RAIRO. RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

J. ERSCHLER
G. FONTAN
C. MERCE

Un nouveau concept de dominance pour l'ordonnancement de travaux sur une machine

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 19, nº 1 (1985), p. 15-26
<http://www.numdam.org/item?id=RO_1985__19_1_15_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 19, n° 1, février 1985, p. 15 à 26)

UN NOUVEAU CONCEPT DE DOMINANCE POUR L'ORDONNANCEMENT DE TRAVAUX SUR UNE MACHINE (*)

par J. ERSCHLER ([1]), G. FONTAN ([2]), C. MERCE ([1])

Résumé. — *Dans un précédent article, les auteurs ont développé une propriété de dominance relative à l'admissibilité de séquences de travaux contraints par des dates limites et utilisant une machine unique. Ces résultats sont transposés et interprétés ici en terme de retard. Une application est faite en vue de l'amélioration de la procédure arborescente d'optimisation proposée par Baker et Su* [2] *permettant d'obtenir la séquence minimisant le plus grand retard vrai. Une expérimentation sur calculateur numérique démontre l'efficacité de la procédure proposée.*

Mots clés : Ordonnancement d'atelier; procédure d'optimisation par séparation et évaluation progressive.

Abstract. — *In a previous paper, the authors developed a dominance property relative to the feasibility of job sequences constrained by limit times when using a single machine. These results are here transposed and interpreted for tardiness optimization purpose. An application is presented with a view to improving the performance of the branch and bound algorithm proposed by Baker and Su* [2] *to find the sequence which minimizes maximum tardiness.*

Keywords: Deterministic job shop scheduling; branch and bound.

1. INTRODUCTION

L'ordonnancement de travaux indépendants sur une machine unique constitue un des points clés du problème d'ordonnancement d'atelier [4]. Les travaux sont généralement contraints par des dates limites liées à la gestion globale de l'atelier. Dans un article précédent [7] les auteurs se sont intéressés au problème de l'admissibilité des séquences de travaux vis-à-vis des contraintes de dates limites et d'utilisation de la machine. A cette fin, en s'appuyant

(*) Reçu en janvier 1983.

([1]) Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C.N.R.S., 7, avenue du Colonel-Roche, 31077 Toulouse Cedex et Institut national des Sciences appliquées, Toulouse (France).
([2]) Université Paul-Sabatier, Toulouse (France).

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research, 0399-0559/85/01 15 12/ 3.20

uniquement sur les dates limites associées aux différents travaux, un concept de dominance a été proposé. Il permet de limiter la recherche des séquences de travaux admissibles à un ensemble réduit de séquences, appelé ensemble dominant de séquences. Comme c'est le cas pour toute propriété de dominance (*voir* par exemple ordonnancements actifs [1, 6]) il en résulte une diminution sensible de la « dimension combinatoire » du problème.

La notion d'admissibilité est en réalité étroitement liée à la notion de retard. D'où l'idée d'utiliser le concept de dominance dans le cadre de la résolution du problème de la minimisation du plus grand retard. De nombreux auteurs ont proposé des méthodes arborescentes d'optimisation pour résoudre ce type de problème ([2, 3, 5, 9, 11], etc.). Dans cet article, on se propose d'utiliser la propriété de dominance de manière à améliorer la méthode proposée par Baker et Su [2]. Le choix de cette procédure est lié d'une part à son efficacité qui la place parmi les plus performantes [9] et d'autre part à son principe qui se prête bien à l'exploitation de la notion de dominance développée dans cet article. Les résultats concernant la propriété de dominance vis-à-vis de l'admissibilité développés dans [7] sont auparavant transposés et interprétés en terme de retard. Les résultats d'une expérimentation sur calculateur numérique mettent en évidence l'amélioration de la procédure de Baker et Su obtenue par utilisation de la propriété de dominance.

2. POSITION DU PROBLÈME

Soit un ensemble J de n travaux indépendants à ordonnancer sur une machine unique : $J=\{i/i=1, \ldots, n\}$. Un travail i est caractérisé par sa durée p_i, sa date de début au plus tôt r_i, sa date de fin au plus tard d_i. La machine ne peut exécuter qu'un seul travail à la fois, il ne peut être interrompu. Une séquence S correspond à une permutation des n travaux. Soit Z l'ordonnancement au plus tôt associé à cette séquence. La date de fin d'exécution d'un travail i dans Z est notée $c_i(Z)$. Son retard algébrique $L_i(Z)$ est défini par $L_i(Z)=c_i(Z)-d_i$ et son retard vrai par $T_i(Z)=\max(0, L_i(Z))$. Le plus grand retard algébrique associé à la séquence est noté $L_{\max}(Z)=\max_{i \in J} L_i(Z)$. Cet article s'intéresse à la minimisation du plus grand retard vrai

$$T_{\max}(Z)=\max_{i \in J}(0, L_i(Z))=\max(0, L_{\max}(Z)).$$

Dans le cas simplifié où les dates de début au plus tôt r_i sont identiques (version « statique ») le théorème de Jackson (*voir* par exemple [1, 6]) permet de construire la solution optimale en ordonnant les travaux suivant l'ordre croissant de leur date de fin au plus tard. Lorsque les dates de début au plus tôt sont différentes (version « dynamique ») le problème est NP complet [10], la résolution est plus délicate. On fait alors appel en général à des procédures d'optimisation par séparation et évaluation progressive.

3. CONCEPTS DE CORPS D'HYPOTHÈSES ET DE DOMINANCE [7]

Les données du problème défini dans le paragraphe 2 sont constituées par le $3n$-tuple (r, p, d) où :

$$r=\{r_1, \ldots, r_n\}, \qquad p=\{p_1, \ldots, p_n\}, \qquad d=\{d_1, \ldots, d_n\}.$$

Soit E l'ensemble de tous les $3n$-tuple (r, p, d).

DÉFINITION 1 : *Un corps d'hypothèses relatif au problème d'ordonnancement défini au paragraphe 2 est un sous-ensemble H de l'ensemble E.*

Quant H est réduit à un élément, le corps d'hypothèses est complet, toutes les données du problème sont alors connues. En général H représente des ensembles de valeurs possibles pour les données. Ceci correspond à une connaissance partielle de ces données. Une telle notion peut être utilisée lorsque certaines données sont effectivement inconnues. Elle peut également être utilisée, dans un souci de simplification, pour mettre en évidence certaines propriétés en se basant seulement sur une partie des données. Cette dernière idée est utilisée ici dans le cadre du problème de la minimisation du plus grand retard.

DÉFINITION 2 : *Une séquence S_2 domine une séquence S_1 ($S_2 \mathscr{D} S_1$) vis-à-vis du critère du plus grand retard algébrique, pour un corps d'hypothèses H, si*

$$L_{\max}(Z_1) \geqq L_{\max}(Z_2), \qquad \forall (r, p, d) \in H,$$

Z_1 et Z_2 étant les ordonnancements au plus tôt associés respectivement aux séquences S_1 et S_2.

Dans la suite de cet article on appellera dominance, sans précision supplémentaire, la dominance relative au critère définie par la définition 2.

La relation de dominance $\mathscr{D}$ définit un préordre (relation binaire transitive et réflexive) dans l'ensemble des séquences. Si S_2 domine S_1 et S_1 domine S_2, S_1 et S_2 sont dites équivalentes.

DÉFINITION 3 : *Une séquence dominante est une séquence S_d telle que :*

$$\forall S, \quad S \mathscr{D} S_d \;\Rightarrow\; S_d \mathscr{D} S.$$

DÉFINITION 4 : *Un ensemble de séquences $\mathcal{S}$ est dit dominant si* $\forall S \notin \mathcal{S}$, $\exists S_d \in \mathcal{S}$ *telle que* S_d *domine* S.

Un ensemble dominant de séquences contient donc une séquence optimale, vis-à-vis du critère du plus grand retard algébrique et *a fortiori* vis-à-vis du critère du plus grand retard vrai. Ainsi la recherche d'une solution optimale peut être limitée à l'étude d'un ensemble dominant de séquences, ensemble de dimension réduite par rapport à l'ensemble des séquences possibles.

L'établissement de la relation de dominance nécessite la comparaison de séquences vis-à-vis de la valeur du critère. Le lemme 1 facilite ce type de comparaisons.

On note :

- S une séquence de travaux;
- « $\prec$ » la précédence entre deux travaux ou deux sous-ensembles de travaux;
- $I(S)=\{(x, y)\in J^2/x\prec y$ dans la séquence $S\}$;
- $L_{xy}(Z)$ le retard algébrique du travail y induit par le travail x avec $(x, y)\in I(S)$.

$$L_{xy}(Z)=r_x+p_x+\sum_{\substack{x\prec k\prec y\\ \text{dans } S}} p_k+p_y-d_y,$$

$$L_{\max}(Z)=\max_{(i,\ j)\in I(S)} L_{ij}(Z)$$

LEMME 1 : *Une condition nécessaire et suffisante pour que* S_2 *domine* S_1 *pour un corps d'hypothèses* H *est que :*

$\forall (i, j)\in I(S_2)$ *et* $\forall (r, p, d)\in H$, $\exists (k, l)\in I(S)$ *tel que* $L_{ij}(Z_2)\leqq L_{kl}(Z_1)$.

Démonstration :

(i) *Condition nécessaire :*

$$S_2 \text{ domine } S_1 \quad\Rightarrow\quad L_{\max}(Z_2)\leqq L_{\max}(Z_1),\qquad \forall (r, p, d)\in H,$$

par conséquent :

$$\forall (r, p, d)\in H,\quad \exists (k, l)\in I(S_1)\quad \text{tel que}\quad L_{\max}(Z_2)\leqq L_{kl}(Z_1),$$

or :

$$\forall (i, j)\in I(S_2),\quad L_{ij}(Z_2)\leqq L_{\max}(Z_2),$$

d'où :

$$\forall (r, p, d)\in H,\quad \forall (i, j)\in I(S_2),\quad \exists (k, l)\in I(S_1)$$

tel que $L_{ij}(Z_2) \leqq L_{kl}(Z_1)$.

(ii) *Condition suffisante :*

$$\forall (r, p, d) \in H, \quad \forall (i, j) \in I(S_2), \quad \exists (k, l) \in I(S_1)$$

tel que $L_{ij}(Z_2) \leqq L_{kl}(Z_1)$,

$$\text{or} \, \forall (r, p, d) \in H \quad \text{et} \quad \forall (k, l) \in I(S_1),$$
$$L_{kl}(Z_1) \leqq L_{\max}(Z_1),$$

on peut donc écrire :

$$\forall (r, p, d) \in H, \quad \forall (i, j) \in I(S_2), \qquad L_{ij}(Z_2) \leqq L_{\max}(Z_1),$$

d'où :

$$\forall (r, p, d) \in H, \quad L_{\max}(Z_2) \leqq L_{\max}(Z_1)$$

et S_2 domine S_1.

4. CARACTÉRISATION D'UN ENSEMBLE DOMINANT DE SÉQUENCES : STRUCTURE PYRAMIDALE

Le corps d'hypothèses considéré est le suivant :

$$H = \{ (r, p, d) / \text{ ordre respectif des dates limites } r_i \text{ et } d_i \text{ est connu} \}.$$

Ainsi la durée des travaux n'est pas précisée, les dates limites peuvent varier dans le respect de l'ordre des dates limites r_i et d_i. Bien que partiel, ce corps d'hypothèses va permettre une réduction sensible des séquences à considérer pour le problème d'optimisation envisagé.

Les notions de sommet et de pyramide facilitent la caractérisation d'un ensemble dominant de séquences.

DÉFINITION 5 : *Un travail $s_k \in J$ est appelé « sommet » si $\nexists$ $x \in J$ tel que $r_{s_k} < r_x$ et $d_x < d_{s_k}$.*

Pour deux sommets s_k et s_l on peut écrire :

$$r_{s_k} \leqq r_{s_l} \quad \Leftrightarrow \quad d_{s_k} \leqq d_{s_l}.$$

Les sommets sont indicés dans l'ordre croissant de leur date de début, ou en cas d'égalité dans l'ordre croissant de leur date de fin. Dans le cas d'égalité des dates de début et des dates de fin, ils sont indicés arbitrairement.

S'il existe N sommets la structure est dite « N pyramidale ».

DÉFINITION 6 : *Une pyramide* $\mathscr{P}_k$ *associée au sommet* s_k *est un sous-ensemble de travaux* $\mathscr{P}_k = \{ s_k \} \cup \{ x \in J / r_x < r_{s_k} \text{ et } d_{s_k} < d_x \}$.

Certains travaux peuvent appartenir à plusieurs pyramides; ils constituent les travaux communs de ces pyramides. Tout ensemble de dates limites peut être décrit par une combinaison de pyramides.

Le théorème suivant permet de construire un ensemble dominant de séquences à partir de la notion de structure pyramidale.

THÉORÈME 1 : *Un ensemble dominant de séquences peut être constitué par les séquences telles que :*

(i) *Les sommets sont ordonnés dans l'ordre de leurs indices;*

(ii) *Avant le premier sommet, seuls sont placés des travaux appartenant à la première pyramide rangés dans l'ordre de leur date de début* (1);

(iii) *Après le dernier sommet, seuls sont placés des travaux appartenant à la dernière pyramide rangés dans l'ordre de leur date de fin* (1);

(iv) *Entre deux sommets* s_k *et* s_{k+1} *on place : en premier des travaux appartenant à la pyramide* $\mathscr{P}_k$ *et n'appartenant pas à la pyramide* $\mathscr{P}_{k+1}$ *dans l'ordre de leur date de fin* (1), puis des travaux communs aux pyramides $\mathscr{P}_k$, $\mathscr{P}_{k+1}$ *dans un ordre arbitraire, enfin des travaux appartenant à la pyramide* $\mathscr{P}_{k+1}$ *et n'appartenant pas à la pyramide* $\mathscr{P}_k$ *suivant l'ordre de leur date de début* (1).

Ce théorème caractérisant un ensemble dominant vis-à-vis du critère de retard peut se démontrer de façon analogue aux théorème et corollaires 1 à 5 de [7] relatifs à un ensemble dominant vis-à-vis de l'admissibilité. On peut remarquer en effet que la condition du lemme 1 est ici une condition nécessaire et suffisante de dominance vis-à-vis du critère alors que dans [7] la démonstration s'appuie uniquement sur le caractère suffisant de cette propriété.

Exemple : Pour illustrer la construction d'un ensemble dominant à partir du théorème 1, considérons un exemple à quatre travaux notés *a*, *b*, *c*, *d*.

Les dates limites associées à ces différents travaux vérifient les inégalités suivantes :

$$r_a < r_b < r_c < r_d,$$

$$d_b < d_d < d_c < d_a.$$

La figure 1 schématise les intervalles associés à chacun de ces travaux.

(1) Dans un ordre arbitraire en cas d'égalité de dates.

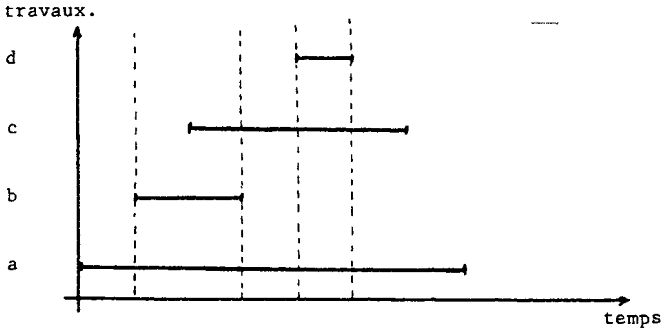

Figure 1. — Diagramme à barres.

On peut en déduire la structure pyramidale suivante :

- deux sommets : b, d;
- deux pyramides : $\mathcal{P}_b = \{a, b\}$, $\mathcal{P}_d = \{a, c, d\}$.

En conséquence, l'ensemble dominant de séquences est constitué par les séquences suivantes :

$$\begin{array}{llllcllll} a & b & c & d, & & b & a & c & d, \\ a & b & d & c, & & b & c & d & a, \\ b & a & d & c, & & b & d & c & a, \end{array}$$

soit 6 séquences à comparer aux $4! = 24$ séquences possibles.

Il a pu être établi [4] que le nombre de séquences $\mathcal{N}$ de l'ensemble dominant de séquences obtenu à partir du théorème 1 est :

$$\mathcal{N} = \prod_{q=1}^{q=N} (q+1)^{n_q},$$

où n_q est le nombre de travaux appartenant à q pyramides. Une borne inférieure et une borne supérieure peuvent être facilement associées à $\mathcal{N}$: $2^{n-N} \leqq \mathcal{N} \leqq (N+1)^{n-N}$. Ceci met en évidence la réduction de la dimension de l'ensemble des séquences à explorer dans un problème d'optimisation : $\mathcal{N}$ devenant rapidement petit par rapport à $n!$ lorsque n croît.

5. MÉTHODE D'OPTIMISATION PAR SÉPARATION ET ÉVALUATION PROGRESSIVE

Ce type de procédure est élaboré à partir d'un principe de séparation et d'une fonction d'évaluation [12]. Le principe de séparation utilisé par Baker et Su construit une arborescence dans laquelle chaque nœud de niveau k représente une séquence partielle de k travaux.

Ainsi, pour un ensemble de quatre travaux la séparation construit l'arborescence représentée par la figure 2. Elle est constituée de 64 nœuds. La séquence partielle correspondante est précisée à l'intérieur de chaque nœud.

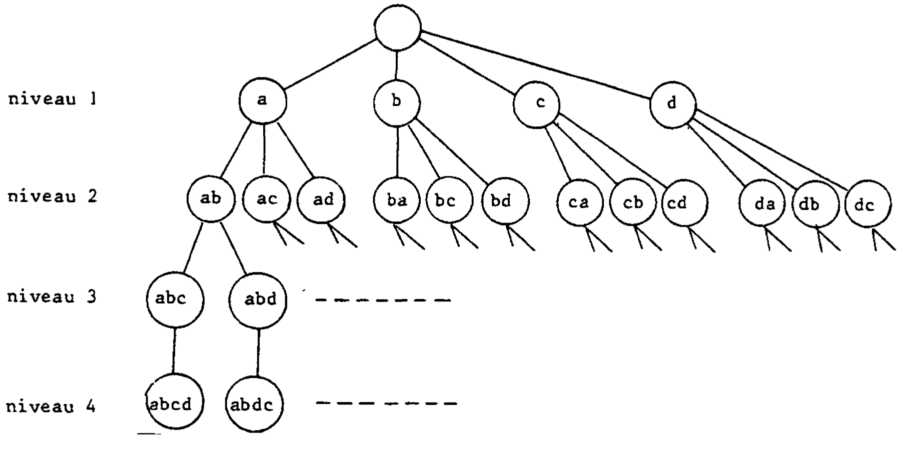

Figure 2. — Arborescence associée à la procédure de séparation proposée par Baker et Su.

L'utilisation de la notion de dominance développée au paragraphe 4 permet de réduire sensiblement la dimension de l'arborescence.

Soit à séparer un nœud de niveau k en un ensemble de nœuds de niveau $k+1$ correspondant à des séquences partielles issues de l'ensemble dominant de séquences. Le principe de séparation doit prendre en compte la caractérisation pyramidale des séquences dominantes définie par le théorème 1.

On note :

- l un nœud de l'arborescence;
- $V(l)$ l'ensemble des travaux constituant la séquence partielle associée au nœud l :
- $R(l)=J-V(l)$;
- $s_{\hat{k}}$ le sommet tel que $\hat{k}=\min_{s_k \in R(l)} [k]$.

Le principe de séparation peut être décrit de la manière suivante :

Pour tout nœud l devant être séparé, créer les nœuds suivants :

(a) un nœud correspondant à la planification de $s_{\hat{k}}$ suivi de l'ensemble des travaux $T_{\hat{k}}=\{j \in R(l)/j \in \mathscr{P}_{\hat{k}},\ j \in \mathscr{P}_{\hat{k}+1}\}$ dans l'ordre croissant de leur date de fin au plus tard;

(b) des nœuds correspondant à la planification de chacun des travaux :

$$\{j,\ j \in \mathscr{P}_{\hat{k}} \cap R(l),\ j \neq s_{\hat{k}}/r_j \geqq r_m,\ \forall_m \in V(l)\}.$$

Cette procédure de séparation modifiée est illustrée à partir de l'exemple de quatre travaux présenté dans le paragraphe 4. L'arborescence construite

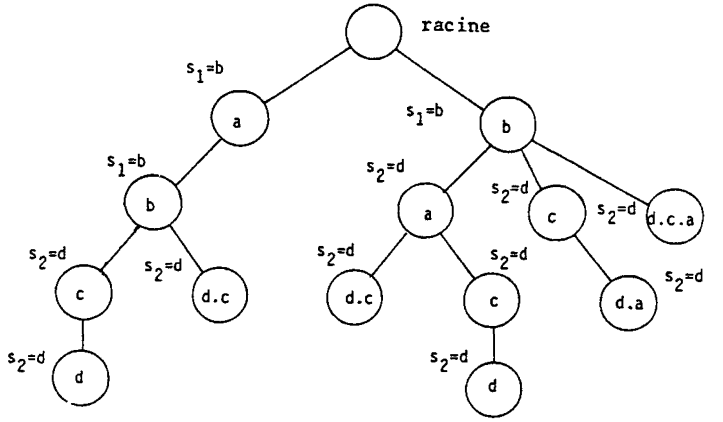

Figure 3. — Arborescence construite par le principe de séparation modifié.

est représentée par la figure 3. Le sommet de la « pyramide courante » (correspondant à $s_{\bar{k}}$) est indiqué à côté de chaque nœud de l'arborescence. Cette arborescence est constituée de 13 nœuds. Ceci illustre la réduction de dimension obtenue par rapport à la procédure classique.

Baker et Su présentent deux propriétés permettant de limiter la dimension de l'arborescence construite. La première prend en considération le fait que seuls les ordonnancements actifs doivent être énumérés. Ces ordonnancements actifs sont des ordonnancements ne possédant pas de temps morts supérieurs à la durée des travaux positionnés après et ayant une date de début au plus tôt permettant un déplacement dans ce temps mort (*voir* par exemple [6]).

La deuxième propriété utilise le théorème de Jackson lorsque la date de début possible des travaux restant à ordonner est supérieure à leur date de début au plus tôt. Dans ce cas, la solution optimale d'un tel sous-problème place les travaux restant dans l'ordre croissant des dates de fin.

Ces deux propriétés peuvent être utilisées de la même manière dans le cadre de la procédure modifiée.

De plus, à chaque nœud de l'arborescence, une fonction d'évaluation associe une borne inférieure au critère pour le sous-problème considéré. Cette fonction d'évaluation calcule la durée de l'ordonnancement en supposant les travaux interruptibles et en appliquant le théorème de Jackson.

6. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

La procédure d'optimisation utilisant le concept de dominance est comparée à la procédure utilisée par Baker et Su. Les données des différents problèmes testés sont engendrées de manière aléatoire. La date de début au plus tôt r_i de chaque travail i est une valeur aléatoire uniformément distribuée entre 0 et $r_{\max}$. La durée p_i d'un travail i est engendrée de manière analogue à partir

TABLEAU I

Valeurs des paramètres associés à l'expérimentation.

n	$r_{\max}$	$p_{\max}$	$s_{\max}$
10	10	10	10
20	20	10	20
30	30	10	30
40	40	10	40

d'une distribution uniforme entre 1 et p_{max}. Enfin la date de fin au plus tard d_i est obtenue à partir de l'expression $d_i = r_i + p_i + s_i$, s_i étant également une variable aléatoire uniformément distribuée entre 0 et s_{max}.

Le tableau I indique les valeurs des paramètres choisis pour les différentes dimensions des problèmes étudiés.

Le tableau II présente les performances concernant les temps moyens de calcul et la taille moyenne des arborescences associées aux différents problèmes testés; 30 problèmes sont traités pour chaque valeur de n. Le calculateur utilisé est un ordinateur IBM 370/168 programmé en FORTRAN.

TABLEAU II

Résultats de l'expérimentation.

Dimension du problème (n)	Procédure sans notion de dominance		Procédure avec notion de dominance		Rapport temps moyen sans et avec notion de dominance	Rapport nombre de nœuds moyens sans et avec notion de dominance
	Temps calcul moyen (ms)	Nombre de nœuds moyen de l'arborescence	Temps calcul moyen (ms)	Nombre de nœuds moyen de l'arborescence		
10	5,6	8,4	5,9	6,7	0,96	1,27
20	50,8	24,7	31,2	16,2	1,63	1,52
30	216,6	50,6	105,1	27,1	2,06	1,87
40	642,7	92,6	272,3	41,2	2,48	2,24

7. CONCLUSION

Le concept de dominance relatif au critère L_{max} permet de diminuer notablement l'ensemble des séquences à examiner lors de la résolution du problème d'optimisation. La caractérisation d'un ensemble dominant de séquences est facilitée par la notion de structure pyramidale.

L'application de ces résultats au problème de minimisation de T_{max} proposé par Baker et Su permet de construire dans tous les cas une arborescence de taille inférieure. Pour des problèmes de petite dimension, les temps de calculs moyens associés à ces deux procédures sont très voisins. Ceci est dû à l'accroissement des calculs lié à la prise en compte de la dominance, insuffisamment compensé pour ces tailles de problème, par la réduction de l'arborescence. Dans les exemples traités ce phénomène est très limité; il n'apparaît que dans trois problèmes du cas $n=10$. Pour les problèmes de dimension importante les résultats sont toujours en faveur de la procédure proposée. L'amélioration des rapports des temps de calcul croît rapidement avec n.

La comparaison des résultats expérimentaux associés à des procédures différentes est souvent délicate car étroitement liée à leur programmation. L'algorithme de McMahon et Florian [11] souvent présenté comme le plus efficace a été comparé dans [9] à l'algorithme de Baker et Su. En analysant ces résultats et ceux présentés dans cet article il semble que l'algorithme de Baker et Su utilisant la propriété de dominance soit supérieur à l'algorithme de McMahon et Florian pour des valeurs de n suffisamment grandes. En particulier pour $n=40$ le rapport des temps moyens de calcul est nettement à l'avantage de la procédure proposée.

BIBLIOGRAPHIE

1. K. R. Baker, *Sequencing and Scheduling*, John Wiley, New York, 1974.
2. K. R. Baker et Z. Su, *Sequencing with Due Dates and Early Start Times to Minimize Maximum Tardiness*, Naval Res. Logist. Quart., vol. 21, 1974, p. 171-176.
3. P. Bratley, M. Florian et P. Robillard, *On Sequencing with Earliest Starts and Due Dates with Application to Computing Bounds for the* $(n/m/G/F_{max})$ *Problem*, Naval Res. Logist. Quart., vol. 20, 1973, p. 57-67.
4. J. Carlier et P. Chrétienne, *Un domaine très ouvert : les problèmes d'ordonnancement*, R.A.I.R.O.-Rech. Op., vol. 16, n° 3, 1982, p. 175-217.
5. J. Carlier, *The One-machine Sequencing Problem*, European Journal of Operational Research, vol. 11, 1982, p. 42-47.
6. R. W. Conway, W. L. Maxwell et L. W. Miller, *Theory of Scheduling*, Addison-Wesley, New York, 1967.
7. J. Erschler, G. Fontan, C. Merce et F. Roubellat, *A New Dominance Concept in Scheduling n Jobs on a Single Machine with Ready Times and Due Dates*, Operations Res., vol. 31, n° 1, 1983.
8. G. Fontan, *Notion de dominance et son application à l'étude de certains problèmes d'ordonnancement*, Thèse de Doctorat ès-Sciences, 1980, Université de Toulouse.
9. B. J. Lageweg, J. K. Lenstra et A. H. G. Rinnoy Kan, *Minimizing Maximum Lateness one One Machine : Computational Experience and Some Applications*, Statistica Neerlandica, vol. 30, n° 1, 1976, p. 25-41.
10. J. K. Lenstra et A. H. G. Rinnoy Kan, *Complexity of Machine Scheduling Problem*, Ann. Discrete Math., vol. 1, 1977, p. 343, 362.
11. G. McMahon et M. Florian, *On scheduling with Ready Times and Due Dates to Minimize Maximum Lateness*, Operations Research, vol. 23, n° 3, 1975, p. 475-482.
12. B. Roy, *Algèbre moderne et théorie des graphes*, tome 2, Éditions Dunod, Paris, 1970.