PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

RÉMI DUVERT

Une expérience menée auprès de professeurs de mathématiques sur les critères de rédaction d'une démonstration

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1998, fascicule S4
« Produire et lire des textes de démonstration », , p. 285-289
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998___S4_285_0>

UNE EXPERIENCE MENEE AUPRES DE PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES SUR LES CRITERES DE REDACTION D'UNE DEMONSTRATION

Rémi Duvert

L'objectif est de montrer l'hétérogénéité des représentations mentales des professeurs de mathématiques sur la notion de démonstration, et plus précisément sur les critères de réussite d'une "bonne" rédaction.

Au cours de divers stages de formation continue (MAFPEN) que j'ai animés, j'ai mis en place le scénario suivant :

- Annonce d'une "mise en situation de correction de copies d'élèves".

- Distribution à chacun de trois feuilles comprenant l'énoncé d'un problème et 9 productions d'élèves de 4ème (voir ci-après) ; consigne donnée : "noter sur 5 chacune de ces productions", sans autres précisions, sauf celle de procéder "comme vous faites d'habitude".

- Les participants, individuellement, écrivent leur série de notes sur un papier (anonyme) ramassé à la fin de cette phase ; ils peuvent écrire ce qu'ils veulent sur les feuilles distribuées (qu'ils gardent ensuite).

- "Dépouillement" des séries de notes (pendant une pause) sur un tableau à double entrée (n° de la production / notes de 0 à 5, par demi-point).

- Annonce des résultats (étendue des notes mises par le groupe, pour chaque production d'élève) ; cette étendue est souvent de 3 à 4 points (quelquefois les notes s'étalent même de 0 à 5...), ce qui surprend toujours un certain nombre de participants ; cela permet de donner un enjeu plus important à la phase suivante.

- Discussion sur cette hétérogénéité : certains "justifient" la note qu'ils ont mise à telle production, certains explicitent leur barème, voire leurs critères ; au-delà de la notation sur 5 des productions (qui n'est qu'un prétexte), cette discussion débouche sur une réflexion formatrice sur l'évaluation, sur les critères de réussite d'une démonstration (au sens de texte), mais aussi sur les "critères de réalisation" (comment trouver et bâtir une démonstration, au sens de raisonnement), et même (c'est un des buts de cette phase) sur la connaissance et l'appropriation de ces critères par les élèves.

On trouvera ci-joint un tableau récapitulatif des notes mises par 138 professeurs de mathématiques ; pour 7 productions sur 9, l'écart entre la note la plus basse et la note la plus haute est d'au moins 4 points (sur 5).

Notation (sur 5) de 9 productions d'élèves de quatrième

Résultats d'un ensemble de 138 correcteurs

(7 groupes différents de professeurs de mathématiques) (09.95 à 11.97)

	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
1	39	30	49	8	10	2					
2	9	9	27	7	37	8	28	4	7	2	
3	15	8	35	8	30	20	17	4	1		
4	4	1	18	11	35	17	24	5	18	3	2
5	2	1	10	1	16	13	33	19	31	8	4
6	51	42	37	3	4		1				
7	9	5	26	13	34	18	24	3	6		
8	2	1	2	1	1	4	14	12	40	25	36
9	34	19	42	7	17	9	7	2	1		

Nombre de correcteurs en fonction du total des points accordés aux 9 productions :

0		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11	
													1	1			3	1	2	1		5	1

12		13		14		15		16		17		18		19		20		21		22		23	
7	5	7	3	2	3	7	4	7	2	7	3	4	6	12	3	3		6	3	3	2	6	2

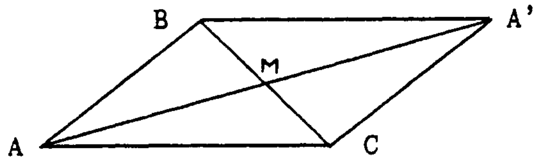
24		25		26		27		28		29		30		31		32		33		34		35	
4	3	3		2	1		1			1			1										

Moyenne : ≈ 17,409	Ecart-type : ≈ 4,887

Nom & prénom :	4°	Date : 12/93

ABC est un triangle ; M est le milieu de [BC] ; A' est le symétrique de A par rapport au point M.

Voici une figure possible :



On te demande de <u>démontrer</u> que ABA'C est un parallélogramme.

---------o---------

1

c'est un parallèlogramme car : [A B] et [A'C] sont parallèle. ainsi que [A C] et [B A']. il à aussi les diagonales qui se coupent en leur milieu (M) ensuite [B A'] et [a c] on la même mesure. et [A B] et [c A'] on aussi la même mesure. mais c'est aussi un parallèlogramme car c'est ècrit dans l'énoncé.

2

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.
A M : A M donc BM = CM donc ABAC est un parallélogramme.

3

ABA'C est un parallélogramme car :
[AB] parallèle à [A'C] - [BA'] parallèle à [AC].
Dans un parallélogramme <u>les cotés opposés sont parallèlent</u> (définition)
[A'C] est égal à [BA] - [BA'] ~~est~~ égal à [AC].
Dans un parallélogramme <u>les cotés opposés ont la même longueur.</u> ~~(définition)~~
M milieu de [BM] (énoncé) - M milieu de [A A'] (énoncé).
donc M milieu des diagonales [BC] et [AA'].
Dans un parallélogramme <u>les diagonales se coupent en leur milieu</u>. (définition).

<u>Conclusion</u> : <u>ABA'C</u> est un <u>parallélogramme</u> car il répond à <u>tous ces critère</u> qui font <u>partis de la définition d'un parallélogramme</u>

④

Démonstration

M est le milieu de [BC] → énoncé

A' est le symétrique de A par rapport au point M donc M milieu de [A A'] hyp

Les diagonales [AA'] et [BC] se coupent en un point commun M.

$\boxed{\text{THEOREME}}$: Si les diagonales se coupent en un point commun, alors c'est un parallélogramme.

- Étant donné que ABC est un triangle et que A' est le symétrique de A par rapport à M (→ énoncé) alors A' BC est aussi un triangle donc :

[AB] est parallèle à [A'C] et [BA'] est parallèle à [AC] et donc [BA] = [A'C] et [BA'] = [AC] alors :

$\boxed{\text{THEOREME}}$: Un quadrilatère ayant les cotés parallèles et de même longueur est un parallélogramme

$\boxed{\text{CONCLUSION}}$

ABA'C est un parallélogramme.

---

⑤

ABC est un triangle (c'est dans l'ennoncè). M est le millieu de BC (c'est dans l'ennonce) A' est le symetrique A par rapot a M. la droite A' A est coupe en son millieu par M car M est le point de symetrie de A'A et que AM = A'M. M est le millieu de BC et de A'A et on suit que dans un parallelograme les diagonales ~~sont de même longeur longeurs~~ se coupent en leur millieux. ou de AA et BC sont les diagonale de ABA'C et qu'elle se coupent en leur millieux alors ABA'C est un parallelograme

---

⑥

Définition d'un parallélogramme

le parallélogramme ABA'C à ses diagonales qui se coupe en leur milieu, il a 2 côtés de même longueur et a deux côtés parallèles.

(7) ABA'C est un parallélogramme parce que c'est diagonales se coupent en leur milieu.
AC // BA' et CA // A'B
AB // CA' et BA // A'C.
M est le point de rencontre des diagonales du parallélogramme ABA'C.
M milieu de [AA']
M milieu de [BC] (énoncé)
M milieu du parallélogramme ABA'C.
donc ABC est un triangle et A' symétrique de A par rapport au point M alors ABA'C est un parallélogramme.

---

(8) Hypothèse : ABC et triangle, M et le milieu de [BC] est A' le symétrique A par rapport a M.

Conclusion : ABA'C parallélogramme

Démonstration : Si ABC est un triangle que M est le milieu de [BC] et que A' est le symétrique de A par rapport a M. Alors [AM] est égale a [MA'].

énoncé

Donc si M est le milieu de [BC] M sera alors le milieu des deux diagonales

définition

Or Dans un parallélogramme les diagonales sont concourante en un même point et ce même point est le milieu des diagonales

Donc ABA'C est un parallélogramme

---

(9) ABC est un triangle, M est le milieu de [BC], A est symétrique de A'. M est le milieu de [BC] et [AA'], B est le symétrique de C. ABC est un triangle et M est le milieu de A par rapport à (BC), A'BC est un triangle et M est le milieu de A' par rapport à (BC). AB = 2,7 cm ; AC = 3,6 cm ; BC = 2,4 cm CA' = 2,7 cm ; BA' = 3,6 cm. M est le milieu de ABA'C donc ABA'C est un parallélogramme.