

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

A. BAZIN

Un contrôle statistique dans les usines : un exemple concret d'application

Revue de statistique appliquée, tome 4, n° 4 (1956), p. 5-14

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1956__4_4_5_0

© Société française de statistique, 1956, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UN CONTRÔLE STATISTIQUE DANS LES USINES

Un exemple concret d'application ⁽¹⁾

par

A. BAZIN

*Chef du Contrôle et des Etudes Statistiques
Compagnie Française des Métaux - GIVET*

L'application des méthodes statistiques à l'étude et au contrôle des fabrications est un sujet trop vaste pour qu'on puisse prétendre le résumer en quelques paragraphes.

L'exposé, même sommaire, des principes de base et le rappel des notions indispensables de calcul des probabilités fourniraient à eux seuls, la matière à un article.

Il nous paraît préférable de choisir un exemple concret, et d'examiner à propos de ce dernier, les problèmes soulevés par les méthodes statistiques, en rappelant au fur et à mesure les notions théoriques nécessaires.

Nous avons choisi à dessein un exemple tout à fait général, et les solutions décrites peuvent être transposées sans difficultés à beaucoup d'autres fabrications.

EXPOSÉ DU PROBLÈME

Le problème posé était de réaliser des tubes spéciaux en laiton 1° titre écrouis et revenus, dont la dureté soit comprise entre 70 et 86 points Rockwell B.

La tenue de ces tolérances assez étroites était rendue délicate par le fait que la dureté dépend d'un grand nombre de facteurs :

- Teneurs en impuretés (surtout nickel et étain).
- Recuit avant la passe finale.
- Ecrouissage final.
- Traitement thermique de détente.

Tout ceci, joint à l'imprécision des mesures de dureté entraînait une dispersion des résultats qui rendait difficile la détermination des réglages corrects et risquait de provoquer des rebuts importants au contrôle final.

Il était tout indiqué de faire appel aux techniques statistiques.

1° Pour déterminer la dispersion exacte de la fabrication.

2° Pour contrôler les réglages adoptés et s'assurer de la tenue des tolérances.

(1) Extrait de la Revue "Cuivre, Laitons, Alliages" - n° 28, Nov.-Déc. 1955, avec l'autorisation des éditeurs.

SOLUTIONS ADOPTÉES

1. Dispersion de la fabrication (voir fig. 1).

Nous appellerons μ la moyenne arithmétique des n mesures de la série $x_1, x_2 \dots x_1 \dots x_n$, ce qui donne :

$$\mu = \frac{\sum x_i}{n}$$

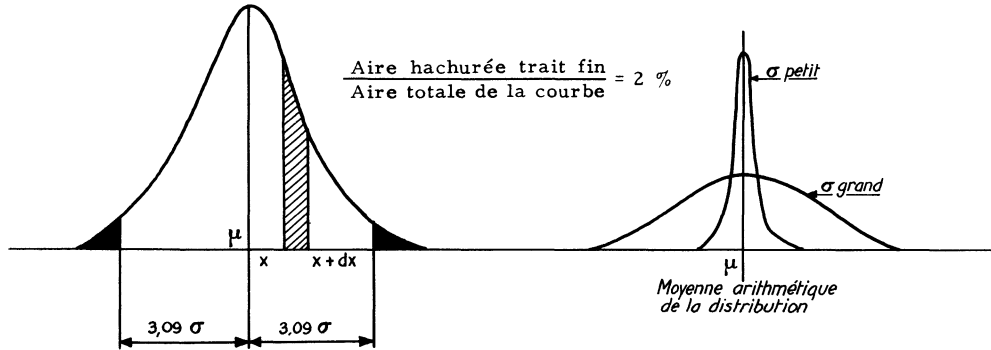


Fig. 1

Plus généralement, le pourcentage d'éléments de la distribution compris entre deux limites x et $x + dx$ est égal au rapport :

$$\frac{\text{aire comprise entre } x \text{ et } x + dx}{\text{aire totale de la courbe}}$$

Ces pourcentages sont donnés par les tables de la loi normale en fonction de :

$$t = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (\text{variable réduite})$$

Nous rappelons qu'on caractérise en général la dispersion d'un ensemble de mesures par l'écart-type .

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (\text{estimation biaisée})$$

$$\text{ou } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (\text{estimation sans biais})$$

Si les mesures en question se distribuent suivant une loi de Gauss, on doit trouver la quasi totalité de ces mesures (998 0/00) dans l'intervalle

$$\begin{aligned} \mu - 3.09 \sigma \\ \mu + 3.09 \sigma \end{aligned}$$

Tout le problème est donc :

a) De déterminer dans quelles conditions on peut trouver des mesures de dureté réparties suivant une loi de Gauss (distribution dite normale).

b) D'estimer l'écart-type de la distribution et de régler la moyenne de façon à obtenir un pourcentage donné d'éléments dans les tolérances fixées.

Le premier de ces deux points soulève la seule véritable difficulté du problème : l'analyse des causes. Il n'est pas si facile qu'on le croit d'isoler dans une fabrication métallurgique, un ensemble homogène; par exemple, deux charges de tubes recuites dans deux fours différents présentent des différences systématiques significatives, elles ne constituent pas un ensemble homogène du point de vue statistique.

De même, à l'intérieur d'une charge de recuit, deux séries de tubes étirés avec des outillages légèrement différents et ayant reçu de ce fait des écrouissements différents, présentent également des différences de dureté systématiques. Même faibles, ces différences sont significatives et ne permettent pas de traiter l'ensemble comme un tout homogène de moyenne unique où les écarts par rapport à la moyenne seraient dus uniquement au hasard et distribués suivant une loi de Gauss (fig. 2).

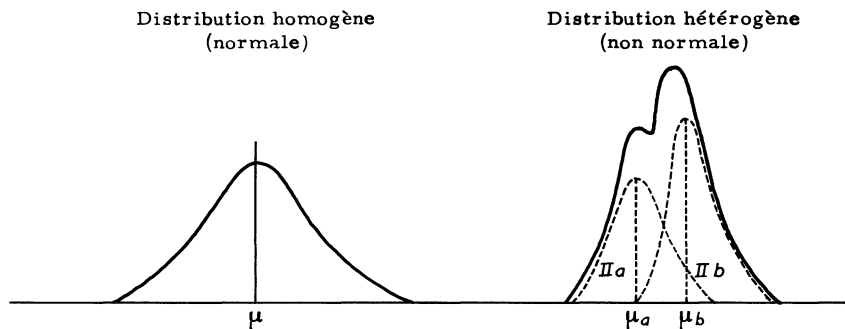


Fig.2

La distribution II (distribution bimodale) est visiblement un mélange des deux distributions normales IIa et IIb de moyennes différentes (différences significatives).

Une analyse de la variance, méthode d'étude maintenant classique, a mis en lumière ces résultats et nous a conduits en outre à la conclusion qu'un ensemble de tubes étirés avec le même outillage à la passe finale pouvait être considéré comme un ensemble homogène, distribué normalement et d'écart-type :

$$\sigma = 2.0 \text{ points Rockwell B.}$$

(L'usure de l'outillage s'est révélée négligeable dans les conditions de travail).

MÉTHODES DE CONTROLE UTILISÉES

A - En cours de fabrication.

La conclusion ci-dessus entraînait automatiquement que le contrôle devait porter sur des lots de tubes finis étirés avec le même outillage, donc qu'il fallait effectuer au minimum, un prélèvement de contrôle après chaque changement d'outillage, sur le banc finisseur.

A ce stade, se posent les deux questions classiques :

- Combien de tubes faut-il prélever ?
- Comment utiliser les mesures faites pour juger de la valeur du réglage ?

La réponse précise à ces questions a été donnée et exposée en détail dans le remarquable ouvrage de M. Cavé (1) où le lecteur désireux d'approfondir la question, trouvera toute l'information désirable.

Pour la résumer, nous dirons simplement que les abaques contenus dans l'ouvrage en question permettent de déterminer très rapidement les limites entre lesquelles doit se tenir la moyenne \bar{x} des mesures de dureté faites sur les n tubes

(1) "Le Contrôle Statistique des Fabrications", par M. R. Cavé. Editions Eyrolles.

prélevés. Ces "limites de contrôle" de la moyenne \bar{x} , sont calculées en retranchant aux bornes de l'intervalle de tolérance, une quantité

$$h = T\sigma$$

T et n sont déterminés de façon à avoir une probabilité donnée choisie d'avance :

- 1) de refuser le réglage lorsqu'il y a plus d'un pourcentage p_2 d'éléments hors tolérance;
- 2) d'accepter le réglage lorsqu'il y a moins d'un pourcentage donné p_1 d'éléments hors tolérances.

(En pratique n est de l'ordre de 5 à 10 tubes).

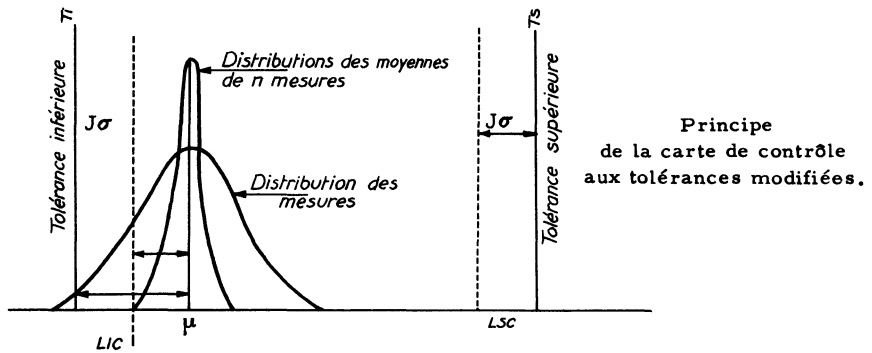


Fig. 3

Limites de contrôle de la moyenne de N mesures.

Si des mesures sont distribuées autour d'une moyenne μ avec un écart-type σ , les moyennes de n éléments prélevés au hasard dans cet ensemble de mesures, se distribueront autour de la même moyenne μ mais avec un écart type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Les tolérances étant T_i et T_s , si l'on veut avoir moins de p % éléments hors tolérances, il faudra choisir dans la table de la loi normale, une valeur convenable de :

$$t = \frac{T_s - \mu}{\sigma}$$

ce qui fixe les moyennes limites théoriques :

$$\begin{aligned} &= \mu_i = T_i + t\sigma \\ &= \mu_s = T_s - t\sigma \end{aligned}$$

et

Les moyennes d'échantillons de mesures se dispersant autour de μ , suivant une loi normale d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, les limites de contrôle pour ces moyennes seront :

$$LIC = T_i + t\sigma - \frac{t'\sigma}{\sqrt{n}} = T_i + T\sigma$$

$$LSC = T_s - t\sigma + \frac{t'\sigma}{\sqrt{n}} = T_s - T\sigma$$

en posant

$$\left(t - \frac{t'}{\sqrt{n}}\right) = T.$$

t et t' sont choisis en fonction de la sécurité nécessaire pour le contrôle dans la table de la loi normale réduite.

Le fait de relier les limites de contrôle aux tolérances, est particulièrement avantageux, car on ne considère ainsi comme dérèglages, que les écarts systématiques assez importants pour compromettre la tenue des tolérances.

La carte de contrôle classique oblige au contraire à considérer comme dérèglage, tout écart systématique par rapport à la moyenne visée, ce qui est inutilement coûteux.

Dans le cas présent, la méthode classique était même inapplicable du fait des écarts systématiques dûs au recuit et au changement d'outillage, écarts faibles mais néanmoins significatifs (fig. 4).

La figure 5 montre une carte de contrôle réalisée suivant les principes exposés par M. Cavé (Limites de contrôle en traits pleins).

Nous avons porté en pointillé les limites de contrôle calculées par la méthode classique. Cette comparaison fait apparaître la souplesse de la méthode utilisée et sa supériorité sur la méthode classique.

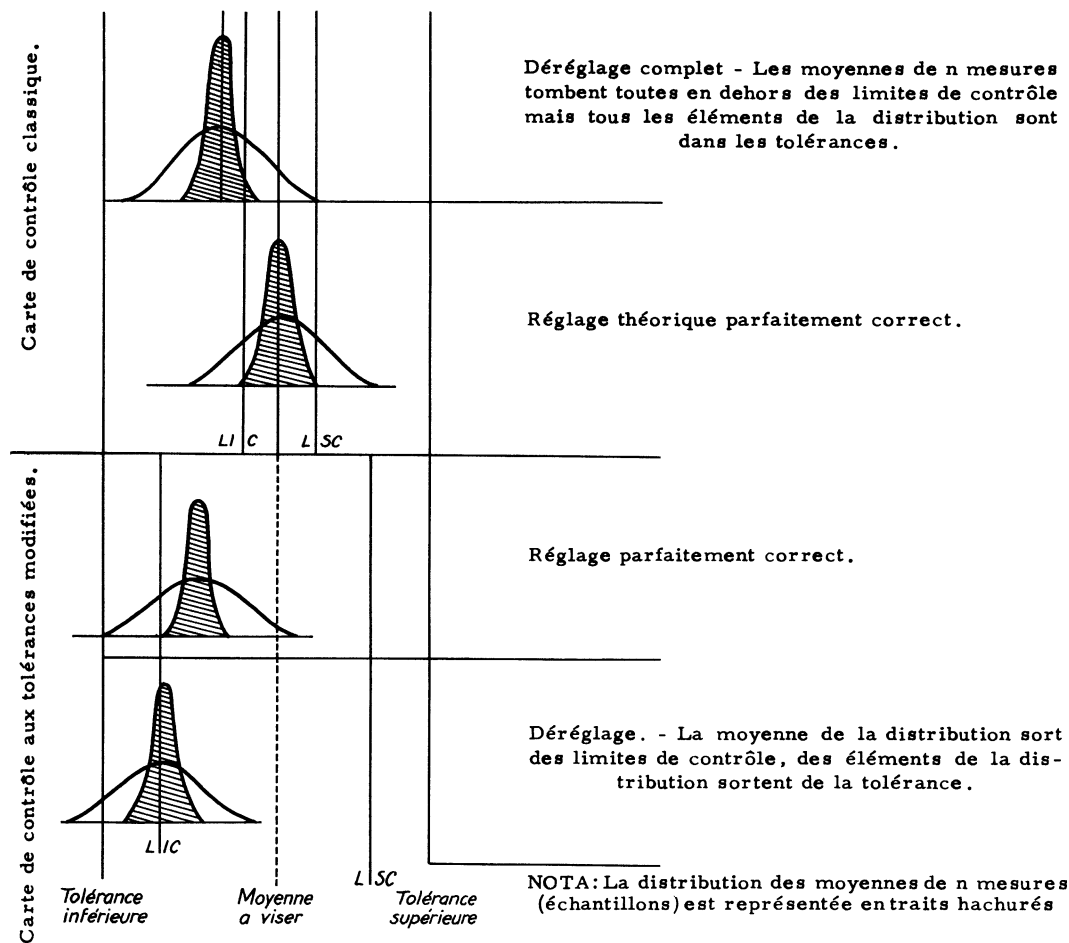


Fig. 4

Comparaison de la carte de contrôle classique et de la carte de contrôle aux tolérances modifiées

Par ailleurs, la méthode employée, supposant la constance de l'écart-type σ , on contrôle en même temps que la moyenne, l'amplitude (1) de l'échantillon qui permet de s'assurer de l'invariabilité de la dispersion (voir fig. 4).

B - Contrôle final.

Le contrôle ci-dessus constitue une vérification des réglages, destinée à éviter la production d'éléments défectueux.

(1) On appelle amplitude d'un échantillon de n mesures x_1, x_2, \dots, x_n , la différence entre la plus grande et la plus petite mesure de l'échantillon.

$$W = x_{\text{maxi}} - x_{\text{mini}}$$

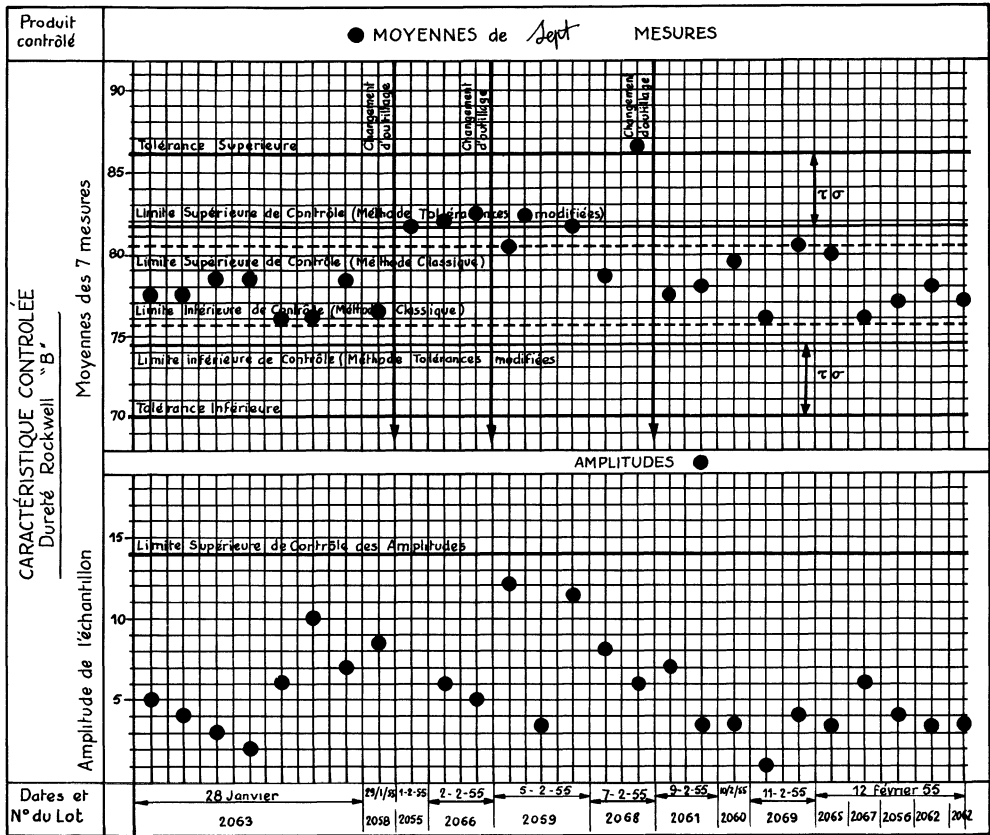


Fig. 5

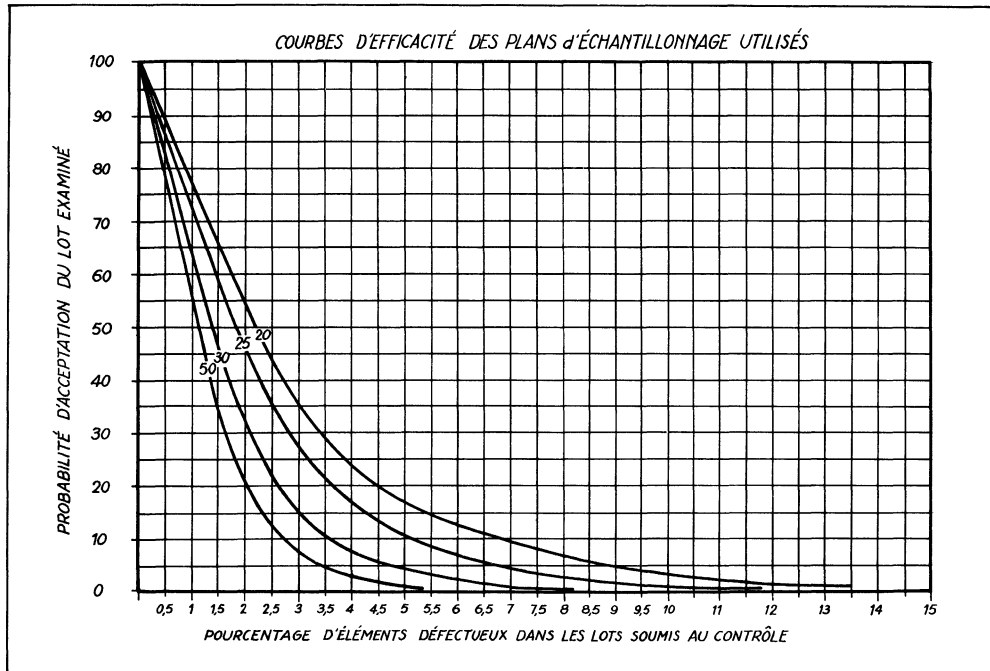


Fig. 6

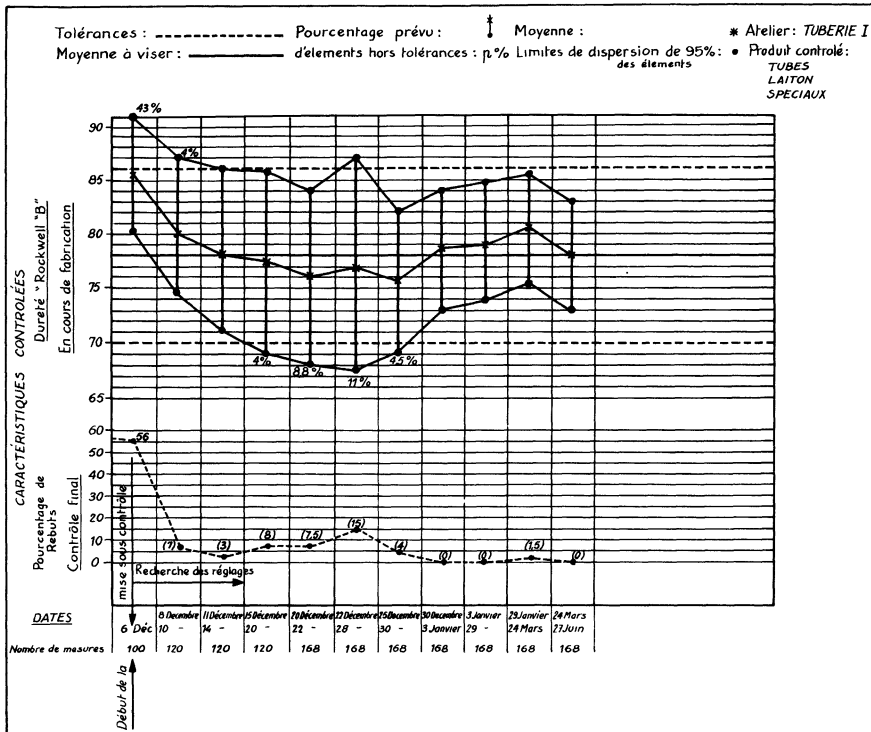


Fig. 7

On constate sur le graphique ci-contre :
 1° l'amélioration du centrage de la fabrication (après quelques tâtonnements) ;
 2° une augmentation de la dispersion totale (conséquence des tâtonnements ci-dessus) entre le 11 décembre et le 28 décembre suivie d'une réduction progressive de la dispersion (conséquence de la mise sous contrôle et des progrès réalisés). Parallèlement les rebuts au contrôle vont en diminuant.

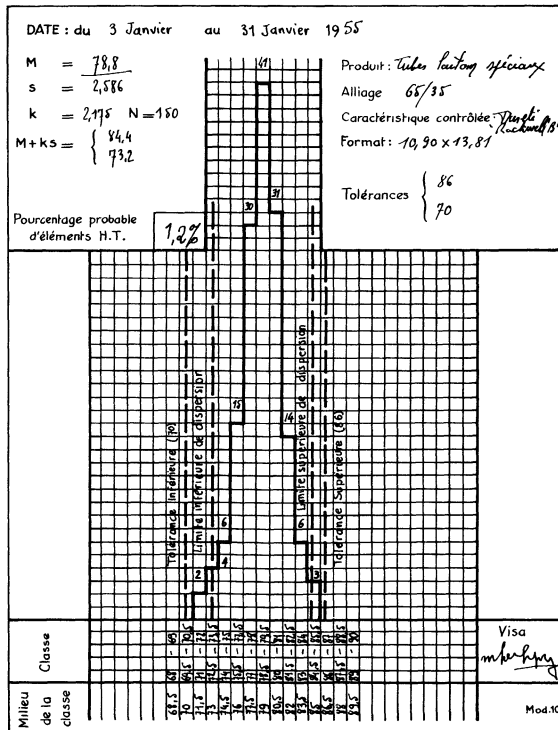


Fig. 7 bis

Il est fait sur tubes écrouis et le revenu final à basse température ne modifiant (théoriquement) pas la dureté, les résultats obtenus en cours de fabrication, restent valables en principe. On pourrait presque accepter sans contrôle final, les tubes déjà contrôlés par la méthode ci-dessus.

Néanmoins, pour parer aux accidents toujours possibles et se garantir contre d'éventuelles réclamations, il a été jugé nécessaire de superposer au contrôle précédent très économique mais donnant un volume d'informations trop limité, un contrôle final à grande efficacité, plus coûteux évidemment.

Le principal accident à redouter étant une erreur dans le traitement de détente, on contrôle séparément chaque lot de tubes revenus.

On prélève un échantillon de n tubes sur chaque lot (de 20 à 50 tubes pour des lots de 200 à 800 tubes). Ces n tubes constituent l'échantillon extrait du lot contrôlé.

On mesure la dureté de chacun des n tubes et on calcule :

- la moyenne arithmétique m
- l'écart-type s

de cette série de n mesures.

On estime également à l'aide d'abaques (1), le pourcentage possible d'éléments défectueux dans l'échantillon.

Critère d'acceptation du lot :

On calcule les quantités : $m + ks$ et $m - ks$, k étant un coefficient numérique déterminé à l'avance en fonction du niveau de qualité désiré et de n (lui-même choisi en fonction de l'efficacité désirée pour le contrôle).

On refuse le lot si l'une quelconque des quantités $m + ks$, $m - ks$ est extérieure à l'intervalle de tolérance à respecter (70 à 80 Rockwell B) (2).

A titre d'exemple, nous donnons (figure 6) les courbes d'efficacité des plans d'échantillonnage utilisés.

Ces courbes montrent que des lots comportant plus de 5 % d'éléments défectueux ont :

- moins de 15 chances sur 100 d'être acceptés si $n = 20$
- moins de 10 chances sur 100 d'être acceptés si $n = 25$
- moins de 4 chances sur 100 d'être acceptés si $n = 35$
- moins de 1 chance sur 100 d'être acceptés si $n = 50$.

De tels plans constituent donc une garantie très acceptable pour le client : avec des frais très acceptables également pour le fournisseur.

Il est intéressant de comparer cette méthode de contrôle avec la méthode préconisée par le Cahier des Charges imposé. Le tableau (1) ci-contre donne pour chaque méthode les probabilités d'acceptation de lots contenant des pourcentages d'éléments défectueux.

On voit tout de suite que la méthode statistique est (à égalité d'éléments prélevés) 5 à 20 fois plus efficace que la méthode imposée par le Cahier des Charges considéré.

(1) Déduites de considérations théoriques sur la loi normale et sur l'incertitude des estimations de n et de s .

(2) La théorie complète de cette méthode et les plans d'échantillonnage à utiliser sont donnés dans l'ouvrage de Bowker et Goode "Sampling Inspection by Variables". Editions Mc Graw Hill Book Co (New-York-Londres).

La partie inférieure du tableau met en évidence les chances de refus injustifiées de lots contenant des pourcentages dérisoires d'éléments hors tolérances.

Si l'on ajoute le fait que le nombre d'éléments à prélever d'après le Cahier des Charges (1 % du lot) est en général 10 fois plus faible que celui requis par la méthode statistique, on arrive à la conclusion que l'efficacité du Contrôle classique est quasiment nulle.

Un lot de 500 tubes contenant 5 % d'éléments hors tolérances aura quelques chances sur cent d'être refusé par la méthode statistique exposée ci-dessus : ($n = 50$ $k = 2,288$). Pour avoir la même probabilité de refus avec la méthode du Cahier des Charges ($n = 5$), il faudrait qu'il contienne au moins 60 % d'éléments hors tolérances.

Ces chiffres sont indiscutables, et devraient à notre avis, être pris en considération pour la réforme des Cahiers des Charges classiques.

SYNTHÈSE DES RÉSULTATS DU CONTRÔLE

Une des principales fonctions du contrôle étant de renseigner, les mesures faites sont systématiquement enregistrées et groupées sur histogrammes destinées à la Direction.

Périodiquement on arrête les histogrammes (en pratique toutes les 300 mesures) et on compare la distribution obtenue avec les tolérances imposées, qu'on trace sur le diagramme. On calcule la moyenne et l'écart-type de la distribution, ainsi que les limites de dispersion de 75 % des éléments contrôlés. Cette limite de dispersion est également tracée. On calcule également pour contrôle, le pourcentage probable d'éléments hors tolérances, mais restant pratiquement au voisinage immédiat de ces dernières (1) et on s'assure qu'il reste inférieur ou égal à celui prévu par le plan de contrôle (de 0,9 à 1,5 %) voir figure 7 bis.

TABLEAU COMPARATIF DE L'EFFICACITE DES METHODES DE CONTRÔLE

	Méthode statistique	Méthode du Cahier des Charges
Nombre de tubes prélevés	20	20
Critère d'acceptation	($m+ks$) et ($m-ks$) intérieurs à l'intervalle de tolérance	Pas de tube hors tolérance dans l'échantillon de 20 tubes
Pourcentage d'éléments défectueux dans le lot contrôlé.	Probabilité d'acceptation	Probabilité d'acceptation
9 %	4 %	20 %
12 %	1,5 %	10 %
18 %	0,5 %	5 %
22 %	0,05 %	1 %
	Probabilité de refus	Probabilité de refus
0,8 %	13 %	20 %
0,5 %	7 %	10 %
0,1 %	1 %	5 %
0,02 %	< 0,01 %	1 %

(1) Il peut paraître étonnant qu'on admette comme une chose normale un pourcentage d'éléments hors tolérances, mais c'est un fait inéluctable.

On pointe également sur un graphique les valeurs calculées sur chaque histogramme de façon à pouvoir suivre l'évolution dans le temps de la fabrication, de sa tendance moyenne et de sa dispersion.

La figure 7 montre sur un tel graphique l'amélioration consécutive à la mise sous contrôle de la fabrication en question. La dureté moyenne visée est mieux tenue et la dispersion en diminution. Ces phénomènes ont été constatés régulièrement après chaque mise sous contrôle, quelle que soit la caractéristique contrôlée.

L'amélioration de la qualité se chiffre par la diminution du pourcentage d'éléments hors tolérances (de 56 % à moins de 1 %).

L'économie entraînée par la diminution des rebuts s'en déduit sans peine.

CONCLUSIONS

Cet exemple très limité en lui-même, d'une mise sous contrôle statistique, nous a paru néanmoins propre à mettre en relief les points suivants :

1° Il est indispensable d'étudier en détail les conditions techniques d'une fabrication, avant de passer à la mise sous contrôle. Presque toutes les difficultés rencontrées dans le domaine du contrôle statistique viennent d'une étude insuffisante des causes de variabilité de la fabrication.

Pour ces études, les méthodes statistiques possèdent un arsenal de tests, de méthode d'analyse (corrélations, analyse de la variante, etc..) qui permettent seuls de mener à bien efficacement des travaux de ce genre. Il est bon d'être pleinement au courant de ces méthodes.

2° Le choix du moment du contrôle du lotissement des produits, de l'effectif des lots et du volume du contrôle (nombres d'éléments à prélever) doit se faire en fonction des possibilités techniques de la fabrication. Une liaison très étroite entre le Technicien du contrôle et celui de la Fabrication est indispensable.

3° L'efficacité des méthodes de contrôle non statistiques est pratiquement nulle.

Tout contrôle partiel non-exploité par les méthodes statistiques est illusoire.

Si on ne fait pas de contrôle total, il faut faire du contrôle statistique et y mettre le prix ou ne pas faire de contrôle du tout, ce qui est évidemment très économique mais assez dangereux.

Ce genre d'économie risque de coûter assez cher.

4° En conclusion le succès des méthodes statistiques vient de ce qu'elles permettent de faire la part du hasard et de distinguer les variations significatives de celles qui ne le sont pas. Elles ne sont pas un remède infaillible et quasi-miraculeux à tous les problèmes. Elles constituent simplement une méthode de pensée et de travail mieux adaptée à la réalité industrielle que les méthodes classiques d'algèbre et d'analyse purement cartésiennes.

Le caractère aléatoire de beaucoup de variables impliquées dans les problèmes industriels et scientifiques rend indispensable le recours au calcul des probabilités. Il est donc normal qu'une application (prudente) de ses principes conduise à des résultats satisfaisants.