

# REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

H. C. HAMAKER

## **Le contrôle qualitatif sur échantillon**

*Revue de statistique appliquée*, tome 8, n° 2 (1960), p. 5-40

[http://www.numdam.org/item?id=RSA\\_1960\\_\\_8\\_2\\_5\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1960__8_2_5_0)

© Société française de statistique, 1960, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# LE CONTROLE QUALITATIF SUR ÉCHANTILLON

par H. C. HAMAKER

Laboratoire de Recherches "Philips" – Eindhoven (Hollande)

## SOMMAIRE

### I - PRINCIPES GENERAUX -

- I. 1 - Introduction
- I. 2 - Courbes d'efficacité
- I. 3 - But et domaine d'application des tables d'échantillonnage
- I. 4 - Théories économiques
- I. 5 - La loi de distribution du pourcentage
- I. 6 - Tailles du lot et de l'échantillon
- I. 7 - Conclusion.

### II - CARACTERISTIQUES DES PRINCIPAUX PLANS D'ECHANTILLONNAGE -

- II. 1 - Introduction
- II. 2 - Considérations générales
- II. 3 - Les différentes tables et les points à discuter
- II. 4 - Le choix d'un paramètre de qualité
  - Exigences pratiques
  - l'AQL et les plans d'échantillonnage
  - Autres paramètres
- II. 5 - Le plan d'échantillonnage et la spécification de qualité
- II. 6 - Taille de l'échantillon et taille du lot contrôlé.
- II. 7 - Contrôle renforcé et contrôle réduit
  - Contrôle renforcé
  - Contrôle réduit
  - Le passage au contrôle renforcé ou au contrôle réduit
  - Commentaires généraux
- II. 8 - Échantillonnage double et échantillonnage multiple
  - Double échantillonnage
  - Échantillonnage multiple
- II. 9 - Echelles
- II. 10 - La présentation d'une table d'échantillonnage
- II. 11 - Conclusion

*Dans cet article, les principes fondamentaux qui sont à la base du contrôle qualitatif par échantillonnage sont passés en revue. D'abord la théorie des courbes d'efficacité (courbes OC en anglais: operating characteristic curve) est examinée brièvement. Dans le paragraphe 3 on a énuméré et discuté les principaux buts poursuivis et les différents facteurs à prendre en considération. Dans les paragraphes suivants, on a étudié de façon plus détaillée les théories économiques, la distribution du pourcentage de défauts dans les lots inspectés et la liaison entre taille du lot et taille de l'échantillon. On a mis en particulier l'accent sur le gros intérêt que présenterait dans de nombreux cas industriels l'usage d'un échantillon de taille constante, indépendante de la taille du lot.*

*Dans la seconde partie, on examine les traits particuliers des principales tables d'échantillonnage en usage de part et d'autre de l'Atlantique.*

*Elles seront comparées de divers points de vue: spécifications sur la qualité, relations entre taille de l'échantillon et qualité, entre taille de l'échantillon et taille du lot, contrôle renforcé et contrôle réduit, simple et double échantillonnage, éventail des échelles et aspect général des tables. Dans un paragraphe final, l'auteur présente les caractéristiques qu'il juge désirables pour un procédé d'échantillonnage.*

## I - PRINCIPES GENERAUX -

### I. 1 - Introduction.

Le contrôle qualitatif est utilisé sur une grande échelle dans l'industrie. Au cours des trente dernières années de nombreuses tables d'échantillonnage accompagnées des instructions correspondantes ont été mises au point et utilisées; d'ordinaire, leurs auteurs font état de succès considérables - et il n'y a pas lieu de s'en étonner. Par l'application de principes statistiques, le contrôle des lots qui était naguère mené sans directives définies et un peu au petit bonheur reçoit une solide base théorique et logique et cela doit conduire à des progrès considérables. Mais il ne faut pas se montrer trop rapidement satisfait. Bien que les théories de l'échantillonnage aient fourni des résultats très honorables, il est à penser qu'il y a encore place pour des progrès futurs. Il semble donc utile de faire le point de la situation actuelle, de rechercher quels buts ont poursuivi les différentes tables d'échantillonnage et quels objectifs elles ont atteint. C'est l'objet de ce rapport. Il repose essentiellement sur le contenu de deux articles publiés ailleurs. [1 et 2].

### I. 2 - Courbes d'efficacité (courbes O C).

Nous commencerons par une récapitulation des traits les plus importants de la théorie des plans de contrôle qualitatif. Si, pour un plan d'échantillonnage donné, nous étudions la probabilité d'acceptation  $P$  en fonction du pourcentage  $p$  de défauts du lot, nous obtenons une courbe du type de la figure 1, connue sous le nom de courbe d'efficacité ou courbe O C. Chaque plan d'échantillonnage possède une courbe d'efficacité. Ce sont des courbes de même allure générale à tel point que si deux courbes d'efficacité ont deux points communs suffisamment éloignés (comme les points A et B de la figure 1) on peut les confondre. Les petits écarts qui peuvent subsister ne sont d'aucune conséquence pratique.

Le plan élémentaire d'échantillonnage est le "plan d'échantillonnage simple" qui obéit aux règles suivantes: on prélève un échantillon de  $n$  unités et on accepte le lot si le nombre de pièces défectueuses de l'échantillon reste inférieur ou égal à  $c$ ;  $n$  est la taille de l'échantillon,  $c$  le niveau d'acceptation.

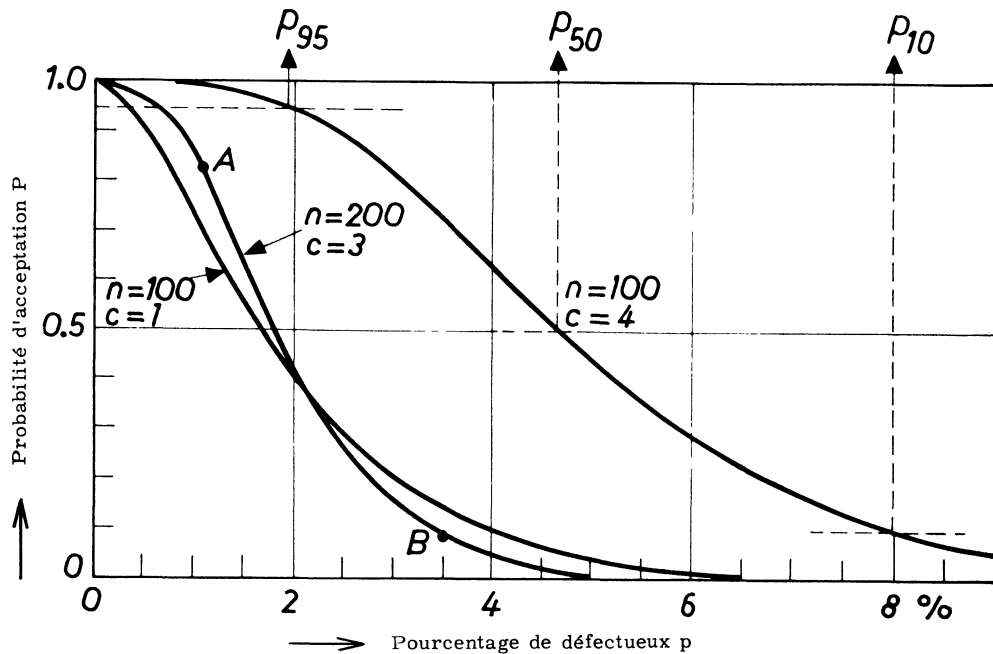


Figure 1 - Courbes d'efficacité de quelques plans d'échantillonnage simple.

En dehors de l'échantillonnage simple, on applique les plans d'échantillonnage double, multiple et progressif qui permettent d'économiser des observations, au prix de modalités d'application plus compliquées. C'est pourquoi, on préfère souvent en pratique l'échantillonnage simple. Moyennant quelques difficultés de calcul, on peut toujours construire des plans d'échantillonnage double ou multiple qui possèdent presque la même courbe d'efficacité qu'un plan d'échantillonnage simple donné et qui permettent de le remplacer. Cette substitution n'introduit pas de difficultés fondamentales et nous n'en dirons rien de plus dans ce rapport : nous nous tiendrons principalement aux plans d'échantillonnage simple.

On pourrait fixer le choix d'une méthode d'échantillonnage en spécifiant d'abord, sur la base d'arguments pratiques, deux points de la courbe d'efficacité et construire ensuite le plan d'échantillonnage correspondant. D'ordinaire on procède de façon quelque peu différente en déterminant la taille de l'échantillon en fonction de celle du lot. Un seul point de la courbe d'efficacité suffira alors à déterminer le niveau d'acceptation. Ce point de la courbe d'efficacité est déterminé en spécifiant le pourcentage de pièces défectueuses correspondant à une valeur donnée de la probabilité d'acceptation.

On utilise principalement les points suivants :

$P = 0,95$	avec un pourcentage de pièces défectueuses	$p_{95}$
$P = 0,50$	" " " "	$p_{50}$
$P = 0,10$	" " " "	$p_{10}$

$p_{95}$  est souvent appelé "risque à 5 % du producteur",  $p_{10}$  "risque à 10 % du client" ou encore "pourcentage toléré de pièces défectueuses dans le lot" (Lot Tolerance Percentage Defective ou LTPD).

C'est une affaire de pure convention de considérer le risque à 5 % du producteur et le risque à 10 % du client ; on pourrait adopter d'autres conventions si on avait de fortes raisons de le faire. Le producteur sait que des lots dont le pourcentage de pièces mauvaises est inférieur à  $p_{95}$  ne seront presque jamais refusés tandis que le client est assuré que des lots dont le pourcentage de pièces mauvaises dépasse  $p_{10}$  ont une faible chance d'être acceptés. Ceci explique les valeurs pratiques de ces deux pourcentages.

On pourrait penser que  $p_{95}$  et  $p_{10}$  sont des paramètres d'échantillonnage presque équivalents mais il n'en est rien. Le producteur sait généralement de façon assez précise quelle qualité il peut atteindre et par conséquent quelles valeurs de  $p_{95}$  il peut considérer comme acceptables. Pour le client il n'est généralement pas aussi facile de déterminer quels pourcentages de pièces défectueuses il peut accepter et quels pourcentages lui amèneront des ennuis sérieux. Par conséquent, il est souvent plus facile d'arriver à un accord sur la valeur de  $p_{95}$  que sur celle de  $p_{10}$ . J'ai l'impression que dans les applications pratiques il y a une tendance en faveur de l'usage de  $p_{95}$  au lieu de  $p_{10}$ , cela s'explique d'après les arguments exposés ci-dessus.

Le niveau de qualité indifférent ou point de contrôle,  $p_{50}$ , est un paramètre intermédiaire entre les deux autres. C'est un compromis pratique utile lorsque l'on veut trancher entre le producteur et le client sans favoriser l'un ou l'autre. De plus  $p_{50}$  a des avantages théoriques sérieux. Pour les plans d'échantillonnage simple, par exemple,  $p_{50}$  est lié à la taille  $n$  de l'échantillon et au niveau d'acceptation  $c$  par la formule simple :

$$p_{50} = \frac{c + \frac{2}{3}}{n} \quad (1, 2, 1)$$

qui peut servir à déterminer  $c$  quand  $p_{50}$  et  $n$  ont été choisis.

Un autre concept qui est peut-être plus généralement utilisé que les précédents est celui du niveau de qualité acceptable (Acceptable Quality Level ou AQL). Ici encore il faut prendre certaines précautions parce que l'AQL a été défini de différentes façons.

La définition originelle était la suivante : [ 3 ]

Définition I - Le niveau de qualité acceptable est le pourcentage maximum de pièces défectueuses que l'on peut considérer comme satisfaisant d'après le pourcentage moyen de pièces défectueuses inhérent au procédé de fabrication. Cette définition a été officiellement consacrée par un standard récent de l'ASQC [ 4 ].

On a également défini ainsi l'AQL : [ 5 ]

Définition II - Le niveau de qualité acceptable est le pourcentage de pièces défectueuses tel que le plan d'échantillonnage conduira à l'acceptation de 95 % des lots contenant ce pourcentage de déchets.

Il faut bien remarquer qu'il s'agit là de deux définitions essentiellement différentes. D'après la définition II, l'AQL est identique à  $p_{95}$  et est exclusivement une propriété du plan d'échantillonnage appliqué, tandis que d'après la définition I, l'AQL est une spécification de tolérance de la qualité moyenne des lots et n'a rien à voir avec la procédure d'échantillonnage adoptée. Les deux définitions sont encore en usage dans la littérature actuelle et cette ambiguïté est

source de confusion. Dans ce rapport nous considérerons l'AQL uniquement d'après la première définition c'est-à-dire comme une spécification de tolérance. Dans l'établissement de contrats une telle spécification est généralement nécessaire.

La raison de la confusion signalée ci-dessus est évidente. Si nous sommes satisfaits lorsque le producteur fabrique des lots de qualité moyenne égale ou supérieure à l'AQL, nous choisirons de préférence des procédures d'échantillonnage pour lesquelles la probabilité d'acceptation correspondant à l'AQL est élevée et, en faisant  $AQL = p_{95}$ , cela est assuré. Malheureusement nous rencontrons de sérieuses difficultés en mettant ces principes en pratique.

Ceci est illustré par la figure 2 qui donne les courbes d'efficacité correspondant à des plans d'échantillonnage simple où  $p_{95} = 2,5 \%$  et où les nombres d'acceptation  $c$  sont 0, 1, 2 et 3. Pour  $c = 0$  et  $c = 1$  les tailles d'échantillon nécessaires sont très petites et la probabilité d'acceptation décroît si lentement, lorsque la qualité diminue, que les plans d'échantillonnage avec ces niveaux d'acceptation n'offriront aucune assurance au client contre les lots de mauvaise qualité. Avec  $c = 1$  un lot contenant 12 % de déchets a encore une probabilité de 0,5 d'être accepté. Par conséquent si nous désirons fixer l'AQL à 2,5 %, ce qui est raisonnable, il faut, soit éliminer les plans d'échantillonnage avec des niveaux d'acceptation  $c = 0$  ou 1, soit envisager une probabilité d'acceptation de l'AQL inférieure à 0,95. Des plans d'échantillonnage avec  $c = 0$  ou 1 ont cependant été largement appliqués, et souvent avec succès, et les abandonner sur la base d'un choix purement conventionnel semble à déconseiller.

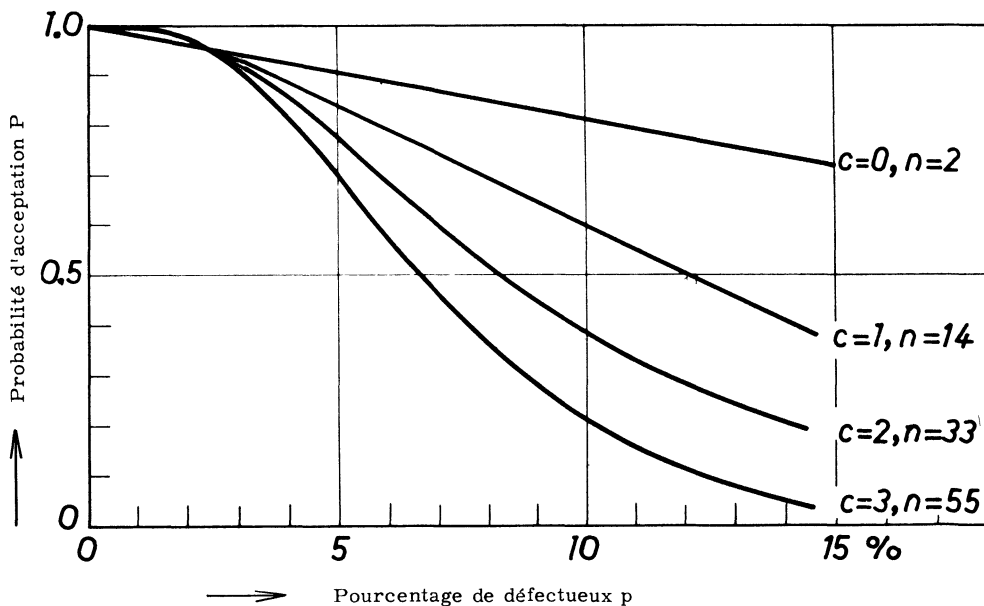


Figure 2 - Courbes d'efficacité ( $P = 0,95$  pour  $p = 2,5 \%$ ) de quelques plans d'échantillonnage simple.

Dans le "Military Standard" 105-A, bien connu, [ 6 ], les probabilités d'acceptation correspondant à l'AQL descendent à des valeurs voisines de 0,85.

Une solution intermédiaire a été adoptée dans un récent Military Standard suédois, [ 7 ], où des plans d'échantillonnage avec  $c = 0$  ont été mis en œuvre et où l'AQL a été défini comme égal à  $p_{90}$ .

Un autre paramètre d'échantillonnage qui a joué un rôle important dans le développement des méthodes d'échantillonnage est la limite de qualité moyenne (Average Outgoing Quality Limit ou AOQL) introduite par Dodge et Romig [ 8 ].

Ce paramètre fixe une limite supérieure au pourcentage moyen de pièces défectueuses des lots acceptés et remis au client, dans l'hypothèse où les lots rejetés subissent un tri à 100 % et sont donc exempts de pièces défectueuses. En fait, cette limite supérieure ne peut être atteinte que lorsque tous les lots soumis au contrôle contiennent un pourcentage spécifique de pièces mauvaises. En pratique cela ne sera pas vérifié et la plupart du temps la qualité moyenne réelle des lots vendus sera considérablement supérieure à l'AOQL. L'AOQL donne inutilement une vue pessimiste de la situation et peut conduire à des échantillons plus importants qu'il n'est nécessaire. D'après la littérature, sur ce sujet, nous avons l'impression que l'AOQL est moins utilisée, et au vu des observations ci-dessus cela est compréhensible.

Il faut aussi remarquer que la courbe d'efficacité d'un plan d'échantillonnage ne dépend pas seulement de la taille  $n$  de l'échantillon et du niveau d'acceptation  $c$  mais aussi de la taille  $N$  du lot.

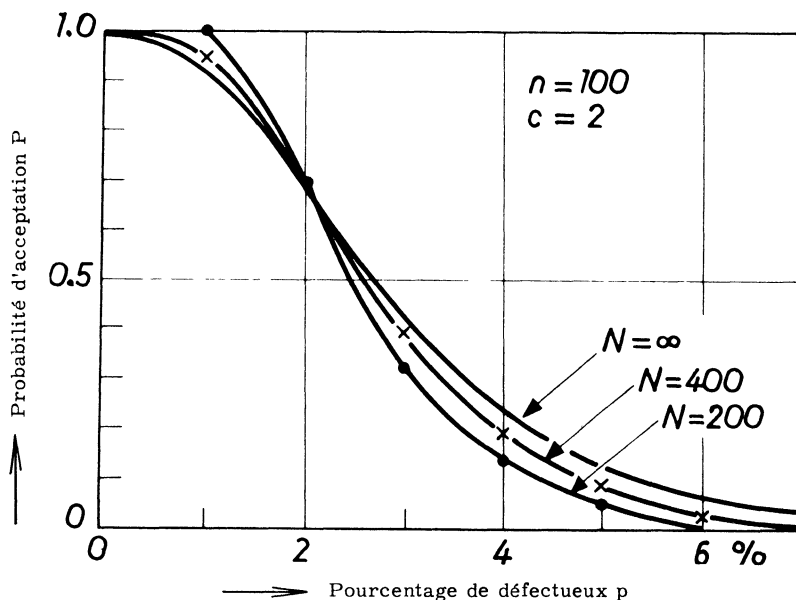


Figure 3 - Courbes d'efficacité ( $n = 100$ ,  $c = 2$ ) pour diverses valeurs de  $N$ .

Cependant, si  $N$  est grand comparé à  $n$ , disons :

$$N \geq 10 n \quad (1, 2)$$

on peut oublier cette influence comme le montre la figure 3 dans un cas particulier. Tous les arguments donnés ci-dessus ne sont valables en toute rigueur que pour des lots infinis. Quand la condition (1, 2) n'est pas satisfaite, on peut néanmoins encore utiliser les mêmes plans d'échantillonnage que pour des lots infinis. En effet, pour des lots plus petits, la qualité indifférente  $p_{50}$  reste à peu près la même et la pente de la courbe d'efficacité augmente si bien que le contrôle est plus serré que pour des lots infinis (voir figure 3). C'est d'ailleurs un argument supplémentaire pour l'utilisation de  $p_{50}$  ; une telle règle aussi simple ne s'applique plus si on adopte  $p_{95}$  ou  $p_{10}$  pour préciser un plan d'échantillonnage.

Enfin, nous voulons insister sur l'importance du choix d'une terminologie correcte dans les applications industrielles. Quels que soient les paramètres utilisés, ils doivent de préférence recevoir des dénominations qui indiquent clairement leur valeur pratique. Ainsi le terme "niveau de qualité moyen" ou AQL convient parfaitement et ceci explique en partie la popularité de ce concept.

Le sens du terme "risque du producteur" par exemple est beaucoup moins évident et moins acceptable pour cette raison. Nous ne discuterons pas ce point davantage. Le problème principal est le choix des paramètres à utiliser ; une terminologie adéquate doit être fixée ensuite. Mais le problème mérite d'être examiné avec soin.

### I. 3 - Le but et les domaines d'application des tables d'échantillonnage.

Une étude attentive des différentes tables d'échantillonnage conduit à la conclusion que leurs auteurs ont poursuivi un certain nombre d'objectifs différents dont les plus importants sont :

- 1) faire la part entre les exigences du client, les aptitudes du producteur et les possibilités du contrôleur,
- 2) séparer les mauvais lots des bons lots,
- 3) simplifier la procédure d'échantillonnage,
- 4) réduire le nombre des observations par lot contrôlé,
- 5) diminuer les risques de conclusions incorrectes lorsque la taille du lot augmente,
- 6) tirer le maximum de l'information fournie par les données de l'échantillonnage,
- 7) exercer une pression sur le producteur ou le fournisseur lorsque la qualité des lots reçus est reconnue douteuse et (ou) non satisfaisante,
- 8) réduire le nombre des objets contrôlés lorsque la qualité des lots est sûre et satisfaisante.

Ce sont en partie des objectifs contradictoires qui ne peuvent tous être simultanément satisfaits. La procédure d'échantillonnage utilisée en définitive dépend des caractéristiques considérées comme les plus importantes. Les opinions varient et dépendent des conditions dans lesquelles on doit appliquer l'échantillonnage. A cet égard, voici une liste des différents facteurs qu'il faut prendre en considération :



- I - le coût du contrôle,
- II - le dommage attaché à l'acceptation des pièces défectueuses,
- III - les conséquences du rejet d'un lot,
- IV - la forme de la loi de distribution du pourcentage de pièces mauvaises dans les lots contrôlés,
- V - la taille du lot,
- VI - les possibilités du service de contrôle,
- VII - le nombre de défauts qu'une même pièce peut présenter et la façon de les classer et de les combiner,
- VIII - la variété des pièces à échantillonner avec la même table d'échantillonnage,
- IX - la fréquence et la régularité des livraisons,
- X - le nombre des producteurs et des clients mis en jeu et leurs relations mutuelles.

Les commentaires suivants peuvent servir à illustrer ces différents points.

Le contrôle du diamètre d'une pièce est bon marché mais un contrôle destructif coûte cher ; dans ce dernier cas on essaiera évidemment de prélever des échantillons moins importants que dans le premier cas.

De même le préjudice causé par l'acceptation de pièces défectueuses peut varier entre des limites très larges. Une vis sans pas est purement et simplement jetée avant l'utilisation ; mais la recherche et le remplacement d'une résistance défectueuse dans un appareil électronique complexe peut nécessiter une somme de temps et de travail considérable.

Les conséquences du rejet d'un lot sont un autre facteur variable qui peut, en plus, évoluer considérablement au cours du temps. On ne peut se permettre de rejeter un lot de qualité douteuse lorsque le stock est bas et que le rejet peut conduire à l'arrêt d'une chaîne de montage ; nous serons nécessairement moins difficiles dans ce cas que lorsqu'un stock suffisant est encore disponible.

La forme de la loi de distribution du pourcentage de pièces défectueuses est examiné dans le paragraphe 5 et la taille du lot dans le paragraphe 6.

Souvent le contrôle par échantillon est mené par un service particulier disposant d'un personnel peu nombreux, disons deux ou trois contrôleurs spécialisés. La direction de ce service essaiera nécessairement d'employer son personnel à temps complet, et d'éviter aussi bien les heures supplémentaires que les heures creuses. Dans ce cas la taille des échantillons sera davantage déterminée par la capacité de contrôle que par toute autre considération.

Un ajustement rapide de la taille des échantillons peut quelquefois être nécessaire ; par exemple, lorsque l'un des contrôleurs tombe malade ou lorsque des difficultés particulières pour un produit donné nécessitent un effort accru dans une direction et une réduction dans une autre.

La plupart des produits peuvent présenter plusieurs défauts différents qui peuvent être classés en défauts critiques, sérieux, mineurs et accidentels. Parfois les lots sont classés suivant chacun de ces défauts ; parfois également une combinaison pondérée du nombre de défauts de chaque catégorie sert de mesure globale de la qualité. Les deux méthodes ont été utilisées avec succès.

Si (point VIII), comme dans de nombreux contrats, nous avons affaire à un seul produit, il sera possible d'adapter la procédure d'échantillonnage à des exi-

gences particulières ; mais lorsqu'un service doit contrôler de nombreux produits différents suivant une même table d'échantillonnage, il faut réaliser nécessairement un compromis. Un ajustement brutal, par exemple au moyen d'un AQL pour chaque produit, est encore possible mais un ajustement plus détaillé est impossible et il faut admettre que dans quelques cas particuliers le compromis n'est pas satisfaisant.

Lorsqu'il s'agit de livraisons régulières d'un même fournisseur, il sera possible de tirer profit de l'expérience passée et de prêter moins d'attention aux produits des fournisseurs qui se sont révélés de qualité correcte et stable. Mais lorsqu'il s'agit de lots isolés, et n'arrivant qu'à intervalles espacés, il ne faut compter que sur l'information fournie par un échantillon du lot lui-même. En général il faut alors de gros échantillons.

Enfin, lorsqu'un client peut acheter le même produit à un certain nombre de fournisseurs concurrents, il peut, dans une certaine mesure, renoncer à la règle et renforcer ses exigences. Dans le Military Standard 105-A, par exemple ; l'AQL est un paramètre fixé par le Gouvernement des Etats-Unis. Mais lorsqu'un fournisseur et un client doivent mettre un contrat sur pied, des concessions sont nécessaires de part et d'autre, tandis que les exigences du client seront de peu d'effet lorsque le fournisseur peut vendre ses produits par d'autres circuits commerciaux. La manière dont le contrôle par échantillonnage est mené dépend de telles circonstances extérieures.

Cette énumération de caractéristiques et de facteurs n'aide pas beaucoup dans le choix d'une procédure d'échantillonnage. Cela montre également qu'une table d'échantillonnage qui puisse être utilisée universellement doit être très souple et doit pouvoir s'adapter à un grand nombre de situations différentes. Ce besoin d'un système souple et le caractère inadéquat des procédures actuelles ont été également mis en lumière par Durlach [ 9 ].

Dans les deux paragraphes suivants, quelques uns des problèmes soulevés sont discutés plus en détail.

#### I. 4 - Théories économiques.

Le choix d'un plan d'échantillonnage peut être considéré comme un problème économique et a été étudié sous cet angle dans un grand nombre d'articles. Dans ces théories les facteurs I à V du paragraphe précédent ont été pris en considération et on a recherché un plan d'échantillonnage qui réduise au minimum le coût moyen global par lot lorsqu'on connaît la taille des lots.

La taille du lot et le coût du contrôle sont des quantités faciles à déterminer mais le dommage attaché à l'acceptation des pièces défectueuses ou la perte due au rejet d'un lot de qualité satisfaisante sont souvent moins évidents et il nous faut contenter d'estimations grossières. De même il faut faire quelques hypothèses sur la distribution du pourcentage de pièces défectueuses par lot alors que la plupart du temps on manque de raisons expérimentales qui puissent justifier ces hypothèses.

Autre objection : les facteurs VI à X du paragraphe 3 sont inconnus alors qu'en pratique ils jouent un grand rôle ; peut-être la solution serait-elle de développer des théories séparées pour les différentes situations mais cela compliquerait certainement les choses.

L'application des théories économiques proposées a jusqu'ici été réduite à des exemples isolés, il en sera, je le crains, toujours ainsi. Car ces théories ne sont pas d'une application facile. Elles réclament une étude particulière pour chaque produit de la part d'un personnel assez spécialisé. Ceci entraînera des

coûts supplémentaires conduisant au résultat que ces théories économiques n'ont pas un rendement intéressant.

Un autre point : le coût minimum est en règle générale un minimum peu accusé, si bien que le choix d'une taille d'échantillon est assez mal défini. En pratique, on voit que de nombreux produits différents peuvent être contrôlés avec la même table d'échantillonnage.

Contre les utilisations d'informations antérieures sur la qualité moyenne du procédé de fabrication, on peut élever de sérieuses objections. Les arguments développés plus haut en relation avec la figure 4 montrent que l'efficacité d'un plan d'échantillonnage dépend principalement de l'intervalle de variation du pourcentage de pièces défectueuses et non de sa moyenne. Le Military Standard 105-A prescrit l'estimation de  $\bar{p}$  par moyenne mobile sur les dix derniers lots contrôlés. Il peut être mal commode en pratique de tenir la comptabilité des moyennes mobiles et de plus un seul lot très mauvais peut faire croître considérablement la

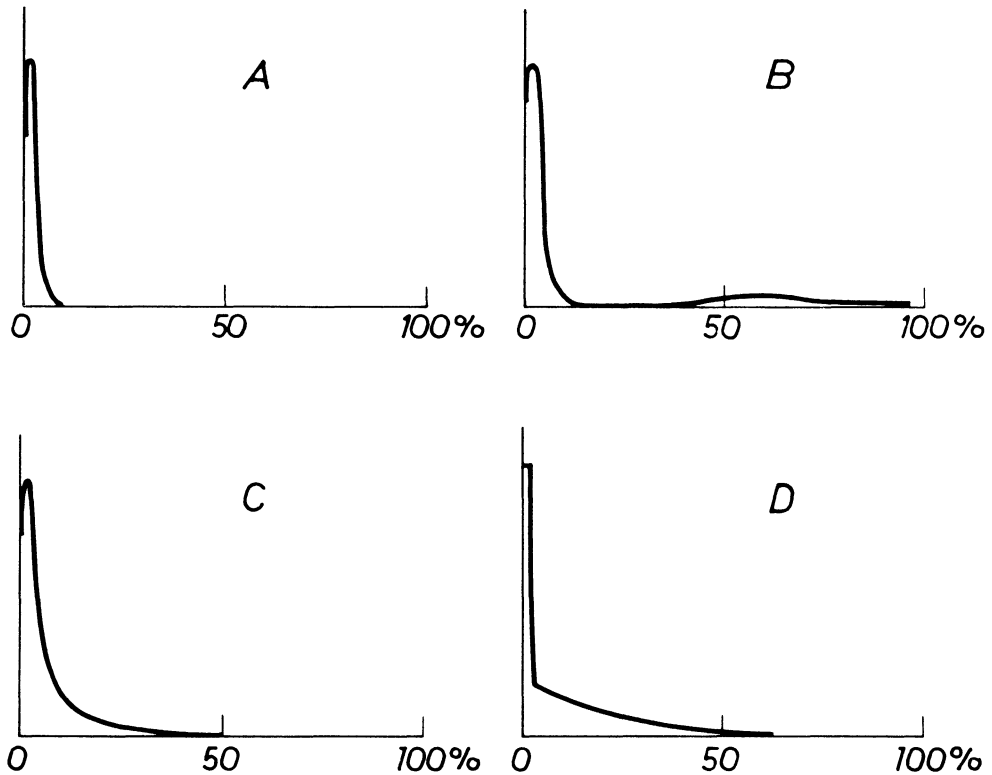


Figure 4 - Quelques types schématiques de distribution du pourcentage de pièces mauvaises dans les lots successifs.

- A - Tous les lots sont de bonne qualité,
- B - La plupart des lots sont bons, mais il en existe exceptionnellement quelques uns de très mauvais.
- C - Lots bons en général mais quelques uns sont douteux ou mauvais.
- D - Une fraction des lots est exempte de défauts.

moyenne et amener un contrôle plus strict lorsqu'il n'est pas nécessaire. Pour éviter cette conséquence fâcheuse, une clause a été prévue dans le Standard qui autorise le Gouvernement U. S. à exclure du calcul de la moyenne certains échantillons. Mais cela introduit une décision unilatérale et arbitraire très peu satisfaisante.

Une autre approche du problème est celle du "Discovery Sampling" [11] méthode étudiée depuis quelques années aux Etats-Unis. On fait l'hypothèse que la distribution du pourcentage des défectueux dans les lots contrôlés peut être correctement représenté par :

$$\begin{aligned} f(p) &= 1 - A && \text{pour } p = 0 \\ f(p) &= A(s + 1)(1 - p)^s && \text{pour } p > 0 \end{aligned} \quad (1,3)$$

c'est-à-dire que la fraction  $(1-A)$  des lots est supposée exempte de défauts, le reste ayant la distribution  $(1,3)$  ; on a une courbe caractéristique analogue à la figure 4 D. Le choix du plan d'échantillonnage est basé sur l'AOQL mais calculé d'après  $(1,3)$ . Ici  $A$  est une constante estimée d'après les observations tandis que pour  $s$  on choisit la valeur la plus défavorable qui correspond au maximum de l'AOQL. C'est à partir de recherches étendues sur une grande variété de produits que l'on a conclu que  $(1,3)$  fournissait une approximation satisfaisante des distributions réelles rencontrées en pratique. Il reste à voir dans quelle mesure  $(1,3)$  peut être accepté comme universellement valable. Une confirmation sur ce point serait de grande valeur. Dans une correspondance privée, le Professeur Barnard de Londres me faisait part des recherches de l'un de ses étudiants dans ce domaine et concluait qu'on n'avait pu observer aucune forme générale pour une telle distribution. D'autre part, il me semble que l'hypothèse à la base du "Discovery Sampling" est plus réaliste et constitue une meilleure approximation de la réalité que l'utilisation de la qualité moyenne de la fabrication.

D'autre part on pourrait penser que les théories économiques fournissent des indications générales pour la construction de tables d'échantillonnage : par exemple, la liaison entre la taille du lot et celle de l'échantillon, ou, le rapport entre les tailles d'échantillons dans les cas de contrôle destructif et non destructif. Malheureusement jusqu'ici aucun principe général n'a vu le jour.

Pour une discussion plus détaillée des aspects économiques de l'échantillonnage nous conseillons les références [1] à [10]. On pourra y trouver des références à d'autres articles.

#### I. 5 - La loi de distribution du pourcentage de pièces défectueuses dans les lots contrôlés.

Bien que nous n'ayons ni une information précise sur cette distribution, ni une théorie permettant d'utiliser de façon satisfaisante une telle information, la distribution de pièces défectueuses dans les lots contrôlés doit être prise en considération.

La figure 7 qui représente des formes concevables de ces distributions illustre ce point. Dans le cas A les lots sont presque exclusivement de grande qualité tandis que dans le cas B des lots très mauvais peuvent apparaître au milieu de lots de bonne qualité ; dans le cas C il n'y a pas de distinction claire entre bons et mauvais lots du fait de la présence non négligeable de lots de qualité médiocre. Dans les cas A et B de petits échantillons suffisent, pour A parce que les lots sont si mauvais qu'ils se révéleront tels même pour de petits échantillons. Dans le cas C, au contraire, de gros échantillons sont à conseiller de façon à permettre de déceler les lots de qualité médiocre.

Cette présentation schématique explique pourquoi les résultats obtenus grâce au contrôle par échantillonnage dépendent très largement de la loi de distribution de la qualité des lots. Des courbes des divers types de la figure 4 peuvent se rencontrer en pratique, et lors du choix d'un plan d'échantillonnage il faut savoir en gros dans quel cas on se trouve.

Dans une certaine mesure ces considérations n'ont pas été perdues de vue dans plusieurs des tables existantes. Dans les premières tables de Dodge et Romig, [8], par exemple, le pourcentage moyen de pièces défectueuses  $\bar{p}$  est l'un des paramètres qui déterminent le choix d'un plan d'échantillonnage. Dans le Military Standard 105-A [6] la qualité moyenne est utilisée de manière différente ; on compare  $\bar{p}$  à l'AQL spécifiée et la table prescrit de renforcer ou de relâcher le contrôle lorsque  $\bar{p}$  est respectivement significativement plus grand ou plus petit que l'AQL.

### I. 6 - Tailles du lot et de l'échantillon.

Pratiquement toutes les tables d'échantillonnage existantes prescrivent une taille d'échantillon croissant avec celle du lot.

A première vue cela semble tout-à-fait naturel. Plus le lot est important, plus nous voulons réduire les risques d'une conclusion erronée et plus il faut un échantillon de grande taille. Ce principe n'a jamais été contredit.

Et pourtant nous pensons, à la réflexion, qu'il y a de fortes raisons de douter de sa validité générale et de se demander si, dans de nombreux cas, un échantillon de taille constante ne serait pas plus avantageux. Pour étudier ce point, il est bon de se souvenir que le contrôle par échantillon répond à deux objectifs distincts :

- 1/ séparer les bons lots des mauvais, et
- 2/ servir d'information sur la qualité des lots reçus.

La littérature a prêté peu d'attention au second de ces aspects pour la simple raison qu'il ne donne lieu à aucun développement théorique intéressant. Mais cela ne signifie pas qu'il ne soit pas important et même on peut penser qu'il est plus important que la discrimination entre lots de qualités différentes.

Le proverbe connu "Ce n'est pas à partir d'un objet que l'on peut contrôler la qualité" s'applique dans ce cas. Bien qu'il nous soit impossible d'agir aussi directement sur les procédés de production de nos fournisseurs que sur ceux de nos propres usines, il nous reste cependant quelques possibilités d'en contrôler la qualité. Entenant le fournisseur informé des résultats du contrôle par échantillon on peut l'inciter à améliorer sa qualité et un tel échange d'information peut également améliorer les relations client-fournisseur.

D'un point de vue plus général on peut considérer le contrôle par échantillon comme une source d'information également valable pour le client, pour le fournisseur et pour la direction. Encore ne faut-il pas oublier que cette information servira de base à des décisions que prendront des gens sans formation statistique particulière. Il est donc essentiel que l'information tirée de l'échantillonnage soit présentée de façon suffisamment simple et claire pour éviter, autant que faire se peut, les erreurs d'interprétation. A cet égard un échantillon de taille constante est du plus haut intérêt ainsi que nous allons le voir sur un exemple. Le tableau 1 contient les instruments concernant l'échantillonnage de lampes radio suivant une norme récemment adoptée aux établissements Philips ; la taille du lot est réduite à 3 000 au maximum et celle de l'échantillon reste constante et égale à 150.

Tableau 1

## Instructions d'échantillonnage de lots de lampes radio

Taille du lot	Taille de l'échantillon	AQL en %	Niveau d'acceptation pour contrôle		Limite critique
			normal	renforcé	
1- 149	totalité				
150-3 000	150	0,4	2	0	1
"	"	0,65	3	1	2
"	"	1,0	4	2	3
"	"	1,5	5	3	4
"	"	2,5	8	4	6
"	"	4,0	11	7	9
"	"	6,5	17	11	13

Passer au contrôle renforcé dans le cas où le nombre de déchets dans deux des cinq derniers échantillons dépasse la limite critique. Autrement utiliser le contrôle normal.

Lorsqu'on applique cette méthode, les résultats d'échantillonnage peuvent se résumer dans une table de fréquence telle que le tableau 2. Les commentaires sont superflus car l'interprétation est simple et immédiate. Ce tableau peut effectivement servir à établir un jugement sur les résultats obtenus pour comparer des services différents, des fournisseurs différents, etc. Lorsque l'on introduit pour quelque raison que ce soit, des variations dans la taille des échantillons une tel tableau perd beaucoup de sa simplicité et par conséquent de sa valeur pour la direction.

Tableau 2

Résumé des résultats d'un contrôle par échantillon  
couvrant les mois d'avril et mai 1955. Lampes radio XUZ.  
Taille d'échantillon 150. Nombre de lots contrôlés 120.

Type du défaut	Fréquence du nombre d'efficacité dans les échantillons								Total
	0	1	2	3	4	5	6	7	
Critique . . . . .	60	45	15						120
Sérieux . . . . .	13	40	43	20	2	1		1	120
Mineur . . . . .	5	21	43	37	11	2	1		120

En plus des arguments ci-dessus, il y a une autre raison de préférer un échantillon de taille constante. Une taille d'échantillon croissant avec celle du lot signifie que plus les lots sont importants, plus la courbe d'efficacité est inclinée ; nous sommes dans le cas de la figure 5. Le problème est de savoir comment ajuster ces courbes d'efficacité les unes aux autres. Dans la figure 5 on a fait en sorte que  $p_{50}$  ait la même valeur, mais on constate que pour  $p < p_{50}$  les lots importants ont une probabilité d'acceptation plus forte que les petits lots, tandis que pour  $p > p_{50}$ , c'est le contraire. Le fournisseur peut tirer parti de cette situation en livrant des produits de bonne qualité en lots importants et des produits de mauvaise qualité en petits lots.

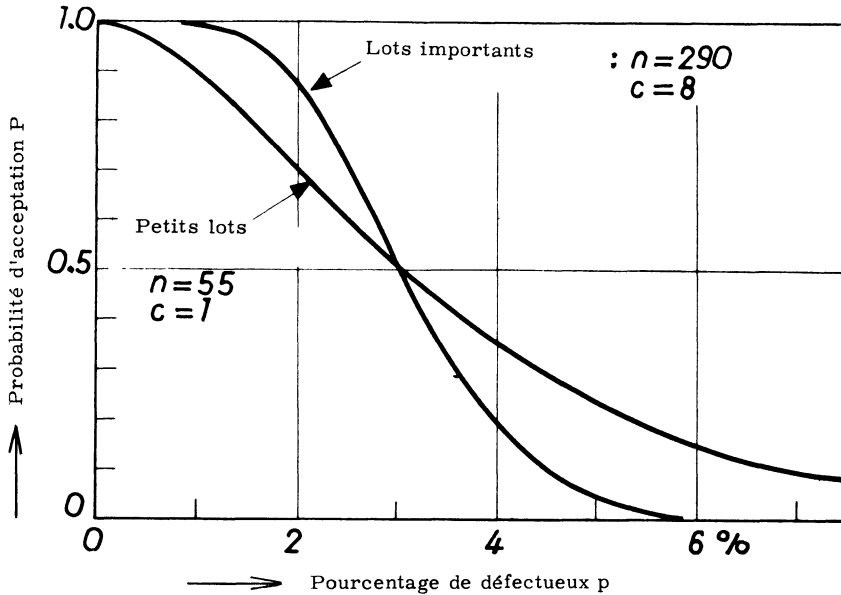


Figure 5 - Courbe d'efficacité. Influence des effectifs N et n.

Cependant quelle que soit la manière de placer les deux courbes d'efficacité l'une en fonction de l'autre, le fournisseur a en principe toujours la possibilité de tourner la situation à son avantage. La seule façon de l'éviter est d'utiliser la même courbe d'efficacité quelle que soit la taille du lot et cela conduit à prélever un échantillon de taille constante.

L'exemple du tableau 1 réduit la taille du lot à 3 000 au maximum et cela aussi mérite une attention particulière. Le contrôle par échantillon suppose l'échantillon aléatoire. Lorsque le lot est homogène, c'est-à-dire lorsque les objets défectueux sont répartis au hasard dans le lot entier, chaque échantillon prélevé de manière indépendante de la qualité des unités échantillonnées, satisfait au critère. Mais lorsque le lot n'est pas homogène, il faut prendre des précautions particulières pour obtenir un échantillon aléatoire.

On peut s'attendre à ce que les gros lots soient généralement moins homogènes que les petits lots et il est également plus difficile de prélever un échantillon vraiment aléatoire d'un grand lot. C'est pour cette raison qu'il est bon de limiter dans de nombreux cas la taille des lots.

### I. 7 - Conclusion.

Nous venons de discuter les principes généraux qui, à notre avis, président aux procédés de contrôle par échantillon. Dans la seconde partie nous étudierons les traits caractéristiques de quelques unes des tables d'échantillonnage existantes.

## II - CARACTERISTIQUES DES PRINCIPAUX PLANS D'ECHANTILLONNAGE -

### II. 1 - Introduction.

Dans la première partie, nous avons examiné les principes généraux qui sont à la base du contrôle par échantillon. Dans cette seconde partie, nous allons étudier les caractéristiques de quelques plans d'échantillonnage et méthodes d'usage courant.

### II. 2 - Considérations générales.

A première vue, il semble logique de choisir un plan d'échantillonnage en fonction de considérations économiques. En fait, les premières tables complètes, celles de Dodge et Romig [ 8 ] étaient fondées sur un principe économique. Dans l'hypothèse où tous les lots rejetés sont, après tri à 100 %, livrés exempts de pièces défectueuses et qu'une valeur comme l'AOQL ou le LTPD (qualité correspondant au risque du client), a été fixée dès le début, ces auteurs construisent un plan d'échantillonnage tel que le nombre total de pièces contrôlées (échantillons + contrôles à 100 %) soit minimum pour des lots contenant un pourcentage moyen de pièces défectueuses égal à la moyenne du processus de fabrication  $\bar{p}$  (niveau de qualité acceptable).

Une version modifiée des tables de Dodge et Romig utilisant la qualité indifférente  $p_{50}$  au lieu de l'AOQL ou le LTPD a été mise au point par Weibull en Suède [12]. Ainsi qu'il est expliqué dans le paragraphe 4 de la première partie, nous n'avons pas de théorie économique suffisamment générale qui puisse couvrir un grand nombre de cas différents où on applique le contrôle par échantillon, si bien que ces théories économiques sont par là même limitées dans leurs applications. Les tables de Dodge et Romig illustrent bien ce point. Elles ne s'appliquent pas lorsque l'on ne contrôle plus à 100 % les lots refusés. Un facteur important tel que le coût du contrôle doit être pris en considération lors du choix de l'AOQL ou du LTPD mais la manière d'en tenir compte n'est pas évidente.

Un autre inconvénient des tables de Dodge et Romig est leur caractère très élaboré et le fait qu'elles utilisent la moyenne  $\bar{p}$  comme donnée fondamentale. Très souvent il faut établir un contrat ou faire la commande avant que la production ait démarré sur une grande échelle si bien que  $\bar{p}$  est encore inconnue. Et il serait incommode de devoir attendre des données suffisantes pour calculer  $\bar{p}$ .

Ces critiques ne diminuent en aucune manière la valeur de la contribution de Dodge et Romig dans un domaine où ils furent des pionniers il y a 30 ans. D'autre part, les tables montrent pourquoi dans les procédés qui suivirent, l'idée d'une théorie économique sous-jacente a été abandonnée et pourquoi des tables simplifiées ont été mises au point, fondées sur des considérations pratiques générales.

### II. 3 - Les différentes tables et les points à discuter.

Les tables les plus importantes sont les suivantes :

- 1/ Le Military Standard américain 105-A [ 6 ]
- 2/ Les tables du groupe de recherche statistique de l'Université de Columbia [ 5 ]
- 3/ Le système d'échantillonnage Philips [13] ou système Philips
- 4/ La table AWF proposée par une commission de productivité en Allemagne Fédérale [14]



5/ Un standard militaire suédois récent [15]

6/ Le standard VG 95083 publié par le Ministère de la Défense d'Allemagne Fédérale [16]

Le standard VG 95083 est une version à peine modifiée du Military Standard 105 A. Nous ne discuterons que ce dernier en détail. Quelques caractéristiques de chacune des autres tables seront étudiées lorsque l'occasion se présentera.

Toutes ces tables déterminent le choix du plan d'échantillonnage d'après :

a) la taille du lot,

b) un paramètre de qualité spécifiant la qualité espérée ou requise.

Il semble, de l'avis général, que cette forme de tables est la plus utile en pratique. Elles diffèrent par de nombreux points de détail et ces différences alimenteront notre discussion. Nous étudierons successivement :

- le choix d'un paramètre de qualité : paragraphe 4

- la taille de l'échantillon et la spécification de qualité : paragraphe 5

- la taille de l'échantillon et celle du lot : paragraphe 6

- le contrôle renforcé et le contrôle réduit : paragraphe 7

- l'échantillonnage double et l'échantillonnage multiple : paragraphe 8

- le choix des échelles : paragraphe 9

- la présentation générale d'une table d'échantillonnage : paragraphe 10.

Dans un dernier paragraphe, nous essaierons de dégager quelques conclusions concernant la possibilité de mise au point d'une règle universelle d'échantillonnage.

La plupart des arguments développés ci-dessous sont partagés par E. Rosow [22]. On pourra trouver des informations utiles concernant les différents procédés d'échantillonnage dans un rapport de E. Kettmann [23].

## II. 4 - Le choix d'un paramètre de qualité.

### Exigences pratiques.

Des paramètres tels que l'AOQL, la qualité indifférente  $p_{50}$  ou le LTPD ne peuvent être précisés qu'en relation avec les plans d'échantillonnage utilisés tandis que l'AQL défini maintenant officiellement comme [17] : "le pourcentage maximum de défectueux considéré satisfaisant comme moyenne du processus de fabrication" n'est pas une caractéristique d'échantillonnage. Que faut-il prélever ?

Peut-être l'argument le plus important est-il ici le suivant : l'échantillonnage n'est pas toujours une nécessité et il est par conséquent hautement souhaitable d'utiliser des spécifications de qualité qui soient encore valables lorsque l'on ne pratique pas d'échantillonnage. L'AQL défini précédemment remplit ce rôle de façon parfaite.

Ensuite il faut distinguer entre les livraisons régulières d'une qualité stable où notre objectif principal est de maintenir une moyenne  $\bar{p}$  satisfaisante et des livraisons irrégulières ou une qualité instable et où nous nous préoccupons de vérifier des lots isolés.

Ce sont deux extrêmes dont on ne peut rigoureusement définir la frontière ; car la qualité d'un produit nouveau peut être douteuse au début et se stabiliser au fur et à mesure de la fabrication. Ici encore, il est important de spécifier la qualité en termes qui s'appliquent aux deux situations.

A cet égard, on pourrait changer avantageusement la définition de l'AQL de la manière suivante "l'AQL est le pourcentage maximum de défectueux admissible" en laissant tomber l'expression "comme moyenne du processus de fabrication". Cela ne porterait pas un gros préjudice et ferait de l'AQL un concept applicable également aux lots isolés.

A côté de l'AQL la qualité indifférente serait le paramètre le mieux adapté à nos exigences pratiques. On pourrait le définir comme étant la ligne de partage entre la bonne et la mauvaise qualité. L'expérience fournie par le système Philips a montré que c'est aussi un paramètre facilement accepté par l'industrie.

#### l'AQL et les plans d'échantillonnage.

Un autre problème est de savoir s'il y a un rapport entre l'AQL et les plans d'échantillonnage. Naturellement, la probabilité d'acceptation  $p_{AQL}$  pour des lots de qualité AQL devrait être relativement élevée mais tous les plans satisfaisant à cette condition sont acceptables du point de vue de la définition précédente de l'AQL.

Dans le système Columbia et dans le Standard Militaire Suédois, la relation a été précisée en fixant à  $P_{AQL}$  la valeur :

$$P_{AQL} = 0,95 \quad (II, 4, 1)$$

Ceci ramène l'AQL à une caractéristique d'échantillonnage mais conduit à des difficultés considérables lors de l'établissement des tables d'échantillonnage.

Comme je l'ai montré dans la première partie, paragraphe 2, des plans d'échantillonnage avec des niveaux d'acceptation  $c = 0$  ou  $c = 1$  et conformes à (II, 4, 1) sont hautement satisfaisants. Dans le Standard suédois, le problème a été au moins partiellement résolu en fixant  $c = 0$ , quoi qu'il en soit. En pratique, des plans d'échantillonnage avec  $c = 0$  sont souvent utilisés avec succès et il ne faut pas les éliminer a priori trop rapidement.

Dans le cas où (II, 4, 1) est vérifié, les tailles d'échantillon pour  $c = 1$  sont 7 fois plus importantes que pour  $c = 0$  et ceci crée une discontinuité difficile à surmonter de façon satisfaisante.

Un autre inconvénient de l'utilisation d'une caractéristique d'échantillonnage comme paramètre de qualité est qu'on peut être conduit à modifier la spécification de qualité lorsqu'on passe du contrôle renforcé au contrôle réduit - ce qui est à éviter pour des raisons pratiques. Ce point sera discuté en II. 7.

Ces inconvénients ont été évités dans le Military Standard américain 105-A en renonçant à une relation précise entre l'AQL et les plans d'échantillonnage correspondants. Le résultat est illustré par la figure 6 où nous avons étudié  $P_{AQL}$  en fonction de la taille de l'échantillon avec  $AQL = 2,5 \%$ . On observe d'amples variations. Dans le cas du contrôle normal  $P_{AQL}$  démarre avec une valeur de 0,850 environ et croît graduellement jusqu'à 0,995 ; dans le cas d'un contrôle renforcé  $P_{AQL}$  varie entre 0,75 et 0,90 et dans le cas d'inspection réduite,  $P_{AQL}$  se maintient entre 0,990 et 0,999. Dans tous les cas, AQL reste égal à 2,5%. Le succès général du Military Standard 105-A prouve suffisamment que de telles variations de  $P_{AQL}$  ne sont pas du tout nuisibles en pratique.

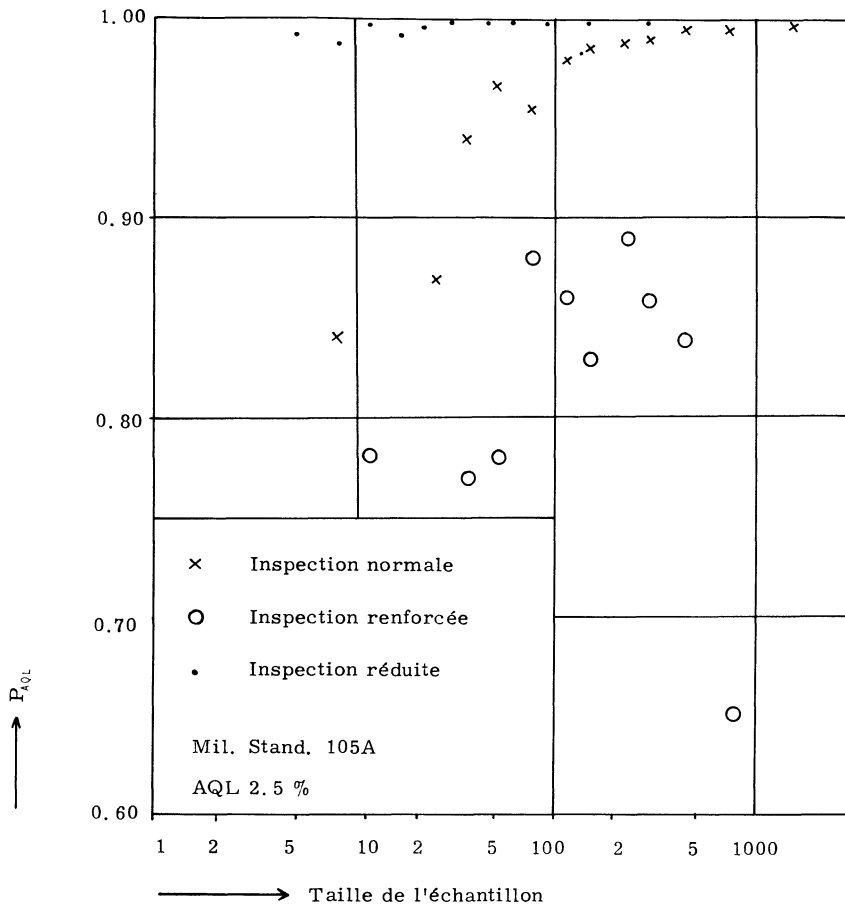


Figure 6 - Probabilité d'acceptation  $P_{AQL}$  pour des lots de qualité AQL, en fonction de la taille de l'échantillon (Mil. Stand. 105-A, AQL = 2,5 %).

A notre avis, l'éventail de ces variations n'a pas besoin d'être aussi large. L'AQL est défini comme une tolérance supérieure de la qualité du lot. Nous espérons certainement des lots de qualité supérieure à cette limite et il n'est pas du tout nécessaire d'assigner à  $P_{AQL}$  des valeurs aussi élevées que dans le cas du contrôle réduit, ou, pour les gros échantillons, dans le cas du contrôle normal de la figure 1. On peut alors préciser que  $P_{AQL}$  s'étendra entre 0,80 et 0,90 pour un contrôle normal, entre 0,60 et 0,90 pour un contrôle renforcé et au-dessus de 0,95 pour un contrôle réduit.

Une telle spécification réduirait considérablement les difficultés expliquées plus haut et rendrait la relation entre l'AQL et les plans d'échantillonnage un peu plus précise sans être trop rigide. Dans le cas du contrôle normal, le producteur serait assuré que sur des lots de qualité égale à la limite supérieure, 1 ou 2 sur 10 seraient rejetés et c'est, à notre avis, tout-à-fait suffisant.

#### Autres paramètres.

Jusqu'ici nous n'avons guère étudié que l'AQL. Comme nous l'avons dit précédemment la qualité indifférente vient ensuite. Ce paramètre réalise un compromis entre les intérêts du producteur et du client et est particulièrement bien adapté dans le cas de lots isolés. Mais, comme caractéristique d'échantillonnage, ce paramètre conduit à quelques ennuis en ce qui concerne les contrôles renforcés et réduits.

Ceci reste vrai du "risque du producteur", de l'AOQL et du LTPD. En outre, le "risque du producteur" et le LTPD intéressent trop exclusivement soit le producteur soit le client. On peut les utiliser conjointement mais d'ordinaire une seule spécification sur la qualité suffit.

Les inconvénients de l'AOQL ont été discutés en I, paragraphe 2. Il n'y a pas lieu d'y revenir ici. Fondamentalement, ce paramètre suppose qu'on veut contrôler la bonne qualité d'un produit et ce n'est pas une attitude satisfaisante.

## II. 5 - Le plan d'échantillonnage et la spécification de la qualité.

Le plan d'échantillonnage pour une taille de lot donnée dépend de la qualité spécifiée. On peut distinguer trois principes différents :

1/ Une taille d'échantillonnage constante et des nombres d'acceptation augmentant lorsque la qualité spécifiée décroît (Military Standard 105-A, Système Columbia),

2/ Un nombre d'acceptation constant et une taille d'échantillon décroissant lorsque la qualité spécifiée décroît (table allemande AWF),

3/ Des nombres d'acceptation croissants et des tailles d'échantillons décroissants lorsque la qualité spécifiée décroît (Dodge et Romig, Système Philips, Standard Militaire Suédois).

Les extraits des diverses tables rassemblés dans le tableau 3 illustrent les différences fondamentales et la figure 7 montre quelques courbes d'efficacité correspondant au Military Standard américain et au système allemand AWF. Les autres tables sont intermédiaires entre ces deux extrêmes.

Les tables de Columbia et le Military Standard 105-A permettent le classement des défauts en critiques, sérieux et mineurs avec différents AQL et une conclusion différente suivant la classe de défaut. Une taille d'échantillon constante a été adoptée, quel que soit l'AQL parce que des tailles variables avec les classes de défauts présenteraient des inconvénients pratiques [ 5 ]. On peut néanmoins élever de sérieuses objections contre ce principe.

D'abord, il a été impossible de se conformer rigoureusement au principe. Dans le coin supérieur gauche, du Military Standard américain, des flèches se rapportent au plan d'échantillonnage situé dans la colonne en-dessus ou en-dessous de celle par laquelle vous entrez dans la table. Là où les flèches s'arrêtent, la taille de l'échantillon n'est pas constante, le résultat est illustré par les données du tableau 3. Des difficultés semblables se présentent avec les échantillonnages simples ou multiples qui peuvent se terminer à des étapes différentes selon la classe de défauts.

Ensuite lorsqu'on fixe des AQL variables avec les classes de défauts, il arrive que les niveaux d'acceptation soient, disons  $c = 1$  pour des défauts critiques,  $c = 2$  pour des défauts sérieux et  $c = 4$  pour des défauts mineurs. Alors un lot donnant un échantillon comprenant 2 défauts sérieux et 4 défauts mineurs est accepté, tandis qu'un lot présentant un échantillon de 5 défauts mineurs mais exempt de défauts sérieux est refusé. Les défauts sont moins nombreux et en moyenne moins graves pour le lot refusé. Des conclusions séparées pour chaque classe de défauts amènent inévitablement de telles contradictions, qui risquent de discréditer l'utilisation pratique du procédé.

Une autre manière de traiter les différentes classes de défauts est la pondération. Par exemple, on décide que 2 défauts sérieux ou 4 défauts mineurs sont équivalents à un défaut critique et on applique un jugement unique sur la base du total général. Avec ce système, le nombre de défauts mineurs admissibles

Tableau 3

Variations de n et de c en fonction de la spécification de la qualité (lots de 800 à 1 000)

Military Standard 105-A Niveau d'inspection II			Table allemande AWF			Philips SSS			Standard Militaire suédois Niveau d'inspection II			Tables de Dodge et Romig			
AQL en %	n	c	AQL en %	n	c	P <sub>50</sub> en %	n	c	AQL en %	n	c	P̄ en %	LTPD en %	n	c
0.015	300	00	0.10-0.15	600	1	0.25	225	0	0.1	350	1	0.151	0.20	365	0
0.035	225	0	0.2-0.3	300	1	0.50	305	1	0.3	270	2	0.31	0.40	335	1
0.065	150	0	0.5-0.75	120	1	1.0	160	1	0.6	135	2	0.61	0.80	305	2
0.10	110	0	1.0-1.5	60	1	2.0	80	1	1.0	135	3	0.91	1.20	250	4
0.15	75	1	2-3	30	1	3.0	90	2	2.0	100	4	1.21	1.60	220	5
0.25	150	1	4-6	15	1	5.0	55	2	3.0	85	5	1.51	2.00	180	5
0.40	110	1				7.0	50	3	4.0	65	5	2.11	2.80	145	6
0.65	110	2				10.0	35	3	6.0	55	6	3.01	4.00	115	7
1.0	110	3							10.0	45	8				
1.5	110	4													
2.5	110	6													
4.0	110	8													
16.5	110	12													
10.0	110	18													

Les tables de Dodge et Romig utilisent deux paramètres de qualité : la qualité moyenne du produit et le LTPD. La table montre les variations de n et de c quand ces deux paramètres augmentent dans le même rapport.

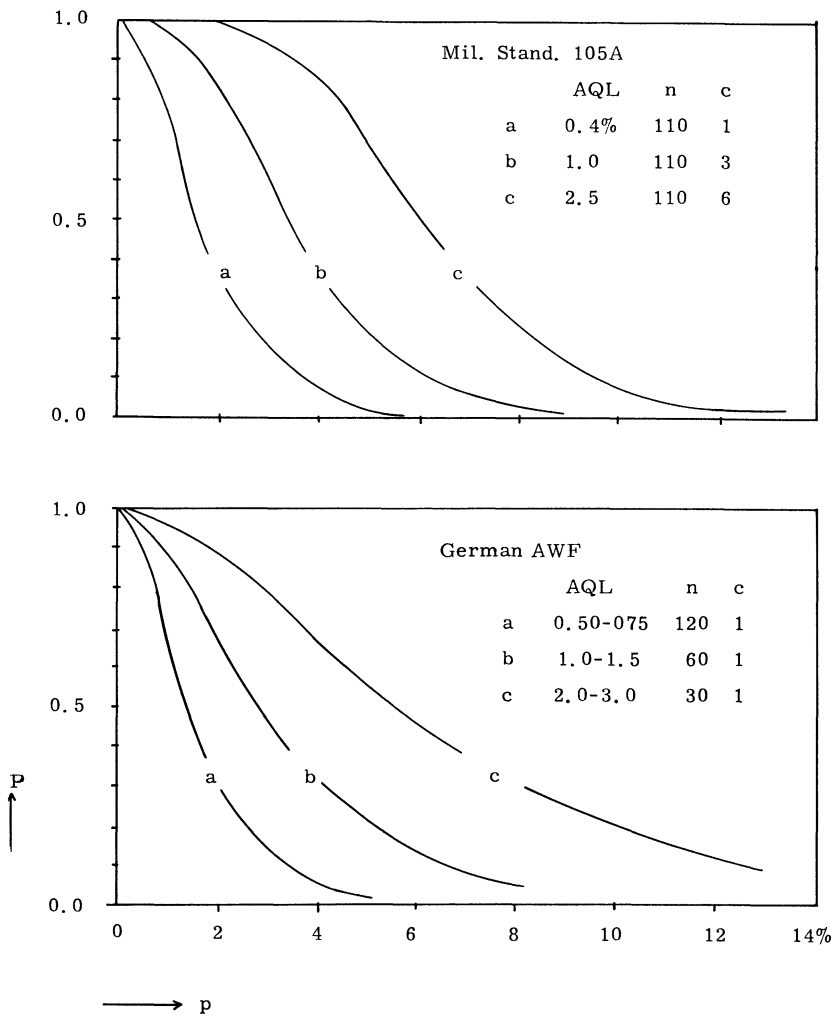


Figure 7 - Courbes d'efficacité pour une même taille du lot et diverses spécifications de qualité

augmente lorsque le nombre de défauts sérieux ou critiques diminue. De nombreuses applications de pondération des défauts ont été décrites dans la littérature [18] et la méthode est généralement tenue pour satisfaisante même si le choix des coefficients de pondération peut être sujet de discussion.

Cependant, si on combine les catégories de défauts par pondération, la raison du choix d'échantillons de taille constante tombe.

Enfin une taille d'échantillon constante peut conduire à des plans d'échantillonnage déraisonnables. Pour des lots de 8 000 à 22 000 unités, le Military Standard 105-A prescrit  $n = 300$ ,  $c = 0$  pour un AQL égal à 0,015 % et  $n = 300$ ,  $c = 44$  pour un AQL égal à 10 %.

Un AQL de 0,015 % signifie que l'on tolère 1 défaut sur 6 600 unités et une telle exigence nécessite des échantillons de taille bien supérieure à 300. Avec 10 % de défauts, un échantillon de 100 unités contiendra en moyenne 10 défauts et fournira une information suffisante sur la qualité du lot. Pour de tels pourcentages tolérés, il n'est absolument pas nécessaire de contrôler 300 unités pour voir s'ils contiennent plus de 44 défauts ou non. Il s'ensuit que pour des AQL très élevés ou très bas, il ne faut évidemment pas prélever des échantillons de taille constante.

Le principe adopté dans la table allemande AWF est entièrement différent. Le pourcentage de défectueux correspondant à une probabilité d'acceptation donnée varie proportionnellement à l'AQL, ce qui modifie les courbes d'efficacité comme dans la figure 7. Cela serait correct si nous considérons que seules les variations relatives au pourcentage de défauts présentent un intérêt. L'un des objectifs du contrôle sur échantillon est de réduire le pourcentage moyen de défectueux  $\bar{p}$  dans les lots acceptés. Le principe adopté dans la table allemande implique qu'avec un AQL de 2 % on considère une réduction de  $\bar{p}$  de x % comme équivalente à une réduction de 2x % lorsque l'AQL vaut 4 %.

Nous ne pensons pas que cette hypothèse soit solide. Pour un même produit, une diminution de 2x % pour  $\bar{p}$  sera double d'une réduction de x %. Dans le cas où l'on compare des produits différents, la situation dépend des rapports de prix et des lois de distribution des pourcentages de défauts dans les lots inspectés.

Nous pensons personnellement que la table allemande réduit trop rigoureusement la taille des échantillons lorsque l'AQL augmente et qu'en général des systèmes comme le système Philips ou le Standard militaire suédois sont plus proches de l'optimum économique. D'une certaine manière, ce point de vue est confirmé par la table de Dodge et Romig où des variations analogues de n et c dérivent des considérations économiques.

## II. 6 - Taille de l'échantillon et taille du lot contrôlé.

Toutes les tables indiquées au paragraphe II. 3 font croître la taille de l'échantillon avec celle du lot. Pour un AQL de 2,5 % ou une spécification équivalente sur la qualité, la liaison entre taille d'échantillon et taille du lot est représentée sur un papier doublement logarithmique (figure 8). Les différents ensembles de points se répartissent suivant des lignes droites de sorte qu'on peut écrire approximativement :

$$n = a N^b$$

N et n étant les tailles du lot et de l'échantillon. La plus faible valeur de b correspond à la table allemande avec  $b = 0,28$ , la plus forte, au Military Standard 105-A avec  $b = 0,62$ . La plupart des tables laissent le choix entre un certain nombre de niveaux de contrôle différents et ce choix influe sur la constante a de l'équation précédente. C'est pourquoi il est de peu d'intérêt de comparer les diverses valeurs de a.

Comme nous l'avons souligné en I, paragraphe 6, il peut être de loin préférable d'utiliser un échantillon de taille indépendante de celle du lot contrôlé et la question se pose de savoir comment concilier ce principe avec les pratiques courantes.

Sans doute la façon la plus simple serait de relier les variations de la taille de l'échantillon à celle du lot contrôlé par une recommandation, comme cela a été fait dans le Standard militaire suédois.

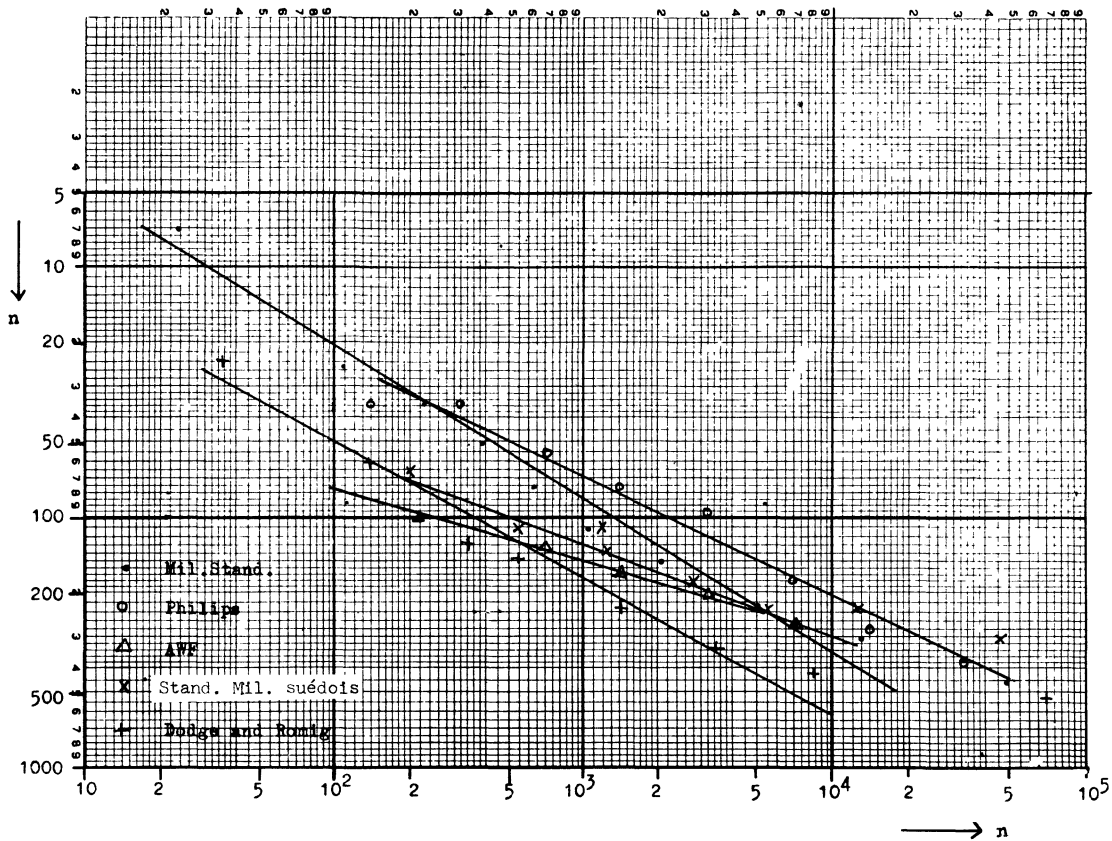


Figure 8 - Taille de l'échantillon  $n$  en fonction de la taille du lot  $N$  pour  $AQL = 2,5 \%$  (ou une spécification de qualité équivalente)

Dans le Military Standard 105-A, les colonnes de la table principale sont repérées par un code alphabétique et une table auxiliaire établit la relation entre ce code et les tailles de lots. On peut simplement considérer cette table auxiliaire comme une recommandation que l'utilisateur peut ignorer lorsqu'il a de bonnes raisons de le faire. Quand une taille invariable d'échantillon est exigée, il suffit de dire que l'échantillonnage sera effectué suivant la lettre K et un AQL de 1,5 % (ou toute autre combinaison) ou encore avec :

une taille d'échantillon  $n = 110$   
 et un niveau d'acceptation  $c = 4$ .

Naturellement la taille de l'échantillon que nous allons inspecter dépendra également d'autres facteurs tels que le coût du contrôle, la capacité du contrôle, etc.

En pratique la taille de l'échantillon ne devrait pas être fixée ne varier par une table. Le problème a été résolu en laissant à l'utilisateur le choix entre un certain nombre de degrés de contrôle. Une variation dans le degré de contrôle



correspond en gros à un déplacement de la classe de tailles dans les colonnes de la table. Le système Columbia a cinq degrés de contrôle, le Military Standard américain trois, le Standard militaire suédois, quatre. Dans toutes ces tables, les tailles d'échantillon correspondant au contrôle le plus sévère sont quatre à cinq fois supérieures à celles correspondant au contrôle le plus réduit.

Dans une annexe ultérieure [24] le Military Standard 105-A a ajouté huit autres degrés aux trois précédemment adoptés, pour les petits échantillons. Pour des lots de 3 200 à 8 000 unités, le plus réduit des onze degrés de contrôle prescrit un échantillon de taille  $n = 2$ , le plus renforcé  $n = 300$ . Ceci semble plutôt exagéré. Des situations critiques où l'on se contente d'échantillons de une à deux unités ne peuvent être traitées dans un standard général d'échantillonnage.

On peut se demander jusqu'où pousser les niveaux de contrôle. L'utilisateur attend d'un standard des règles précises qu'il lui suffit d'appliquer. Il peut se méfier d'un standard qui contienne un choix arbitraire du niveau de contrôle et n'explique pas comment faire ce choix. Dans le Military Standard 105-A, cette difficulté est exclue du fait que le degré de contrôle est déterminé par le gouvernement américain, mais ce n'est pas le cas dans les standards industriels.

D'autre part un standard d'échantillonnage ne peut tenir compte de tous les facteurs qui déterminent en définitive la taille de l'échantillon et à ce point de vue il peut être souhaitable que l'ajustement puisse se faire par le biais du niveau de contrôle.

Malheureusement nous manquons d'information sur l'étendue de l'utilisation des niveaux de contrôle. Le système Philips n'a qu'un niveau de contrôle et s'est révélé assez heureux en pratique. En gros, l'utilité des niveaux de contrôle mérite d'être discutée.

## II. 7 - Contrôle renforcé et contrôle réduit.

Les contrôles renforcés et réduits sont primitivement apparus dans le système Columbia et ont été introduits sous une forme ou une autre dans de nombreux plans d'échantillonnage.

Ces deux procédés considèrent le contrôle sur échantillon du seul point de vue du client. Le but du contrôle renforcé est de pénaliser le producteur pour sa qualité mauvaise ou douteuse sans augmenter les coûts de contrôle du client. Le but du contrôle réduit est de diminuer la taille de l'échantillon quand la qualité s'avère bonne ou très satisfaisante.

Deux problèmes se posent à ce sujet : quand faut-il passer de l'un à l'autre et comment changer le plan d'échantillonnage. Nous discuterons d'abord ce second problème.

### Contrôle renforcé.

Dans le système Columbia et dans le Military Standard américain 105-A le contrôle renforcé est obtenu en réduisant le nombre d'acceptation  $c$  et en maintenant la taille d'échantillon  $n$  constante.

Mais la table Columbia est beaucoup plus sévère ; dans le cas de la figure 9,  $c$  est ramené de 4 à 1, alors que dans le Standard 105-A la réduction n'est que de 4 à 3. Du fait que dans le système Columbia,  $P_{AQL}$  est fixée à 0,95, le contrôle renforcé réduit l'AQL dans le cas de la figure 4, dans le rapport 3 à 1. Le producteur peut à bon droit protester ; de son point de vue, il est peu équitable de

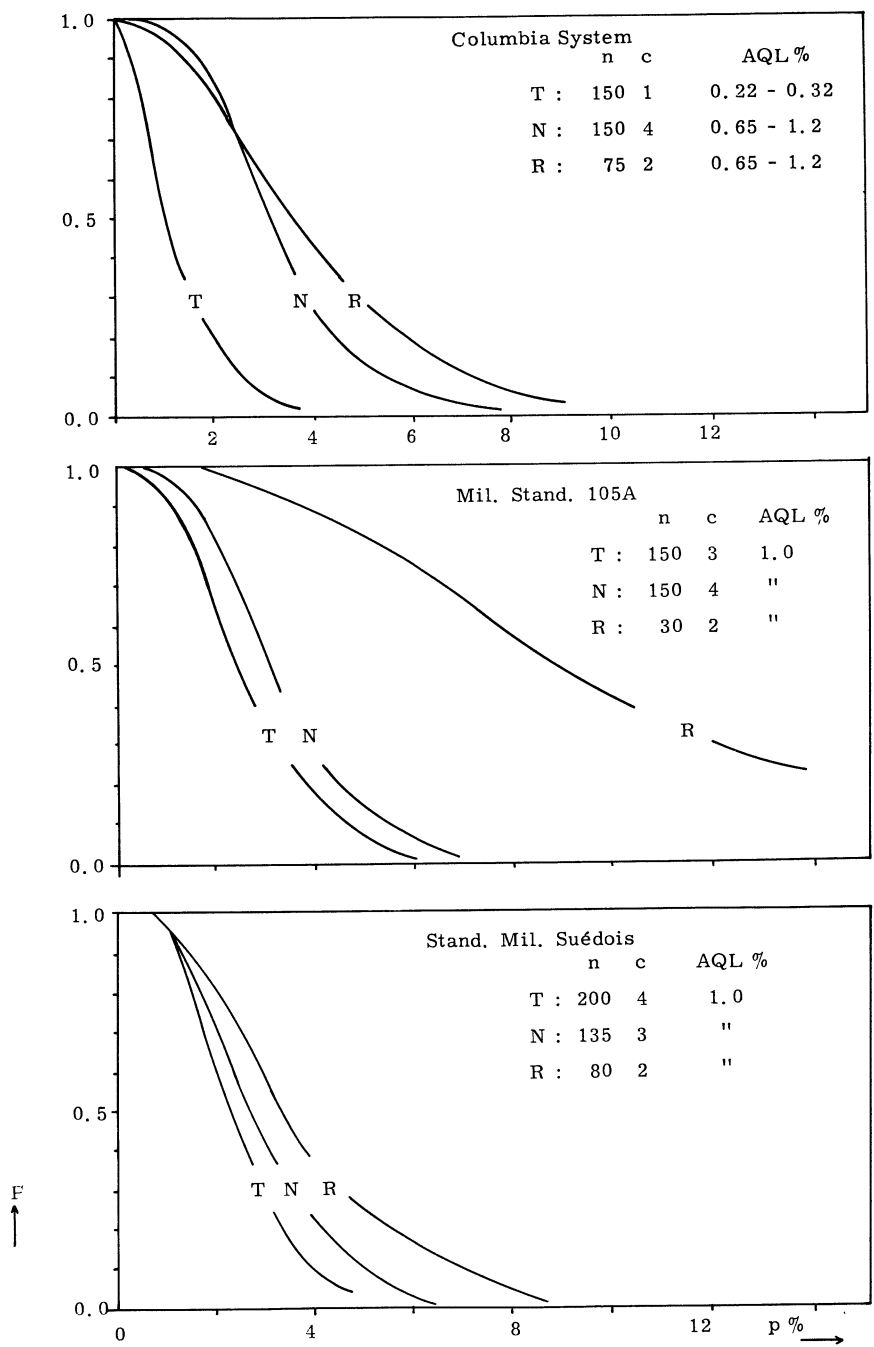


Figure 9 - Courbes d'efficacité suivant le type d'inspection  
 N = normale, T = Renforcée, R = Réduite

renforcer nos exigences de qualité alors qu'il a déjà du mal à satisfaire des spécifications primitives.

Ce problème ne se pose pas dans le Military Standard 105-A parce que  $P_{AQL}$  n'a pas de valeur fixée ; le nombre d'acceptation  $c$  diminue mais l'AQL demeure inchangé.

Une troisième méthode est celle du Standard militaire suédois où la taille de l'échantillon augmente tandis que  $P_{AQL}$  reste fixé à 0,95. Dans un article décrivant les caractéristiques de ce standard [19], O. L. Jonson écrit que "le coût additionnel dû au nombre accru de pièces contrôlées doit être discuté avec le fournisseur" mais cette précision n'a pas été portée dans le texte du Standard lui-même. Pour éviter toute confusion, il vaudrait mieux appeler le procédé suédois "contrôle accru" plutôt que "contrôle renforcé".

#### Contrôle réduit.

On observe des différences analogues avec le contrôle réduit. Le système Columbia et le Standard suédois maintiennent  $P_{AQL}$  à 0,95 et réduisent la taille de l'échantillon grosso modo dans le rapport de 2 à 1. Conséquence de cette modification, la probabilité d'acceptation diminue pour les lots de qualité supérieure à l'AQL et ici encore le fournisseur pourrait protester. La figure 4 montre que, malgré tout, la diminution est faible et que les conséquences n'en seront guère apparentes en pratiques.

Dans le Military Standard 105-A, la taille de l'échantillon diminue au cinquième de sa valeur et le nombre d'acceptation est simultanément réduit de façon que la probabilité d'acceptation augmente sur tout l'éventail des pourcentages de défauts. Comme la figure 9 le montre, le passage du contrôle normal au contrôle réduit est très prononcé.

#### Le passage au contrôle renforcé ou au contrôle réduit.

Les tables précédemment étudiées adoptent toutes trois les mêmes principes de base : le contrôle renforcé (ou réduit) est mis en œuvre lorsque la moyenne mobile du pourcentage de défauts  $\bar{p}$  est significativement supérieure (ou inférieure) à l'AQL prescrit. La table allemande AWF va même plus loin en liant la taille de l'échantillon à l'écart entre  $\bar{p}$  et l'AQL.

Ces méthodes ont leurs inconvénients. Elles obligent à tenir la comptabilité des moyennes mobiles ce qui n'est pas toujours commode. Le test de  $\bar{p} = AQL$  doit être fait au moyen de tables supplémentaires, ce qui complique les instructions. Les avis peuvent diverger sur le nombre de pièces échantillonnées à inclure dans le calcul de la moyenne. La moyenne mobile peut être longtemps affectée par la présence d'un seul lot très mauvais. Le Military Standard américain 105-A contient une clause dans ce cas spécifiant que le Gouvernement américain à la faculté d'exclure les échantillons mauvais du calcul de  $\bar{p}$  mais cela introduit à son tour une décision unilatérale qui est loin d'être satisfaisante.

Il nous semble que dans de nombreux cas la procédure pourrait être simplifiée ; un exemple a été cité en I, paragraphe 6, où la fréquence des lots rejetés est le critère décisif ; le contrôle renforcé est mis en œuvre lorsque plus de deux des cinq derniers échantillons présentent un nombre de défauts supérieur à la limite critique.

#### Commentaires généraux.

Du fait de l'utilisation générale des contrôles renforcé et réduit, dans la plupart des tables existantes, il semble qu'on puisse conclure à leur utilité pratique. Personnellement nous en doutons un peu.

L'application des contrôles renforcé et réduit introduit des changements dans le processus de contrôle qui peuvent gêner plutôt qu'améliorer, l'efficacité et le rythme d'un service de contrôle. Dans une conversation, le Docteur Riordan (1) reconnaissait que pour cette raison on n'applique pas souvent les contrôles renforcé et réduit et que les utilisations les plus fréquentes du Military Standard 105-A ne concernent guère que la table principale.

Il faut dire aussi que le contrôle renforcé ressemble beaucoup à une mesure de repréailles unilatérales dirigée contre le fournisseur. Si la moyenne  $\bar{p}$  ne satisfait pas à l'AQL, ce peut être parce que la spécification de qualité a été trop sévère. C'est une question à se poser et il ne faut appliquer le contrôle renforcé que lorsqu'on s'est suffisamment assuré que la mauvaise qualité provient de la défaillance du fournisseur. Dans d'autres cas, une élévation de l'AQL peut être un remède plus efficace.

Comme nous l'avons vu, il y a un manque d'uniformité aussi bien dans la nature que dans l'importance du seuil qui fait passer du contrôle normal au contrôle renforcé ou réduit. Il est difficile de dire quelle technique est la mieux adaptée. Nous pensons cependant que le contrôle renforcé et le contrôle réduit doivent être toujours des pratiques facultatives ; elles ne doivent jamais être obligatoires.

## II. 8 - Echantillonnage double et échantillonnage multiple.

Des règles d'échantillonnage variées fournissent des plans d'échantillonnage double et multiple pour remplacer l'échantillonnage simple lorsqu'il importe d'économiser le nombre des contrôles. Nous allons les discuter :

### Double échantillonnage.

Un double échantillonnage est caractérisé par :

$n_1$ ,  $n_2$  les tailles du premier et du second échantillon.

$c_1$  et  $c_2$  les nombres d'acceptation pour le premier échantillon et pour l'échantillon total,

$r_1$  et  $r_2$  les seuils de rejet pour le premier échantillon et pour l'échantillon total.

Comme on a toujours  $r_2 = c_2 + 1$  (II, 8, 1) cinq paramètres suffisent.

En général, on essaie d'associer la courbe d'efficacité d'un plan d'échantillonnage double de façon aussi précise que possible à celle du plan d'échantillonnage simple qu'il s'agit de remplacer. Ensuite il faut imposer certaines liaisons entre les cinq paramètres de façon à simplifier les instructions et à rendre tous les plans d'échantillonnage double conformes à un même modèle. Des relations du type suivant ont été utilisées :

$$n_2/n_1 = 2, \quad (\text{II, 8, 1})$$

la taille du second échantillon est double de celle du premier (II, 8, 2)

$$r_1 = r_2, \quad (\text{II, 8, 2}).$$

le seuil de rejet est le même pour le premier échantillon et pour l'échantillon total.

-----  
 (1) A la 30<sup>e</sup> session de l'Institut International de la Statistique à Bruxelles, en Septembre 1958, Le Docteur Riordan était directeur du contrôle qualité au Secrétariat de la Défense à Washington. C'est à son service que le Military Standard 105-A doit principalement sa mise au point.

$$n = \frac{2}{3} n_0 \quad , \quad (\text{II}, 8, 4)$$

la taille du premier échantillon est les deux tiers de celle de l'échantillon du plan d'échantillonnage simple correspondant.

Dans le Military Standard 105-A, ces trois règles ont été adoptées et  $c_1$  et  $c_2$  ont été ajustés de façon à donner la meilleure courbe d'efficacité. Comme Hamaker et Van Strik [20] l'ont fait remarquer, la relation (II, 8, 4) est fondamentalement erronée, elle conduit à des tailles d'échantillon trop importantes pour l'échantillonnage double qui ne peuvent se compenser que par le choix des critères d'acceptation. Les plans de double échantillonnage du Military Standard 105-A ne tirent pas le meilleur parti de l'information et pourraient être considérablement améliorés.

Hamaker et Van Strik ont mis au point des plans d'échantillonnage double plus efficaces sans utiliser la relation (II, 8, 4) mais en maintenant (II, 8, 1) avec ou sans (II, 8, 3). Ils n'ont pas été publiés mais dans le cas où (II, 8, 3) est vérifié, on les retrouve dans le système Philips.

Un pas supplémentaire a été fait dans cette direction dans le Standard militaire suédois. La condition (II, 8, 2) a été également abandonnée. Les critères d'acceptation, et de rejet et le rapport  $n_1/n_2$  ont été systématiquement modifiés, les caractéristiques essentielles pour 3 000 plans d'échantillonnage ont été calculées électroniquement. Dans cet ensemble immense, une partie a été choisie pour remplacer l'échantillonnage simple. Dans le tableau 4, nous comparons les instructions relatives au double échantillonnage dans les Standards militaires américains et suédois, correspondant au même plan d'échantillonnage simple.

Tableau 4

Comparaison de l'échantillonnage double dans le Standard américain 105-A et le Standard militaire suédois

Echantillonnage simple $n_0 = 110$ $c_0 = 6$							
Echantillonnage double							
Standard américain				Standard suédois			
n	$\Sigma n$	c	r	n	$\Sigma n$	c	r
75	75	4	9	45	45	1	6
150	225	8	9	95	140	7	8

L'efficacité plus grande du plan suédois est évidente pour les petits échantillons. Si les instructions données sont complètes, comme dans cette table, elles sont à peine plus compliquées dans le plan suédois et les conditions (II, 8, 2) et (II, 8, 3) ne semblent pas essentielles.

#### Echantillonnage multiple.

Dans l'échantillonnage multiple, le Standard suédois suit un plan différent comme le montre le tableau 5.

Le Military Standard américain prévoit une série d'échantillons de même taille. Il semble qu'on ait d'abord fixé cette taille et que les critères d'acceptation ou de refus aient été ensuite ajustés. En conséquence, ces critères présentent des variations quelque peu irrégulières.

Tableau 5

Echantillonnage simple :  $n = 110$   $c_0 = 6$ 

Echantillonnage multiple								
Military Standard 105-A				Standard suédois				
n	$\Sigma n$	Acceptat. c	Refus r	Acceptation			Refus	
				n	$\Sigma n$	c	n	r
30	30	0	4	30	30	0	< 12	3
30	60	2	5	18	48	1	13-30	4
30	90	3	8	18	66	2	31-48	5
30	120	4	9	18	84	3	49-66	6
30	150	6	10	18	102	4	67-84	7
30	180	8	12	18	120	5	85-102	8
30	210	11	12	18	138	6	103-120	9
				18	156	7	> 120	10
				18	174	8		
				18	192	9		

Dans le Standard militaire suédois, les critères sont donnés par la suite naturelle des premiers entiers et les tailles d'échantillon ont été ajustées aux critères. C'est pourquoi le premier échantillon est plus grand que les autres et la taille des échantillons diffère pour l'acceptation et le refus. Le modèle suédois suit de plus près l'échantillonnage progressif et est sans doute plus efficace que le modèle américain. Les instructions sont plus complexes et le nombre maximum de prélèvements est plus grand. Il est difficile d'affirmer si ce sont là de sérieux inconvénients.

Des plans d'échantillonnage multiple intermédiaires, analogues au Military Standard américain mais avec une variation plus régulière des critères ont été développés par Enters et Hamaker [15].

## II. 9 - Echelles.

Toutes les tables dont il est question dans le paragraphe 3 utilisent des échelles géométriques ou presque géométriques pour le paramètre de qualité, la taille du lot et celle de l'échantillon.

Ceci se comprend car chacune de ces quantités se caractérise mieux par ses variations relatives que par ses variations absolues.

Nous constatons quelques différences dans le choix de l'AQL et des classes de tailles de lots, mais cela n'est pas de grand intérêt.

Mais les tables diffèrent considérablement quant à l'éventail des échelles (voir tableau 6) et cela appelle quelques commentaires.

Dans le Military Standard américain 105-A, l'éventail de l'AQL monte jusqu'à 1 000 %. La table sert également dans le cas où il nous faut mesurer la qualité par le nombre des défauts pour 100 unités et non pas par le pourcentage des défauts. Un AQL de 1 000 % signifie qu'on accepte encore une moyenne de 1 000 défauts pour 100 produits. Cela conduit à des plans d'échantillonnage ou par exemple  $n = 15$  et  $c = 178$ . Dans un échantillon de 15 unités, on accepte jusqu'à 178 défauts. Ceci est totalement absurde et c'est avec raison que les autres tables ont restreint l'éventail du paramètre de qualité jusqu'à 10% et même moins.

Tableau 6

## Eventail des échelles utilisées dans les différentes tables

	Paramètre de qualité en %	Niveau maximum d'acceptation	Niveau maximum d'échantillon	Limite supérieure des tailles de lots
Military Standard américain 105-A	AQL : 0,015 - 1000,0	192	1 500	550 000
Système Columbia .....	AQL : 0,03 - 7,5	27	1 500	550 000
Système Philips .....	P 50 : 0,25 - 10,0	29	5 500	50 000
Système allemand AWF .....	AQL : 0,10 - 6,0	3	1 400	10 000
Standard militaire suédois .....	AQL : 0,03 - 10,0	24	6 600	100 000

Cet exemple soulève la question plus générale de l'étendue du domaine d'une table d'échantillonnage. A notre avis, il n'est pas utile de couvrir un champ trop considérable. Des produits que l'on fait contrôler par le pourcentage des défauts et des produits qui sont jugés d'après le nombre de défauts pour 100 unités sont totalement différents et devraient être considérés à part.

Un problème analogue est celui qui concerne des exigences de très haute qualité.

L'AQL minimum du Military Standard américain 105-A est de 0,015 %, ce qui correspond à 1 défaut sur 6 600 unités. Comme nous l'avons déjà souligné précédemment, on ne peut effectivement contrôler d'aussi petites proportions au moyen d'un échantillon de 300 unités comme le prévoit le Military Standard américain. Un échantillon de 3 000 unités serait plus adéquat mais dans de nombreux cas, prohibitif. La taille exacte d'un tel échantillon n'est fixée qu'après discussions et est toujours un compromis entre de nombreux intérêts opposés. Nous ne pensons pas qu'une table d'échantillonnage soit de grande valeur dans de telles situations critiques.

La plupart des tables d'échantillonnage ne descendent pas au-dessous de 0,25 ou 0,10 % pour l'AQL mais alors la valeur de la règle d'échantillonnage est quelque peu problématique.

Les nombres d'acceptation les plus élevés rencontrés dans les différentes tables ont été notés dans le tableau 4. Le maximum semble inutilement élevé dans le Military Standard américain, plutôt trop faible pour la table allemande AWF. Réduire  $c$  à un maximum de 20 ou de 30 comme dans les autres tables nous semble acceptable. Le maximum de 29 du système Philips se rapporte à la table de simple échantillonnage ; dans la pratique, le système Philips préconise de passer un double échantillonnage lorsque le nombre d'acceptation du simple échantillonnage dépasse 3.

Un autre problème est de savoir s'il y a lieu d'imposer une limite supérieure à la taille de l'échantillon. Comme le montre le tableau 4 les tables d'échantillonnages existantes donnent des tailles d'échantillons qui peuvent aller jusqu'à 1 500 et même 6 000. Des échantillons aussi importants sont certainement inconfortables et suscitent souvent des protestations.

De plus, il est à craindre que le soin apporté au contrôle ne se relâche lorsque le nombre des unités inspectées devient trop grand. D'autre part, de grandes tailles d'échantillons peuvent être nécessaires pour prévenir des exigences de qualité trop sévères. On peut les soutenir pour cette raison dans le cas

d'échantillonnage simple, mais elles doivent être accompagnées par des plans équivalents d'échantillonnage doubles et multiples.

Il peut être également recommandé de se prémunir contre des lots trop importants. Certaines tables vont jusqu'à des lots de 100 000 et plus ; il est extrêmement improbable que de tels lots soient homogènes et il est extrêmement difficile d'en prélever des échantillons vraiment aléatoires. Il serait plus efficace de les diviser en lots plus petits mais plus homogènes même si cela doit augmenter le nombre des contrôles.

## II. 10 - La présentation d'une table d'échantillonnage.

Un dernier problème est celui de la présentation d'une table d'échantillonnage. Une seule table à deux entrées, déterminant le plan d'échantillonnage en fonction de la taille du lot et de la spécification de qualité est très utile à de nombreux points de vue. C'est par exemple le cas du Military Standard américain et du système Philips. Le Military Standard américain contient des tables séparées pour les échantillonnages doubles et multiples ; dans le système Philips, on a combiné les échantillonnages simples et doubles sur la même table, l'échantillonnage double est prévu pour des lots de plus de 1 000 unités. Les tables sont accompagnées d'une série de graphiques donnant les courbes d'efficacité<sup>(1)</sup>.

Une autre présentation est utilisée dans le Standard suédois avec des pages différentes suivant l'AQL. On commence par choisir un AQL et l'on n'a plus ensuite qu'à se reporter aux instructions de la page correspondante.

Pour chaque AQL, la page contient une série de plans d'échantillonnage simple avec des tailles d'échantillons décroissantes. Chaque plan d'échantillonnage simple est accompagné par son plan équivalent, double ou multiple. Un graphique donnant les courbes d'efficacité, une table supplémentaire donnant les caractéristiques d'échantillonnage tels que le risque du producteur et celui du client et le nombre moyen d'unités inspectées, sont également fournis. Une table auxiliaire pour chaque AQL indique les plans d'échantillonnage à utiliser suivant le lot.

Ces deux présentations ont leur intérêt, il est difficile de dire quelle est la meilleure.

## II. 11 - Conclusion - La possibilité d'un standard international.

Un standard international d'échantillonnage serait sans aucun doute un document précieux. Un tel standard donnerait les instructions pour la mise au point et la mise en œuvre des méthodes d'échantillonnage. Ces instructions devraient être simples, pratiques et pouvoir être utilisées sans formation spécialisée ; d'autre part, elles devraient être en harmonie avec les théories d'échantillonnage et satisfaire les spécialistes de ce domaine.

Un standard international ne peut être qu'une série de recommandations et n'aura rempli son but que lorsqu'il sera largement accepté. De tous les standards d'échantillonnage existants, le Military Standard américain 105-A a été le plus utilisé mais il est difficile de savoir s'il le doit à ses propres mérites ou à l'autorité puissante du Ministère américain de la Défense. Comme nous l'avons dit, ce standard présente certains défauts très nets dont les plus importants sont :

1/ il est trop orienté sur le risque du client,

-----  
(1) Une nouvelle édition de la table Philips accompagnée de graphiques d'efficacité a été récemment mise au point, elle peut être envoyée sur demande. Elle sera publiée dans la deuxième édition allemande du livre de MM. Schaafsma et Willemze [13 B].



2/ l'utilisation d'un échantillon de taille constante pour une taille de lots donnée n'est pas satisfaisante,

3/ les plans d'échantillonnage doubles sont inefficaces,

4/ les instructions pour le passage au contrôle renforcé ou au contrôle réduit sont trop compliquées,

5/ l'AQL et les nombres d'acceptation maxima sont trop élevés,

6/ le passage du contrôle normal au contrôle renforcé est trop brutal.

Il aurait pu être facile de remédier à ces défauts mais si nous abandonnons le principe d'une taille d'échantillons constante, une révision complète est nécessaire.

Le système Philips a trouvé également une application assez large au moins en Europe Occidentale. La simplicité de la table et les instructions qui l'accompagnent sont particulièrement attrayantes. Peut être son défaut principal est-il l'utilisation de la qualité d'indifférence (appelée dans la table point de contrôle) comme paramètre de qualité. Bien que celui-ci soit très utile à ceux qui en ont l'habitude il n'est pas de signification aussi immédiate que le niveau de qualité requis (AQL). Egalement, la qualité indifférente suscite quelques difficultés au cours des contrôles renforcé et réduit.

Il ne serait pas du tout difficile cependant de construire un système analogue au système Philips où la spécification de qualité se ferait au moyen de l'AQL, la liaison entre AQL et plans d'échantillonnage étant plus précise que dans le Military Standard américain. Une telle table aurait de grandes chances de succès.

Les colonnes de la table pourraient se rapporter à différentes classes d'AQL et les lignes pourraient être indiquées par un code alphabétique. Chaque entrée de la table donnerait la taille de l'échantillon, le niveau d'acceptation ainsi que le risque à 10 % du client. Ceci, parce qu'on commence toujours par fixer un AQL et qu'ensuite on s'intéresse, soit à la taille d'échantillon, soit au degré de protection du client. Ces données jointes permettraient de faire un choix raisonnable.

Lorsque la taille des lots ne varie pas trop l'utilisation d'échantillons de taille constante est à recommander.

Dans le cas où l'on souhaiterait voir varier la taille des échantillons avec celle du lot, un code alphabétique pourrait associer les lettres de code aux classes de taille de lots ; des degrés de contrôle différents pourraient également figurer.

La table devrait être accompagnée de graphiques donnant les courbes d'efficacité.

Le premier pas vers la mise au point d'un standard international devrait commencer par l'établissement d'un standard d'échantillonnage simple, comme nous l'avons dit plus haut.

Ensuite la question se posera de savoir s'il y a lieu d'introduire et sous quelle forme, les contrôles renforcé et réduit. Dans le Military Standard américain, le contrôle renforcé est obtenu en déplaçant la valeur de l'AQL d'une colonne vers la gauche dans la table principale, tandis que le contrôle réduit nécessite une autre table. Il serait préférable d'avoir trois tables séparées dénommées contrôle NORMAL, RENFORCE et REDUIT. L'application du contrôle renforcé ou réduit devrait rester facultative ; certains conseils pourraient être

donnés sur le passage au contrôle renforcé ou réduit mais à cet égard on pourrait avantageusement laisser l'utilisateur libre de se fixer les règles convenant à son cas particulier.

On pourrait économiser un certain nombre de contrôles en remplaçant l'échantillonnage simple par l'échantillonnage double ou multiple qui possède approximativement la même courbe d'efficacité. Il ne serait pas trop difficile de préciser l'expression "approximativement la même". Lorsqu'on définit un plan d'échantillonnage simple on peut toujours définir le plan d'échantillonnage double ou multiple correspondant, il ne devrait pas y avoir de difficultés fondamentales. On peut également se demander s'il vaut mieux des tables séparées ou une table combinant les échantillonnages simples et doubles comme dans le système Philips.

Mais peut-être avant de s'engager dans l'une de ces directions y aurait-il lieu de se demander si la mise au point d'un autre système est réellement souhaitable et si cela n'augmenterait pas, au lieu de la diminuer, la confusion actuelle.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] - H. C. HAMAKER - Some basic principles of sampling inspection by attributes. *Applied Statistics*, Nov. 1958.
- [2] - H. C. HAMAKER - Attribute Sampling in Operation, exposé à la 31ème session de l'Institut International de Statistique - Bruxelles, Sept. 1958, et à la Conférence de l'Organisation Européenne pour le Contrôle de la Qualité, Essen, Sept. 1958.
- [3] - See E. L. GRANT - *Statistical Quality Control*, 2ème Edition, Mc Graw Hill, New-York 1952, 368-370.
- [4] - ASQC Standard A2 - 1957 - Definitions and symbols for Acceptance Sampling by Attributes. *Industrial Quality Control* 14, n° 5, Nov. 1957- 5-6.
- [5] - FREEMAN H. A. , Milton FRIEDMAN, and W. A. WALLIS - *Sampling Inspection* ; Mac Graw-Hill, New-York 1948.
- [6] - Military Standard 105-A. Sampling procedures and tables for inspection by attributes. U.S. Government Printing Office. Washington 25 D. C. , 1950 (Reproduit dans A. J. Duncan, *Quality Control and Industrial Statistics* , R. D. Irwin Inc. , Chicago, 1952).
- [7] - JONSON O. - Some Aspects of a Swedish Military System for Inspection by Attributes. Exposé présenté à la Conférence de l'Organisation Européenne pour le Contrôle de la Qualité, Essen, Sept. 1958.
- [8] - H. F. DODGE and H. G. ROMIG - *Sampling Inspection Tables*, Wiley and sons, New-York 1944 ; also *Bell System Technical Journal*, 8, 1928 , 613-631.
- [9] - DURLACH P. M. - La qualité des fournitures de produits ouvrés et d'accessoires dans une usine d'assemblage. Exposé présenté à la Conférence de l'Organisation Européenne pour le Contrôle de la Qualité, Essen Sept. 1958.
- [10] - G. HORSNELL - Economical Acceptance Sampling Schemes, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, Vol 120, part. II, 1957, 148-201.
- [11] - E. F. TAYLOR - Discovery Sampling by Attributes, *National Convention Transactions of the ASQC* 1957, 517-30.
- [12] - A) Bell-Kontroll Tabeller för enkel Provtagning. *Technical Communication Nr. 7 aV of "Sveriges Mekanförbund"*, Stockholm 1950.

- B) Provtagningssekonomiska Beräkningar, Technical Communication Nr 9V of "Sveriges Mekanförbund, Stockholm 1950.
- C) I. WEIBULL - A Method of Determining Inspection Plans on an Economic Basis, Bulletin of the International Statistical Institute Vol. XXXIII. Part V, 85-104, 1951.
- [13] -A) H. C. HAMAKER, J. J. M. TAUDIN CHABOT, and F. G. WILLEMZE - The practical application of sampling inspection plans and tables. Philips Technical Review 11, 362-370, 1950.
- B) A. H. SHAAF SMA and F. G. WILLEMZE - Modern Kwaliteitsbeleid. Philips Technical Library, 1954. En particulier Table I : The basic single Sampling Standard, et Table K : The table for practical use with single and double sampling.  
Cet ouvrage a été traduit en français et en allemand.
- [14] - G. WAGNER - Abnahme mit Stichproben. Composed at the request of the "Ausschusz für technische Statistik" of the "Ausschusz für wirtschaftliche Fertigung". 24 pages. Berlin, Frankfurt a. M. , 1954.
- [15] - Provtagningsstabeller för statistisk felantalls Kontroll. Kungl Armétygförvaltningen, Stockholm, 1959. 6 pages texte, 17 pages tables.
- [16] - VG 95083. Statistische Qualitätskontrolle für Attributprüfung. Bundesamt für Wehrtechnik und Beschaffung. November 1958.  
Blatt 1 : Zeichen und Formeln, 1 page ;  
" 2 : Prüfpläne für Stichprobenprüfungen, 15 pages ;  
" 3 : Operations-Charakteristiken, 28 pages.
- [17] - ASQC Standard A2 - 1957 - Definitions and Symbols for Acceptance Sampling by attributes. Industrial Quality Control 14, n° 5 ; Nov. 1957 - 5-6.
- [18] -A) H. F. DODGE - A method of rating manufactured products, Bell System Technical Journal, 1, April 1928 ; 350-368.
- B) D. A. HILL - Control of complicated product. Industrial Quality Control 8, n° 4, Jan. 1952 ; 18-22.
- C) P. A. ROBERT - Quality Control for complex assemblies. National Convention Transactions of the ASQC 1954 ; 155-171.
- D) P. STILLSON - A method for defect evaluation. Industrial Quality Control 11, July 1954 ; 9-11.
- E) H. F. DODGE and M. N. TORREY - Check inspection and demerit rating. Industrial Quality Control 13, n° 1, July 1956 ; 5-12.
- F) Stephen J. WILSON - A missiles seriousness and complexity vendor rating system. Industrial Quality Control, 14, n° 12 June 1958 ; 15.
- G) Richard M. JACOBS - Low cost multiple sampling. Industrial Quality Control 14, n° 10, April 1958 ; 11-13.
- [19] - Olof JONSON - Some aspects of a Swedish Military System for inspection by Attributes. Exposé présenté à la Conférence de l'Organisation Européenne pour le Contrôle de la Qualité, Essen, Sept. 1958.
- [20] - H. C. HAMAKER and R. VAN STRICK - The efficiency of double sampling for attributes. Journal of the American Statistical Association 50, 1955 ; 830-849.

- [21] J. H. ENTERS and H. C. HAMAKER - Multiple Sampling in Theory and Practice. Papers presented at a conference in Sheffield. Jointly edited by the Royal Statistical Society, London 1952.
- [22] - ROSSOW E. - Beitrag zur Vereinheitlichung von Stichprobenvorschriften. Qualitätskontrolle 1958, n° 3 ; 39-52.
- [23] - E. KETTMANN - A comparison of the leading sampling plans and a new German acceptance sampling system. Bulletin of the European Organization for Quality Control Nr. 3, August 1958, 47-74 et Revue de Statistique Appliquée 1959, Vol VII, n° 3, 5-26.
- [24] - Mil. Stand. 105-A. Appendix. Sampling for expensive testinf by attributes. April 1955 ; U. S. Government Printing Office, Washington D. C. 25.