R. GÉRARD

Notations et notions d'ordre général

Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg - RCP25, 1968, tome 5
« Théorie de Fuchs sur une variété analytique complexe », , exp. nº 1, p. VI-VII
<http://www.numdam.org/item?id=RCP25_1968__5__A2_0>

NOTATIONS ET NOTIONS D'ORDRE GENERAL

Dans toute la suite nous noterons :

D	: un disque du plan complexe centré à l'origine.
$\hat{D} = D - \{0\}$.	
$\mathfrak{D} = (\hat{D})^n \times D^{m-n}$	: (E^k désignant le produit cartésien de k exemplaires de l'ensemble E).
$\mathcal{M}(p,q,\mathbb{C})$	: l'espace vectoriel sur $\mathbb{C}$ des matrices à p lignes et q colonnes à coefficients complexes.
$\mathcal{M}(p,\mathbb{C}) = \mathcal{M}(p,q,\mathbb{C})$.	
$G\,1(p,\mathbb{C})$	: le groupe linéaire complexe d'ordre p .

Pour toute variété analytique complexe V , nous noterons :

$\mathcal{R}(V)$	: le revêtement universel de V .
ψ_V	: la projection canonique de $\mathcal{R}(V)$ sur V .
$\pi_1(V)$	: le groupe fondamental de V .
$\mathcal{H}(V)$	: l'anneau des fonctions holomorphes sur V .
$\mathcal{H}^{p\times q}(V)$	: l'espace vectoriel sur $\mathbb{C}$ des applications holomorphes de V dans $\mathcal{M}(p,q,\mathbb{C})$.
$\mathcal{H}_i^{p\times p}(V)$	: l'ensemble des éléments inversibles de $\mathcal{H}^{p\times p}(V)$.
$\Omega^{p\times p}(V)$	: l'ensemble des formes différentielles de degré 1 holomorphes sur V et à valeurs matricielles carrées d'ordre p .
$\mathcal{J}^{p\times p}(V)$	: l'ensemble des systèmes de Pfaff complètement intégrable de la forme $df = \omega f$ où $\omega \in \Omega^{p\times p}(V)$.

Le groupe $\pi_1(V)$ opère à gauche sur $\mathcal{R}(V)$; pour tout $Q \in \mathcal{R}(V)$ et $g \in \pi_1(V)$, nous noterons $g.Q$, le résultat de l'action de g sur Q . On appellera représentation canonique de $\pi_1(V)$ dans le groupe $\mathrm{AUT}\,(\mathcal{H}^{p\times p}(\mathcal{R}(V)))$

des automorphismes de $\mathcal{M}^{p\times q}(\mathcal{R}(V))$, l'application qui, à tout $g \in \pi_1(V)$, associe l'élément g^* de $AUT(\mathcal{M}^{p\times q}(\mathcal{R}(V)))$ défini par :

$$(g^* \Phi)(Q) = \Phi\,(g^{-1} \cdot Q) \quad \text{pour tout} \quad \Phi \in \mathcal{M}^{p\times p}(\mathcal{R}(V))$$
$$\text{et tout} \quad Q \in \mathcal{R}\,(V) \; .$$

Soit E un sous espace vectoriel de dimension finie q de $\mathcal{M}^{p\times 1}(V)$, si $(e) = (e_1, e_2, \ldots, e_q)$ est une base de E , on appelle <u>matrice associée</u> à (e) et on note T_e , l'application (holomorphe) de V dans $\mathcal{M}(p,q,\mathbb{C})$ définie par :

$$T_e(M) = (e_1(M)\;,\; e_2(M)\;, \ldots,\; e_q(M)) \quad \text{pour tout} \quad M \in V \; .$$

Si E est un sous espace vectoriel de dimension finie q de $\mathcal{M}^{p\times 1}(\mathcal{R}(V))$ et (e) une base de E , nous avons pour tout $g \in \pi_1(V)$

$$g^* \, T_e = T_e \, D_g \quad \text{où} \quad D_g \in Gl\,(q,\mathbb{C}) \; .$$

--ooOoo--