13) ne représente plus l'élasticité de la demande par rapport aux prix. Pour estimer cette élasticité, il est nécessaire de l'inverser. On obtient alors une estimation de l'élasticité de la demande par rapport aux prix au niveau du commerce de gros. Il est difficile de se faire une idée un peu précise de l'élasticité de la demande par rapport aux prix au niveau du détail. Si le comportement des intermédiaires consiste à maintenir des cours élevés lorsque l'offre augmente, les élasticités au niveau du détail devraient être nettement plus

---

(1) - En pratique, la correction consiste à soustraire de chaque observation q_{ij} ou p_{ij}, les moyennes marginales correspondantes dans les tableaux.

faibles que celles obtenues ici.

L'étude pratique a été menée par port et pour trois espèces bien déterminées, elle concerne les années 1952 - 1956, période au cours de la quelle la monnaie est restée très stable. Les espèces étudiées ont été les suivantes : Sole (Boulogne) Daurade (Lorient), Maquereau (Boulogne).

Les ports correspondent aux lieux de plus grande production des espèces choisies et celles-ci représentent un échantillon à peu près représentatif des différentes qualités possibles de poisson. On notera que pour le maquereau, une part importante de la production se dirige vers la conserverie. Il n'a pas été tenu compte de ce fait dans l'établissement du modèle.

2/ Résultats.

L'intérêt de cet article étant surtout méthodologique, on ne présentera l'analyse que pour le maquereau. On a utilisé comme variables les prix de gros au kilog. à Boulogne (francs courants) et le logarithme des quantités débarquées (en tonnes X 100).

Le graphique N° 6 illustre l'essentiel des résultats. On remarque que la régression entre prix et quantité basée sur les moyennes mensuelles (toutes années) atteint - 0,95. La même relation mesurée sur les moyennes annuelles fait apparaître un coefficient de - 1,52, alors que la régression entre les résidus (17) et (18) c'est-à-dire entre les prix et les quantités corrigées des influences mensuelles et annuelles (correction consistant à soustraire de chaque observation prix ou quantité, les moyennes marginales correspondant dans les tableaux à double entrée figurant en annexe) fait ressortir un coefficient de - 0,56 ± 0,11. En tenant compte du fait que le modèle est du type semi-logarithmique et que d'autre part il s'agit d'une relation entre prix et quantité, ce coefficient correspond à une élasticité de la demande par rapport aux prix de gros égale à : e = - 1,72. A une variation des prix de gros de 10 % correspondrait donc une variation de la demande de 17 % environ. (1)

Les résultats de l'analyse de covariance figurant aux tableaux n°1 et 2.

Le tableau n° 1 fournit les sommes de carrés et les doubles produits correspondant aux données annuelles moyennes, mensuelles moyennes, résiduelles et totales. Un premier test montre qu'il existe une variabilité significative des prix due à l'année et aux mois, on trouve en effet F = 3,91* (1) et 22,50.*** Une partie, toutefois, de l'influence imputée au mois et à l'année peut résulter de la production qui varie elle-même fortement d'un mois à l'autre.

Le second test examine la régression prix et quantités, ces variables étant corrigées à la fois des influences saisonnières et annuelles. Le rapport de FISHER-SNEDECOR entre la variance de l'erreur due à la régression et la variance résiduelle de l'erreur atteint la valeur :

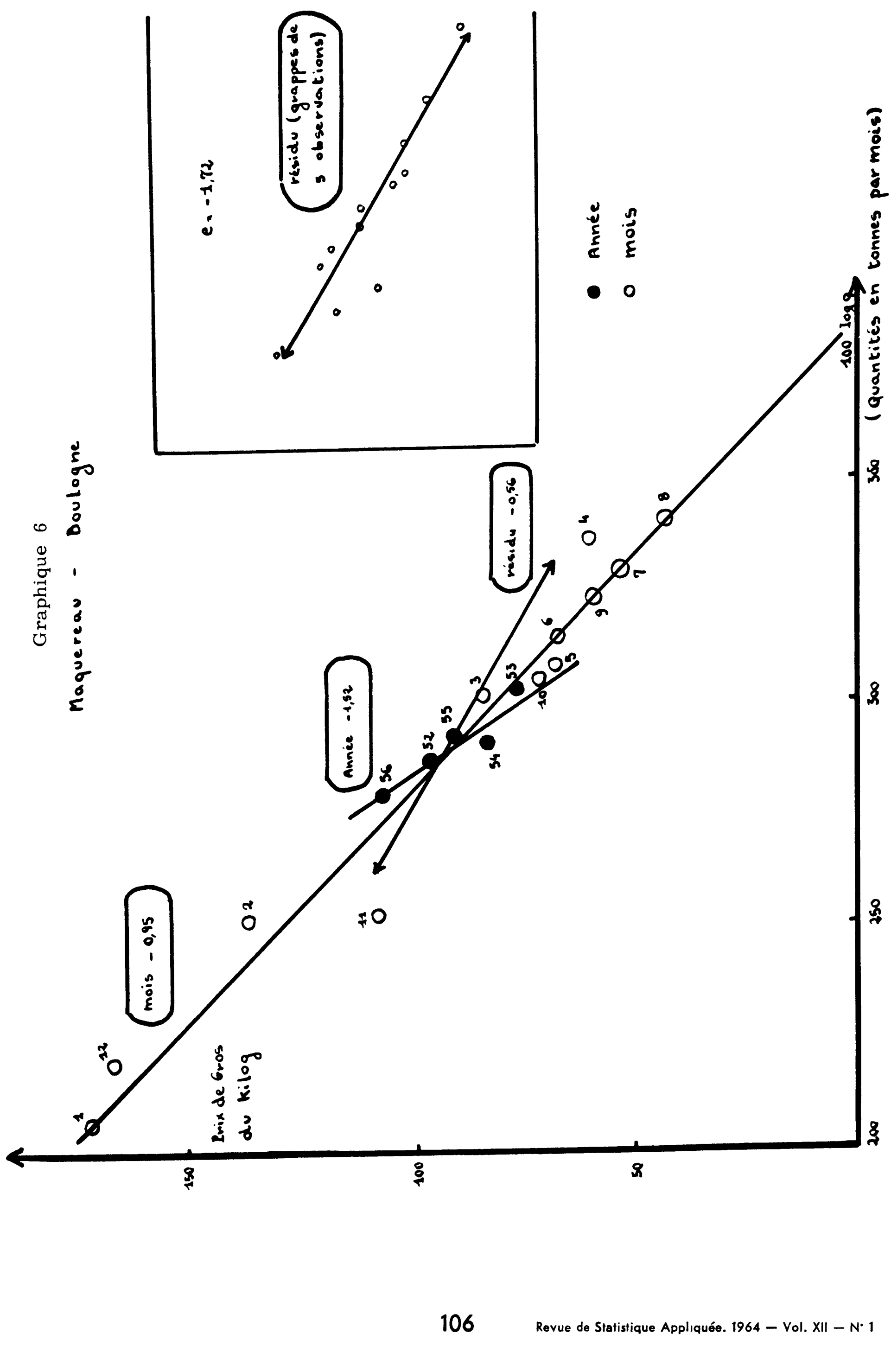
----

(1) - On obtient l'élasticité de la demande par rapport aux prix au moyen de la relation :

$$e : -\frac{E\ (p)}{c}$$

où E représente l'espérance mathématique.

(1) - * significatif au seuil 5 % ** au seuil 1 %, *** au seuil 1 ‰


Graphique 6
Maquereau - Boulogne
mois -0,95
Année -1,52
résidu -0,56
e = -1,72
résidu (grappes de 5 observations)
Année
mois
Prix de Gros du Kilog
(Quantités en tonnes par mois)
150
100
50
200
250
300
350
400
log

$F = 7\,124,13/1 : 12\,627/43 = 24,2^{***}$ (2). On peut donc considérer la régression comme significative. On est conduit à deux analyses de covariance. La première basée sur les données corrigées de l'influence du mois et dont l'objet est d'indiquer s'il existe une influence annuelle sur les prix indépendamment de la production et une seconde basée sur les données corrigées de l'influence de l'année dont l'objet est d'indiquer s'il existe une influence mensuelle sur les prix indépendamment de la production. Ces analyses font l'objet des tableaux N° 1 et 2.

Les résultats de la première, relative à l'influence annuelle, montrent qu'il existe une différence significative entre la régression calculée sur les moyennes annuelles et la régression calculée sur les résidus. Le rapport de FISHER-SNEDECOR atteint $8,23^{**}$. On remarquera cependant que l'ajustement sur les moyennes annuelles est très serré (Cf. Graphique n° 6). En conséquence, une analyse sommaire basée sur les moyennes annuelles risquerait de conduire à une interprétation erronée.

La seconde analyse sur les moyennes mensuelles fournit des résultats analogues à la première. On trouve une différence de pente significative en ajustant sur les moyennes, la valeur de $F = 10,14^{**}$. En conséquence, la pente $c = 0,95$, observée sur les moyennes ne doit pas être retenue. Finalement, à défaut d'informations supplémentaires, on est conduit à retenir pour c la valeur calculée sur les résidus, soit comme nous l'avons indiqué plus haut la quantité $c = -0,56 \pm 0,11$. On voit que la précision reste assez faible.

----

(2) - Les variances s'obtiennent à partir du tableau n° 1.
Variance de l'erreur dûe à la régression :
$19\,751,65 - 12\,627,52 = 7\,124,13$
Variance résiduelle de l'erreur :
$\frac{1}{43}(19\,751,65 - (0,559)^2\ 22\,798,64) = 12\,627,52/43.$

Tableau N° 1

Analyse de covariance - Maquereau (Boulogne)

Source	d.l	s. c (p)	s. c (log q)	s.p (p log q)	v (p)	E	c
Entre années	4	7.012,75	2.919,36	- 4.448,94	1.753,19	3,91*	- 1,524
Entre mois	11	110.902,11	119.248,60	- 113.266,86	10.082,01	22.50***	- 0,950
Erreur	44	19.751,65	22.798,64	- 12.740,66	448,10	-	- 0,559
Total	59	137.666,51	144.966,60	- 130.456,46			- 0,900

Tableau N° 2

Source	d.l.	c	résidu (p)	v résidu (p)	F
Entre années	3	- 1,524	232,32	77,44	3,79 n.s
Erreur	43	- 0,559	12.627,52	293,66	
Différence de pente	1	0,965	2.414,79	2.414,79	8,23*
Total	47	- 0,668	15.274,63	324,98	
Source					
Entre mois	10	- 0,950	3.280,25	328,02	1,12 n.s
Erreur	43	- 0,559	12.627,52	293,66	
Différence de pente	1	0,391	2.983,23	2.983,23	10,14**
Total	54	- 0,887	18.891,00		

Test de la régression des résidus :

$$\frac{7.124,13 \ : \ 1 \text{ d.l.}}{12.627,52 \ : \ 43 \text{ d.l.}} = F = 24,2^{***}$$

ANNEXE

Maquereau - Boulogne.

Quantités en tonnes.

	1952	1953	1954	1955	1956	Moyenne
Janvier	93	434	115	43	101	157,2
Février	490	612	212	186	345	369,0
Mars	1 123	1 732	809	555	1 444	1 132,6
Avril	1 924	3 264	2 680	2 232	1 852	2 390,4
Mai	601	1 643	2 126	2 027	665	1 412,4
Juin	1 663	1 008	1 339	3 132	926	1 613,6
Juillet	3 123	1 044	3 058	2 662	1 223	2 222,0
Août	2 009	2 381	3 802	3 356	1 780	2 665,6
Septembre	1 699	1 380	2 324	2 720	1 026	1 829,8
Octobre	943	973	1 089	1 359	1 436	1 160,0
Novembre	269	650	487	449	1 235	618,0
Décembre	148	381	52	133	226	188,0
Moyenne :	1 173,7	1 291,8	1 507,7	1 571,2	1 021,6	1 313,2

Prix de gros du kilogramme.

	1952	1953	1954	1955	1956	Moyenne
Janvier	179	137	173	198	197	176,8
Février	155	144	129	166	115	141,8
Mars	80	65	75	126	99	89,0
Avril	69	53	48	63	85	63,6
Mai	85	55	59	57	104	72,0
Juin	68	81	63	56	94	72,4
Juillet	39	75	45	46	82	57,4
Août	45	37	31	45	80	47,6
Septembre	55	64	46	54	103	64,4
Octobre	151	103	105	107	101	113,4
Décembre	200	95	211	173	182	172,2
Moyenne :	101,0	81,3	86,8	96,3	112,3	95,6