REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

G. PILÉ

Étude des délais d'attente des aéronefs à l'atterrissage

Revue de statistique appliquée, tome 3, nº 3 (1955), p. 73-84
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1955__3_3_73_0>

ÉTUDE DES DÉLAIS D'ATTENTE DES AÉRONEFS A L'ATTERRISSAGE

par

G. PILÉ

Ancien Elève de l'Ecole Polytechnique
Chef du Service des Statistiques à la Direction des Transports Aériens

On sait donner une expression mathématique précise et générale à la théorie de l'attente, en introduisant les fonctions caractéristiques. En fait les applications de cette théorie se heurtent à de grandes difficultés de calcul.

L'exposé suivant se rapporte à l'un des cas où des hypothèses suffisamment simplificatrices peuvent être admises pour permettre de traiter complètement le problème posé, par les moyens élémentaires de l'analyse. Reprenant des travaux antérieurs effectués par des statisticiens anglo-saxons sur les délais d'attente des aéronefs à l'atterrissage, il reproduit un exposé récent de M. Gérard Pile au Séminaire de recherche opérationnelle.

Ingénieur de la statistique, chef du Bureau « Statistiques » du Secrétariat Général à l'Aviation Civile et chargé du cours de calcul des probabilités à l'Ecole Nationale de l'Aviation Civile, l'auteur a donc été incité, pour des raisons diverses à se pencher sur ce problème.

L'exposé ci-dessous traite de l'application de la théorie de l'attente à un exemple concret :

La régularisation des atterrissages sur un aérodrome.

Il reprend une étude plus ancienne d'un mathématicien australien, M. PEARCY, attaché au Comité de la recherche scientifique de Sydney, étude qui a été publiée dans le n° de Décembre 1948 du "Journal of the Royal Aeronautical Society".

Le problème tel qu'il se pose en matière d'exploitation aérienne est le suivant:

Des nécessités de sécurité conduisent, sur les aérodromes, à régulariser les intervalles entre les atterrissages successifs de telle sorte qu'ils ne puissent descendre en-dessous d'un temps minimum dit "intervalle minimum de sécurité".

Un avion entrant dans la zone du controle local d'un aérodrome est empêché d'engager sa procédure d'atterrissage, si l'intervalle de temps la séparant de l'arrivée précédente est inférieure à (a).

Le problème est alors d'étudier les répercussions de ce contrôle sur l'exploitation aérienne. (Formation de chaines d'attente, durée d'attente des avions, etc...).

La schématisation mathématique de ce problème est la suivante :

On considère un trafic aléatoire de points à densité constante, contrôlée en un point fixe pour éliminer les intervalles inférieurs à un minimum donné, de telle sorte que le flux "au hasard" de ces points voit transformer certaines de ses séquences en un flux "ordonné".

On voit ainsi que ce problème n'est pas spécifiquement un problème propre à l'exploitation aérienne, mais qu'il se pose en termes analogues lorsque l'on veut étudier l'encombrement d'un guichet, l'encombrement de certains points d'une voie où l'écoulement possible du trafic est fortement réduit (1), l'encombrement d'une ligne téléphonique, d'un comptoir de vente, etc ...

(1) Par exemple : canalisation de véhicules automobiles sur une file s'écoulant à une vitesse faible (traversées de certaines agglomérations par une voie à grande circulation, franchissement d'un pont étroit - travaux, etc ...).

La caractéristique fondamentale du problème actuel est l'hypothèse d'une durée constante de l'opération élémentaire (dans le cas présent : l'intervalle de temps entre le moment où l'avion est autorisé à atterrir et celui ou il libère la piste), alors que dans d'autres cas (communications téléphoniques par exemple) une telle hypothèse ne peut être retenue.

Nous indiquerons en fin d'analyse les réserves qu'il y a lieu de faire à ce sujet, admettant provisoirement que a est un paramètre de valeur fixe au cours de la période de temps considérée dans les calculs.

Examinons dès maintenant ce que valent les autres hypothèses faites.

Il est difficile à priori d'accepter l'idée d'arrivées au hasard puisque les mouvements des appareils commerciaux s'effectuent dans le cadre d'horaires que l'on s'efforce de respecter, mais (heureusement pour la théorie) les avions n'arrivent pas à l'heure prévue ; une analyse plus poussée montre que la différence entre les instants prévu et réel d'arrivée est d'un ordre de grandeur comparable à l'intervalle moyen de séparation des avions. Il s'ensuit, et les vérifications que nous avons effectuées à ORLY confirment suffisamment cette hypothèse (1) que si l'on considère une période d'observation où la densité moyenne du trafic varie peu les arrivées d'avions semblent être distribuées au hasard, c'est-à-dire conformément au processus de POISSON.

Il va de soi qu'aucun aérodrome ne peut assurer un trafic dont l'intervalle moyen d'arrivée serait inférieur à l'intervalle minimum de sécurité. En prenant pour unité de temps le premier et en désignant par a le second, on peut admettre que a est un paramètre variable compris entre 0 et 1. Pour un aérodrome donné, a varie fortement suivant l'heure de la journée, le jour, la saison, ... mais cette circonstance ne constitue pas une gêne sérieuse, les délais d'attente que peuvent subir en pratique les avions en raison de l'encombrement des pistes sont très rarement supérieurs à la demi-heure, temps au cours duquel la densité-moyenne des arrivées varie peu. En outre, l'étude des retards à l'atterrissage n'offre pratiquement d'intérêt que si elle s'applique aux périodes de pointe du trafic au cours desquelles on peut admettre une densité constante des arrivées d'avions.

ÉTUDE DE LA CONSTITUTION DE CHAINES D'AVIONS

Prenons pour **origine l'instant d'arrivée d'un avion non retardé et soient:**

$$t_1, \; t_1 + t_2, \; t_1 + t_2 + t_3, \; \dots$$

les instants d'arrivée des avions suivants.

- La probabilité pour que l'avion (0) ne soit pas suivi d'un avion à retarder est la probabilité correspondant à la condition $t_1 > a$. On à donc :

$$\text{Probabilité d'un avion isolé } P_1 = \int_a^{+\infty} e^{-t_1} \, dt_1 = e^{-a}$$

- Pour calculer la probabilité d'un groupe de deux avions, c'est-à-dire d'un avion non retardé (0) suivi d'un avion à retarder (1), on doit considérer des limites d'intégration :

$$\begin{cases} t_1 < a \\ t_1 + t_2 > 2\,a \end{cases} \qquad \text{inégalité équivalente à } t_2 > 2\,a - t_1$$

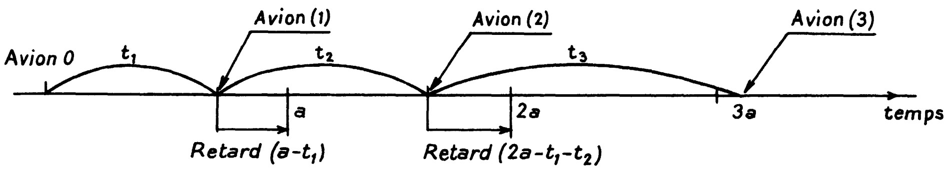
d'où (Prob. chaine de 2 avions) =

$$P_2 = \int_0^a \int_{2a-t_1}^{+\infty} e^{-t_1} \; e^{-t_2} \, dt_1 \, dt_2$$

$$P_2 = \int_0^a e^{-t_1} \; e^{-(2a-t_1)} \, dt_1 = e^{-2a} \int_0^a dt_1 = a \; e^{-2a}$$

(1) Des observations effectuées à Londres par des staticiens anglais aboutissent aux mêmes conclusions.

- Schéma d'une "chaine de trois avions" (2 avions retardés).



Les conditions correspondant à une telle chaine sont :

$$t_1 < a$$

$$t_1 + t_2 < 2a, \text{ où } t_2 < 2a - t_1$$

$$t_1 + t_2 + t_3 > 3a, \text{ où } t_3 > 3a - t_1 - t_2$$

La probabilité associée à ces conditions s'écrit donc :

$$P_3 = \int_0^a \int_0^{2a-t_1} \int_{3a-t_1-t_2}^{+\infty} e^{-t_1} e^{-t_2} e^{-t_3} dt_1 \, dt_2 \, dt_3$$

$$P_3 = e^{-3a} \int_0^a \int_0^{2a-t_1} dt_1 \, dt_2 = e^{-3a} \int_0^a (2a - t_1) \, dt_1 = e^{-3a} (2a^2 - \frac{a^2}{2})$$

$$P_3 = e^{-3a} \frac{3 a^2}{2}$$

On peut par cette méthode développer les calculs jusqu'à P_4 et P_5, mais ils deviennent extrêmement pénibles au-delà.

Pour faire apparaitre la loi de formation de P_n, on constate que P_n est de la forme :

$P_n = K(n) \, a^{n-1} e^{-na}$ (où K (n) est un coefficient dépendant de n seul).

Comme l'on doit avoir par ailleurs :

$$\sum P_n = \sum K(n) \, a^{n-1} a^{-na} = 1$$

cette dernière identité suffit à déterminer K (n).

On peut procéder par identification à partir du développement en série :

$$a^{n-1} e^{-na} = a^{n-1} - n \, a^n + \frac{n^2}{2} a^{n+1} + \dots + \frac{n^P}{P} (-1)^P a^{P+1} + \dots$$

mais les calculs deviennent rapidement inextricables.

Il est préférable de poser : $a \, e^{-a} = u$, relation définissant implicitement une fonction a (u) dont le développement en série est précisément :

$$a(u) = \sum_1^n K(n) \, u^n$$

(on s'en assure en multipliant les deux membres de (1) par a). Il en résulte que l'on a :

$$n \, ! \, K(n) = \left(\frac{d^n a}{d \, u^n} \right)_0$$

Pour calculer $\left(\frac{d^n a}{du^n} \right)_{n=0}$ on peut écrire :

$$a = U e^a$$

en dérivant n fois par rapport à U les deux membres et en faisant u = 0, on trouve :

$$\left(\frac{d^n a}{du^n}\right)_{u=0} = n \frac{d^{n-1}}{du^{n-1}} (e^a)_{u=0} \ (*) \tag{2}$$

Or, on peut démontrer que :

$$\left(\frac{d^n (e^a)}{d u^n}\right)_{u=0} = (n+1)^{n-1}$$

Il en résulte que :

$$K(n) = \frac{n^{n-1}}{n!}$$

et finalement :

$$\boxed{p = \frac{n^{n-1}}{n!} a^{n-1} e^{-na}}$$

Pour les grandes valeurs de n, on peut écrire en utilisant la formule de Stirling :

$$P_n = \frac{e^n \,|a^{n-1} e^{-na}}{a\sqrt{2\pi n}} \sim \frac{\exp n \,[1 - a + \log a]}{na \sqrt{2\pi n}} \left[1 - \frac{1}{12\,n}\right]$$

On peut encore simplifier cette formule en remarquant que si $(1 - a) = a'$ est petit, on a :

$$1 - a + \log a \sim -\frac{a'^2}{2}$$

PROPORTION DES AVIONS RETARDÉS

Calculons l'expérance mathématique de n, c'est-à-dire :

$$\sum_1^{+\infty} n\, P(n)$$

On y parvient facilement en partant de :

$$\sum_1^{+\infty} K(n)\, a^n e^{-na} = a$$

On obtient en dérivant les deux membres :

$$\bar{n} = \bar{n}\, a = 1$$

d'où :

$$\bar{n} = \frac{1}{1 - a}$$

(*) Rappelons que la dérivée nième d'un produit de 2 facteurs V et U s'écrit symboliquement :

$$(VU)^n = (V + U)^{(n)} = V^{(n)}\, U + \underline{C_n^1\, V^{(n)}\, U'} + \dots$$

où les exposants sont les numéros d'ordre des dérivées. Dans le cas actuel, U est la variable et $V = e^a$, il s'ensuit que $U' = 1$; $U^2 = U^3 = 0$, il subsiste donc pour U = 0 le terme souligné.

On en déduit la proportion des avions retardés :

$$\boxed{\frac{E\,(n-1)}{E\,(n)} = \frac{\overline{n}-1}{\overline{n}} = a}$$

Ce résultat est remarquable par sa simplicité.

ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DES RETARDS

Examinons d'abord le cas de faibles valeurs de a :

Les arrivées séparées par des intervalles t inférieurs à a, sont différées de t = -a - t). Ces arrivées représentent une proportion égale à :

$$1 - e^{-a} = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4!} + \ldots .$$

Comme a représente la fraction totale des retards, on en déduit que la proportion des avions retardés arrivant à des intervalles supérieurs à a est égale à :

$$\frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{3} + \ldots$$

Si a est petit par rapport à l'unité, la loi de densité des retards t est sensiblement égale à :

$$e^{-(a-t)} = e^{t-a} \qquad \text{pour} \qquad 0 < t < a$$

$$\text{De l'ordre de } a^2 \qquad \text{pour} \qquad t > a$$

La densité de probabilité croit donc de e^{-a}, pour t = a, elle subit ensuite une discontinuité tombant à une valeur d'ordre a^2.

Nous allons nous livrer à une analyse plus détaillée de ce problème.

Les instants d'arrivée, t_1, t_2 ... resteront définis en prenant pour origines les premiers avions (non retardés) de chaque chaine.

Le retard que peut subir un avion, étant l'intervalle de temps séparant son instant d'arrivée de l'instant où il est autorisé à atterrir, dépend donc des valeurs respectives des éléments suivants :

1° - Le n° d'ordre p tenu par l'avion dans la chaine des avions retardés dont il fait partie. Ce nombre définit en effet l'instant pa où il amorce son atterrissage.

2° - L'instant de son arrivée qui se situe dans l'un des intervalles :

$$(0,a)\ (a,\ 2a) \ldots .\quad \left[(p-1)\,a,\ pa\right]$$

Examinons les retards que peuvent subir les avions successifs d'une chaine.

- Le premier avion retardé fait partie d'une chaine d'au moins un avion retardé, à laquelle s'associe la probabilité :

$$p_2 + p_3 + \ldots$$

Le retard t qu'il subit a pour loi de probabilité :

$$\underline{e^{-(a-t)}dt} \qquad \text{pour} \qquad 0 < t < a$$

- Le deuxième avion retardé fait partie d'une chaine d'au moins deux avions retardés à laquelle s'associe la probabilité :

$$P_3 + P_4 + \dots$$

Le retard qu'il subit a pour loi de probabilité (1) :

$$(2a - t)\, e^{-(2a-t)} dt \qquad \text{pour} \qquad a < t < 2a \qquad (1)$$

c'est-à-dire lorsque ce deuxième avion se présente dans l'intervalle de temps $(0, a)$.

Si le deuxième avion se présente dans l'intervalle $(a, 2a)$, l'expression de la loi de probabilité de son retard se modifie. En effet, dans le premier cas, on avait pour t_1, la condition d'intégration : $0 < t_1 < a-t$ qui devient ici : $0 < t_1 < a$.

De sorte que la loi de probabilité d'un retard t se définit par l'intégrale :

$$d t_2 \int_0^a e^{-t_1} e^{-t_2} dt_1 \qquad \text{avec} \qquad t_1 + t_2 = 2a - t$$

soit :

$$dt \int_0^a e^{-(2a-t)} dt_1 = \underline{a\, e^{-(2a-t)} dt} \qquad (2)$$

- Considérons la troisième arrivée retardée, elle est liée à une chaine dont la probabilité est :

$$P_4 + P_5 + \dots$$

La loi de probabilité d'un retard prend les expressions suivantes :

pour $2a < t < 3a$:

$$\frac{(3a - t)^2}{2} e^{-(3a-t)} dt \qquad (1)$$

pour $a < t < 2a$:

$$dt_3 \int_0^a dt_1 \int_0^{3a-t_1-t} e^{-t_1-t_2-t_3} dt_2 \qquad (2)$$

qui avec $t_1 + t_2 + t_3 = 3a - t$

devient :

$$e^{-(3a-t)} \frac{(3a - t)^2 - (2a - t)^2}{2!} dt$$

pour $0 < t < a$: (3)

$$dt_3 \int_0^a dt_1 \int_0^{2a-t_1} e^{-t_1-t_2-t_3} dt_2 = \underline{\frac{3a^2}{2} e^{-(3a-t)}}$$

et ainsi de suite.

D'une manière générale, si l'on considère un avion retardé d'ordre m, il fait partie d'une chaine d'avions dont la probabilité est :

$$P_{m+1} + P_{m+2} + \dots$$

---

(1) Rappelons que dans une distribution à densité constante, la loi de probabilité de l'intervalle x compris entre le point d'ordre 0 et le point d'ordre p (intervalle compris entre p + 1 points successifs) a pour expression :

$$\frac{x^{p-1}}{(p-1)!} e^{-x}$$

La loi de probabilité de son retard prend les formes suivantes :

$$K_m \, a^{m-1} \, e^{-(ma-t)} \, dt \qquad \text{pour} \qquad 0 < t < a$$

$$\frac{(ma - t)^{m-1}}{(m - 1)\,!} \, e^{-(ma-t)} \, dt \qquad \text{pour} \qquad (m - 1)\, a < t < ma$$

Pour les valeurs intermédiaires de t, l'expression générale de la loi de probabilité de t prend une forme plus compliquée.

Les calculs que nous ne reproduirons par ici conduisent aux résultats suivants

pour $a < t < 2a$: (1)

$$e^{-ma+t} \, dt \left[\frac{[(ma - t)]^{m-1} - [(m - 1)\, a - t]^{m-1}}{(m - 1)\,!} K_1 - \frac{[(m - 2)\, a - t]^{m-2}}{(m - 2\,!} K_2 - \frac{[(m-3)\, a - t]^{m-3}}{(m - 3)} K_3 \ldots\ldots \frac{(2a - t)^2}{2\,!} K_{m-2} \right]$$

pour $2a < t < 3a$: (2)

La même expression que la précédente, mais arrêtée au terme :

$$\frac{(3a - t)^3}{3\,!} K_{m-3}$$

Avant de construire l'expression complète des lois de probabilité des retards il faut observer que si l'on considère l'ensemble des avions non retardés et retardés ; l'analyse précédente conduit à une "masse" totale de probabilités, non pas égale à l'unité, mais à :

$$P_1 + 2\,P_2 + 3\,P_3 + \ldots\, n\,P_n + \ldots = \overline{n}$$

Il s'ensuit que les expressions analytiques de densités de probabilités doivent être corrigés du facteur :

$$\frac{1}{\overline{n}} = (1 - a)$$

Groupant tous les avions susceptibles d'éprouver un retard du même ordre, on trouve que la densité de probabilité d'un retard t compris entre 0 et 2a est :

$$(1-a)\, e^{t} \left\{ (2a-t)\, e^{-2a} + \frac{(3a-t)^2 - (2a-t)^2}{2\,!} e^{-3a} + \left[\frac{(4a-t)^3 - (3a-t)^3}{3\,!} - \frac{(2a-t)^2 a}{2\,!} \right] e^{-4a} + \ldots + e^{-ma} \left[\frac{(ma-t)^{m-1} - [(m-1)\, a-t]^{m-1}}{(m-1)\,!} - \frac{[(m-2)\, a-t]^{m-2}}{(m-2)\,!} \, a\, K_2 - \ldots\ldots \frac{(2\,a - t)}{2\,!} a^{m-3} K_{m-2} \right] \right\}$$

L'expression de la loi de probabilité des avions éprouvant un retard compris entre ma et (m + 1) a s'écrit après simplification :

$$dt\, (1 - a)\, e^{t-a} \sum_{0}^{\infty} \frac{[(m + r + 1)\, a - t]^{(m+r)}}{(m + r + 1)\,!} \left[t + (m + r + 1)\,(1 - a) \right] e^{-(m+r)a}$$

posant : $t = ma + \gamma\, a$ où γ est une nouvelle variable de valeur comprise entre 0 et 1.

L'expression précédente devient :

$$d\gamma\ (1 - a)\, e^{-(1-\gamma)a}\ a^{m+1} \sum_0^{\infty} \frac{(r + 1 - \gamma)^{m+r}}{(m + r)\,!}\, a^r\, e^{-ra} \left[1 - \frac{(r + 1 - \gamma)a}{m + r + 1}\right]$$

Nous allons procéder à une brève étude de cette distribution. On s'assure facilement :

1 - Qu'elle est continue pour toutes les valeurs entières de m supérieures à 1. En effet, la densité de probabilité a pour valeur si $\gamma = 1$:

$$d\gamma\ (1-a)\, a^{m+1} \sum_0^{\infty} \frac{r^{m+r}}{(m + r)!}\, a^r\, e^{-ar} \left[1 - \frac{a\, r}{m + r + 1}\right] = d\gamma\ (1-a) \left[F(m,a) - F(m+1, a)\right]$$

où

$$F\ (m,a) = a^m \sum_0^{\infty} \frac{r^{m+r}}{(m + r)\,!}\, (a\, e^{-a})^r$$

On remarque que le premier terme ($r = 0$) de cette série est nul.

Si aux valeurs : m et $\gamma = 1$, on substitue les valeurs : $m + 1$ et $\gamma = 0$, on obtient la même série sans ce premier terme.

2 - Qu'elle possède une discontinuité pour $t = a$, c'est-à-dire : $m = 1$ $\gamma = 0$.

La chute d'ordonnée à pour valeur le premier terme de la série (non nul cette fois) :

$$(1 - a)\, a$$

puisque pour $m = 0$ et $\gamma = 1$, $r^r = 1$ pour $r = 0$.

Pour effectuer les calculs, on étend la sommation des termes de la série définissant F (mr) jusqu'à une certaine valeur p de r très supérieure à m et on évalue le reste au moyen d'une expression approchée utilisant la formule de Stirling

$$\sum_{p+1}^{+\infty} \left(\frac{ar}{m + r}\right)^{m+r} \frac{e^{-ra}\ \ e^{m+r}}{\sqrt{2\pi\ (m+r)}}$$

et remarquant que :

$$\left(\frac{a\, r}{m + r}\right)^{m+r} \sim e^{(m+r)\log a - m} \qquad \text{pour } r \gg m$$

il vient :

$$\sum_{p+1}^{+\infty} \frac{e^{-m(1-a)}}{\sqrt{2\pi}}\, (m + r)^{-\frac{1}{2}}\ e^{(m+r)(1-a+\log a)}$$

$$\sim \frac{e^{-m(1-a)}}{\sqrt{2\pi\ (a - 1 - \log a)}} \int_{(a-1-\log a)(p+1)}^{+\infty}$$

L'intégrale correspond à la fonction Γ incomplète qui a été tabulée par PEARSON.

On peut trouver des expressions de la distribution des retards qui se prêtent facilement au calcul dans le cas où a est petit ou voisin de 1, on ne les présentera pas ici.

On trouvera reproduits les abaques correspondant aux différentes lois de probabilités étudiées ici :

1 - Abaques relatifs aux probabilités de constitution de chaines d'avions
2 - Abaques relatifs aux délais d'attente.

En fait ces derniers sont d'un usage peu commode pour les applications numériques, lesquelles nécessitent des tables relatives à des intervalles finis de la variable.

Voici les résultats de calculs (approximatifs) effectués pour quatre valeurs-types de a.

Probabilités (en 10^{-4}) de retards compris entre m a et (m + 1) a

m (m + 1)	a 0,2	a 0,4	a 0,6	a 0,8
0 - 1	1770	2951	3288	2451
0 - 2	215	838	1548	17 50
2 - 3	13	166	678	1280
3 - 4	2	36	280	8 44
4 - 5		7	116	572
5 - 6			49	390
6 - 7			22	266
7 - 8			10	180
8 - 9			5	120
9 - 10			2	76
10 - 12				40
12 - 14				18
14 - 16				8
16 - 18				3
18 - 20				1
> 20				1

On voit d'après ces résultats avec quelle rapidité croit avec a la probabilité d'une attente imporante.

Si, par exemple, l'intervalle minimum est en pratique de 5 minutes dans des conditions données.

On trouve que :

- pour a = 0,6 (1 avion toutes les 8 minutes),
  une probabilité de l'ordre de 1 % d'une attente supérieure à 25'.

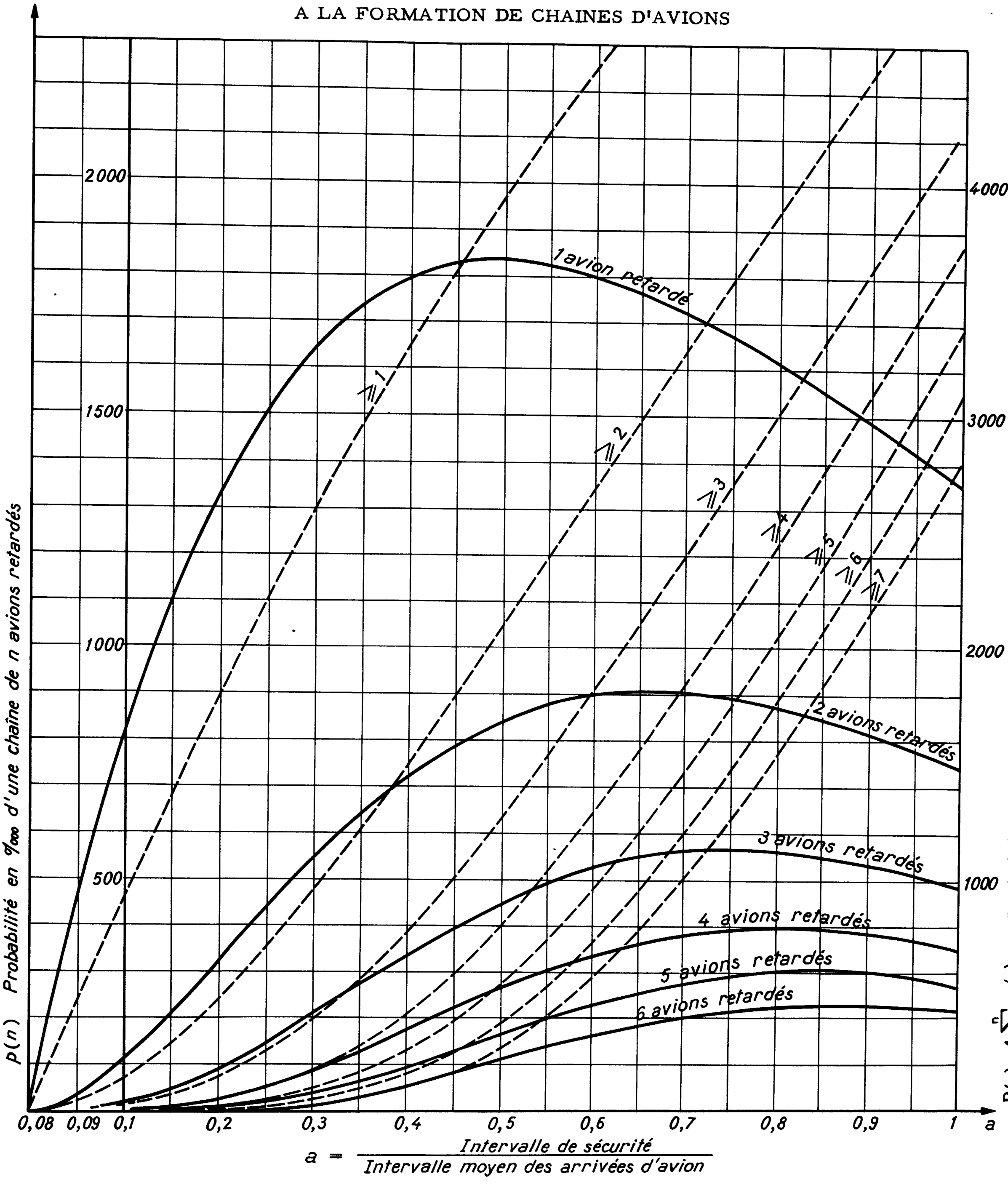
- pour a = 0,8 (1 avion toutes les 6 minutes),
  une probabilité de 11 % d'une attente > 25'.
  une probabilité supérieure à 1 % d'une attente > 45'.

Dans l'hypothèse d'un intervalle minimum de 5', on peut considérer qu'il existe une probabilité notable d'attente au-delà de a = 0,6.

Si l'intervalle minimum était ramené à 3', une probabilité de près de 1 % d'une attente supérieure à une demi-heure serait atteinte pour a = 0,8 (un peu plus d'un avion toutes les quatre minutes).

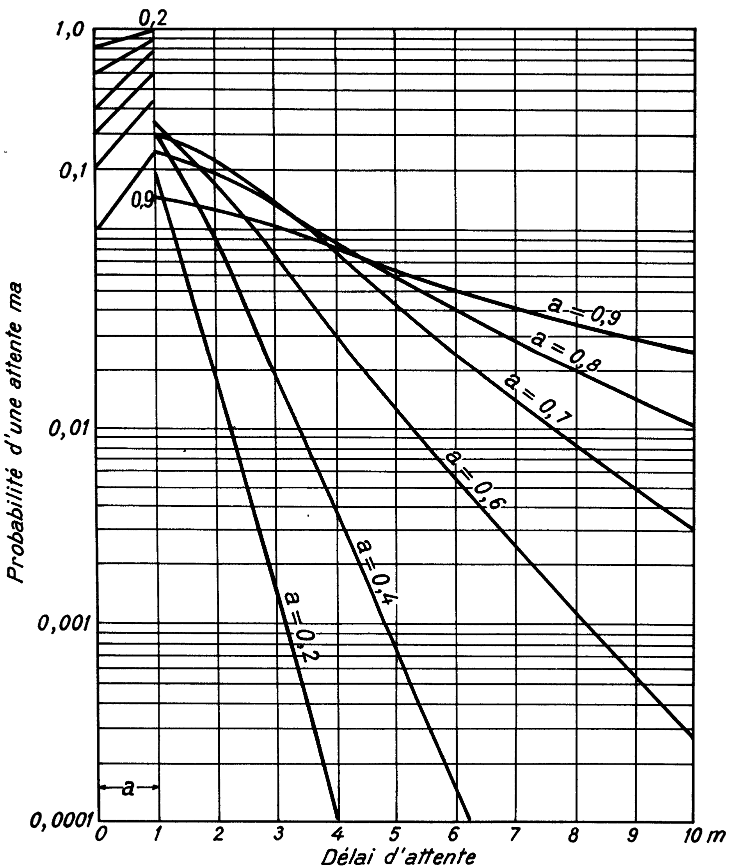
La théorie précédente permet donc en principe de traiter les deux problèmes suivants :

PROBABILITES RELATIVES
A LA FORMATION DE CHAINES D'AVIONS

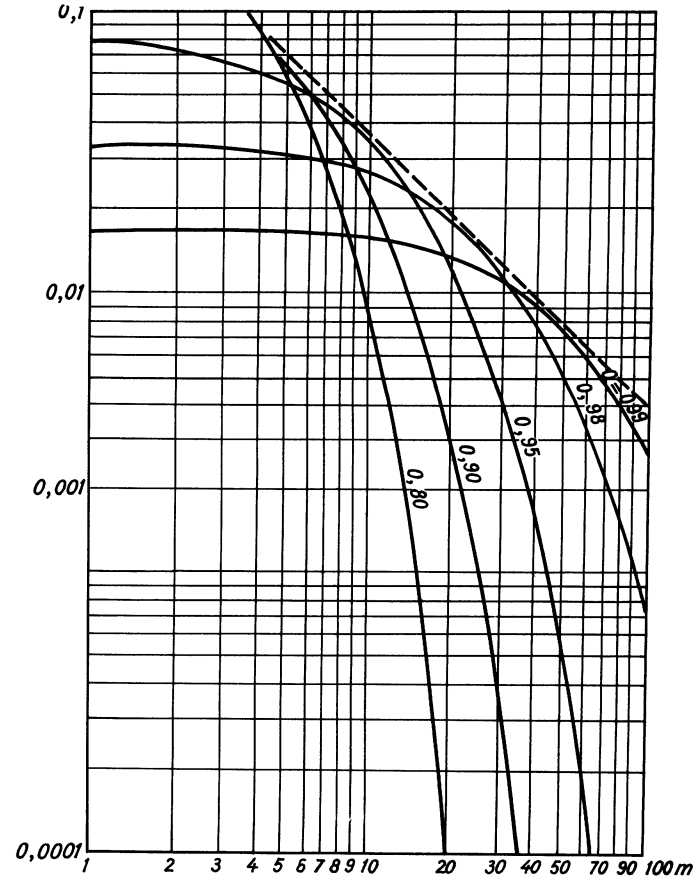


ABAQUE DONNANT LES PROBABILITES DES DELAIS D'ATTENTE DES AVIONS AVANT ATTERRISSAGE

Probabilités correspondant aux conditions de fréquences d'arrivées 0,2 à$\leqslant$0,9



Probabilités des longs délais d'attente près des conditions de saturation.



a = Intervalle minimum de sécurité mesuré par rapport à l'intervalle moyen séparant les arrivées d'avions à l'arrivée

N.B. Ces Diagrammes ont été extrait du "Journal of royal aeronautical society" Vol. 52 N° 456 Décembre 1948.

1er PROBLEME -

Un intervalle de sécurité étant donné, quel débit horaire maximum d'atterrissage peut-on assurer, si la probabilité pour un avion, de subir une attente supérieure à un temps donné, ne doit pas dépasser un certain seuil ?

2ème PROBLEME -

Un débit d'arrivée d'avions étant donné, quel intervalle minimum de sécurité faut-il atteindre pour que la probabilité pour un avion de subir une attente supérieure à un temps donné, demeure en deça d'un certain seuil ?

OBSERVATIONS SUR LA PORTÉE PRATIQUE DE LA THÉORIE PRÉCÉDENTE

A l'heure actuelle, il n'existe guère d'aérodrome où existent de véritables difficultés d'écoulement du trafic. En période de pointe, le coefficient a est rarement supérieur à 0,6.

Or le trafic "mouvements d'appareils" se développe moins rapidement que celui des passagers du fait de la tendance à l'accroissement du tonnage des avions. Les calculs ci-dessus offrent donc surtout de l'intérêt pour des études "perspectives".

Nous ferons ici diverses remarques sur les tendances actuelles de la techniques en matière de régularisation des atterrissages.

L'hypothèse faite de la constance de l'intervalle minimum de sécurité est en fait une hypothèse très simplificatrice. Les intervalles entre atterrissages successifs des avions appartenant à une même chaine oscillent sensiblement de part et d'autre d'un temps moyen lui-même supérieur à l'intervalle minimum de sécurité (c'est ce temps moyen effectif qu'il convient d'utiliser dans les calculs et non l'intervalle de sécurité qui demeure une donnée purement théorique).

L'existence d'une dispersion de a est dûe à de nombreux facteurs en particuliers le suivant : lorsqu'un avion en circuit d'attente reçoit l'autorisation d'atterrir, il se trouve dans une position variable par rapport à la piste et il peut avoir un chemin plus ou moins long à parcourir avant d'être au seuil de la piste.

Les techniques modernes tendent à annuler cette cause essentielle de dispersion.

La technique américaine consiste à prévoir deux piles d'attentes ("stacking") disposées de part et d'autre de la piste. Est autorisé à atterrir celui des appareils décrivant une boucle à la base des piles, qui se trouve dans la direction la plus favorable pour atterrir, ce qu'il fera d'ailleurs en empruntant un itinéraire plus ou moins direct.

La technique française en voie de mise au point (due à l'Ingénieur en Chef CARROURE) consiste à éviter la formation de piles d'attente. Les avions au fur et à mesure de leur arrivée sont contrôlés à leur passage à un point fixe. Le contrôle local de l'aérodrome leur indique un certain cap qu'ils doivent suivre sur une certaine distance avant d'amorcer la boucle finale, qui doit les mettre dans l'axe de la piste. On espère par ce procédé, opérer dans des conditions satisfaisantes de sécurité, un espacement régulier des atterrissages d'avions d'une meme chaine.