RECHERCHE COOPÉRATIVE SUR
PROGRAMME N° 25

LAURENT BAULIEU

Introduction à la quantification stochastique des théories de jauge et application à la gravité

Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg - RCP25, 1986, tome 36
« Conférences de : C. Bardos, L. Baulieu, H.J. Borchers, M. Dubois-Violette, P. Pansu et R. Stora », , exp. n° 4, p. 61-62
<http://www.numdam.org/item?id=RCP25_1986__36__61_0>

Laurent BAULIEU
(Laboratoire de Physique Théorique, Paris)

INTRODUCTION A LA QUANTIFICATION STOCHASTIQUE DES THEORIES DE JAUGE ET APPLICATION A LA GRAVITE.

Dans une approche non perturbative, il n'est pas clair que la méthode standard de quantification des théories de jauge, pourtant bien comprise en théorie des perturbations, ne mène pas à des contradictions. La raison en est l'ambiguïté de Gribov, c'est-à-dire le fait que la condition de jauge ne fixe pas la jauge de façon unique pour les grandes valeurs du champ. Pour contourner ce problème, Parisi et Wu ont proposé d'étendre aux théories de jauge la méthode de quantification stochastique assez largement étudiée dans le cas des théories scalaires[1)]. Ils ont postulé que toute quantité invariante de jauge pouvait s'obtenir par relaxation à l'équilibre d'un processus stochastique, dépendant d'un paramètre de temps artificiel. L'équation gouvernant ce phénomène de relaxation est analogue à celle qui régit un mouvement brownien soumis à une force de rappel. En l'occurence la force de rappel ne dépend que du lagrangian classique de la théorie de jauge. Il existe un fort parallèle entre cette méthode et celle que l'on utilise dans les programmes de Monte Carlo de simulation des théories de jauge. Son intérêt, en plus d'éclairer la quantification sous un jour nouveau, est d'éviter d'avoir à fixer la jauge pour le calcul des quantités invariantes de jauge. On échappe de la sorte à l'ambiguïté de Gribov pour les calculs non perturbatifs.

La différence de formulation entre la quantification stochastique et la quantification standard est telle qu'il n'est pas du tout évident que l'application de ces deux méthodes en théorie des perturbations aboutisse au même résultat. De plus, la méthode stochastique semble tout à fait mal adaptée aux développements perturbatifs. Elle conduit à une diagrammatique si compliquée que même les tentatives de comparaison avec la quantification standard sur des exemples simples n'ont pas abouti. On peut cependant formellement démontrer qu'il y a effectivement équivalence entre les deux méthodes, modulo certains points de rigueur. Pour cela, on observe qu'il est possible de modifier la force de rappel qui régit le processus stochastique sans que le résultat du phénomène derelaxation pour une quantité invariante de jauge soit affecté. Puis, pour chaque choix de jauge dans la méthode de quantification conventionnelle, on construit une force de rappel telle que la méthode stochastique aboutisse à un résultat d'expression identique à celui que fournit la méthode conventionnelle dans la jauge considérée[2]. La démonstration est en principe valable à tous les ordres de la théorie des perturbations, mais elle repose sur un théorème de convergence qui n'a été démontré que pour un nombre fini de degrés de liberté. On ignore donc si la preuve d'équivalence survit au problème de la renormalisation.

La quantification stochastique définit donc une dynamique non perturbative des champs de Yang-Mills, alternative à celle donnée par l'intégrale fonctionnelle. Les études récentes concernant la symmétrie BRS suggèrent que les fantômes de Faddeev-Popov ont une existence intrinsèque, indépendante du problème spécifique de fixage de jauge. Partant de cette constatation on peut poser la question de savoir si la dynamique des fantômes de Faddeev-Popov peut aussi être définie dans le cadre stochastique, et non pas seulement perturbativement. La réponse à cette question est positive: on peut écrire une équation de Langevin qui gouverne la dynamique du fantôme de Faddeev-Popov. La nature des équations obtenues est liée intimement aux propriétés cohomologiques de l'opérateur BRS.

Ces résultats se généralisent à d'autres théories de jauges. On aboutit ainsi à une description stochastique des théories de jauge des p-formes[5] et de la gravité[6] par un système d'équations de Langevin. Dans tous ces cas, on trouve simultanément les équations de Langevin des champs de jauge classiques et de leurs fantômes. La méthode repose sur l'hypothèse que l'évolution selon le temps stochastique commute avec les lois de transformations de jauge (c'est-à-dire de transformations BRS). Il est à noter que dans cette dérivation, qui est purement géométrique, la nature des sources stochastiques utilisées est indifférente.

REFERENCES

1) G. PARISI and X. WU, Sci. Sinica 24 (1981) 259; For a review see D. ZWANZIGER, Ericce lectures 1985; P.K. MITTER, Gift lectures 1985.
2) D. ZWANZIGER, Nucl. Phys. B 192 (1981) 259; L. BAULIEU, D. ZWANZIGER Nucl. Phys. B 193 (1982) 163
3) L. BAULIEU, Physics Report 126 C (1985) 1
4) L. BAULIEU, LPTHE preprint 85/34, à paraître dans Physics Lett. B.
5) L. BAULIEU, LPTHE preprint 85/42, à paraître dans Nucl. Phys. B.
6) L. BAULIEU, CERN preprint 4352/86 à paraître dans Phys. Lett. B.