ISABELLE BECK

Une approche linguistique de textes de raisonnement

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1998, fascicule S4
« Produire et lire des textes de démonstration », , p. 1-22
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998___S4_1_0>

UNE APPROCHE LINGUISTIQUE DE TEXTES DE RAISONNEMENT

Isabelle Beck

Le thème de ce colloque concernant le **texte** de démonstration offre un nouvel objet commun pour des recherches concernant l'enseignement des mathématiques et la linguistique.

Jusqu'à présent, les travaux associant ces deux domaines concernaient plutôt des mots ou des phrases, en particulier les recherches liées au départ à l'enseignement du français à des étrangers venant étudier les mathématiques en France : on a, dans ce cadre, procédé à un inventaire du lexique général utilisé dans les textes scientifiques[1], et des constructions de phrases fréquentes dans ces mêmes textes. Des recherches plus récentes[2] ont porté sur le fonctionnement des termes scientifiques qui, en raison de leur tendance à la monosémie, c'est-à-dire à n'avoir qu'un seul sens, se distingue de l'usage courant du lexique qui repose sur la polysémie des mots. Il faut noter à part les recherches sur les connecteurs, de l'équipe réunie autour de d'O. Ducrot au début des années 1970[3], rapprochant étude des raisonnements dans les textes littéraires et théorie des ensembles.

Pendant toutes ces années, l'intérêt de la linguistique s'est porté de plus en plus non sur la langue en tant que telle mais sur ses utilisations. On ne part plus d'exemples fabriqués par les linguistes mais on essaie de comprendre ce qui se passe dans les différents usages de la langue. Les mathématiques dans ce cadre sont un exemple parmi d'autres d'utilisation réelle de la langue, dont les spécificités peuvent permettre d'apporter un éclairage singulier sur des phénomènes linguistiques éventuellement à l'œuvre dans d'autres domaines.

D'autre part, la linguistique, dépassant le cadre de la phrase, a étudié des "textes", oraux ou écrits. On peut regrouper les questions qui se posent autour de trois directions. Tout d'abord, quelles sont les caractéristiques d'une suite de phrases qui font qu'on la reconnaît comme du texte, et non comme une suite incohérente de phrases ? Autre direction : y a-t-il plusieurs manières de produire du texte, c'est-à-dire des "types de textes" auxquels correspondraient des ensembles plus ou moins spécifiques de caractéristiques linguistiques ? Ce domaine de recherches a une assez grande influence sur la conception des programmes récents d'enseignement du français. Enfin, un certain nombre de travaux s'intéressent davantage à ce qui fait d'un texte une totalité, ce qui permet d'en reconnaître l'unité et la complétude. Pour tous ces domaines, les textes de géométrie peuvent constituer des exemples à étudier.

Pour aujourd'hui, nous observerons un petit nombre de textes de démonstration, pris au hasard dans différents manuels de collège et dont les caractéristiques linguistiques ont été relevées de manière systématique. En les comparant à celles de quelques autres

---

[1] PHAL A. : Vocabulaire général d'orientation scientifique (Part du lexique commun dans l'expression scientifique, paris, Credif)

[2] GENTILHOMME Y. (1984) : Les faces cachées du discours scientifiques (Langue française n°92).

[3] Groupe INRDP "Logique et Langage" (1976) : Enseignement du français et enseignement des mathématiques (Recherches pédagogiques n°56)

textes, nous pourrons faire quelques remarques et comprendre en quoi les textes de géométrie sont très particuliers, à la fois en ce qui concerne sommairement parlant ce qui est dit dans le texte, le dictum, et ce qui concerne la façon dont le locuteur se situe par rapport à ce *dictum*, le *modus*. Pour compléter ces remarques, nous regarderons quels moyens linguistiques chacun des textes d'exemples met en œuvre pour exprimer l'organisation logico-déductive de propositions qui lui correspond.

I. Les points de départ de ce travail

L'ensemble des remarques qui seront proposées ici repose sur le relevé d'un certain nombre de caractéristiques linguistiques, fait à partir de quelques textes d'exemples. C'est pourquoi nous présenterons d'abord brièvement ces textes, puis les relevés effectués.

I.1 Les textes

Les textes de démonstration ont été choisis au hasard, à un niveau suffisamment élémentaire pour être abordables par un non-spécialiste. Ces exemples n'ont aucune prétention de représentativité. Cependant, publiés dans des manuels scolaires, ils sont d'une certaine manière offerts en "modèles" aux élèves. Il aurait sans doute été intéressant de comparer différents textes d'une même démonstration, issus de plusieurs manuels, mais les auteurs ne présentent pas les mêmes exemples. Voici les cinq textes, tous destinés à la classe de quatrième et issus des derniers manuels publiés à ce niveau.

Exemple 1

Il s'agissait de démontrer que si un point A est sur le cercle de diamètre BC, le triangle ABC est rectangle en A .

Démonstration

Soit un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre BC. Le milieu O du segment BC est alors le centre de $\mathscr{C}$.

° Si A est un point de $\mathscr{C}$ autre que B ou C, on a OA = OC.

Le point O appartient donc à la médiatrice du segment AC.

Si on appelle I le milieu du segment AC, on peut donc dire que les droites OI et AC sont perpendiculaires.

° Dans le triangle CAB, la droite OI joint les milieux de deux côtés ; elle est donc parallèle à la droite AB (propriété des milieux d'un triangle).

La droite AB qui est parallèle à la droite OI est donc perpendiculaire à la droite AC ; l'angle BAC est donc un angle droit.

HACHETTE : Manuel de 4è - 1988 - page 145

Exemple 2

Le problème était : "Tracer un parallélogramme ABCD et placer un point E tel que le quadrilatère CDBE soit un parallélogramme. Démontrer que le point B est le milieu du segment [AE]".

On sait que les quadrilatères ABCD et CDBE sont des parallélogrammes.

Or dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles, donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles et les droites (BE) et (DC) sont parallèles.

Or, deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles.

Donc les droites (AB) et (BE), parallèles à (DC), sont parallèles.

De plus, elles ont un point commun : B.
Elles sont donc confondues et les points A, B et E sont alignés.
Il faut maintenant démontrer que AB = BE.
On sait que les quadrilatères ABCD et CDBE sont des parallélogrammes.

Or, dans un parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur, donc :
DC = AB et DC = BE d'où : AB = BE.

Puisque A, B et E sont alignés et que AB = BE, le point B est le milieu du segment [AE] .
BELIN : Manuel de 4è - 1992 - pages 156 à 157

Exemple 3
Il s'agissait de "savoir utiliser le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle".
"Le triangle ABC est rectangle en A ; le point E appartient au segment AC ; le point F est le milieu du segment BC ; le point D est le milieu du segment EB. Démontrer que la droite DF est la médiatrice du segment AB.

Solution

1) **Le triangle ABC est rectangle en A ; le point F est le milieu du côté BC.**
J'utilise le théorème :
"Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets."
J'en déduis que : FA = FB = FC.
2) **De même, le triangle BAE est rectangle en A et le point D est le milieu du segment EB.**
J'en déduis, en utilisant le même théorème, que :
DA = DB = DE.
3) **Je sais maintenant (conclusions 1° et 2°) que :**
FA = FB et DA = DB.
J'utilise la propriété de la médiatrice d'un segment :
"Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment."
J'en déduis que F et D appartiennent à la médiatrice du segment AB, donc que la droite DF est la médiatrice du segment AB.

ISTRA : Manuel de 4è - 1992 - page 120

Exemple 4
Il s'agissait d'un exercice résolu dont l'énoncé était : "$\mathscr{C}$ est un cercle de centre O. E et F sont deux points de $\mathscr{C}$ non diamétralement opposés. I est le milieu de [EF]. La droite (OI) recoupe le cercle en deux points C et B. Par C on mène la droite d parallèle à (EF). Démontrer que d est tangente au cercle $\mathscr{C}$."

Rédiger la solution
O est le centre du cercle $\mathscr{C}$, I est le milieu de la corde [EF] de ce cercle. Donc les droites (OI) et (EF) sont perpendiculaires.
C appartient à la droite (OI), donc les droites (OC) et (EF) sont perpendiculaires.
On sait, de plus, que les droites d et (EF) sont parallèles. Lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, donc les droites d et (OC) sont perpendiculaires.
Puisque C est un point du cercle, d est tangente en C à ce cercle.
NATHAN : Transmath 4è - 1992 - page 65

Exemple 5

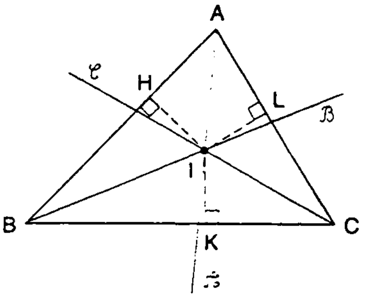
... démonstration

Soit un triangle ABC.
Démontrer que ses bissectrices sont concourantes

REMARQUES GÉNÉRALES

On nomme les objets (ici les bissectrices) qui interviennent dans la démonstration.

Désignons par
$\mathcal{A}$ la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$,
$\mathcal{B}$ celle de l'angle $\widehat{B}$ et
$\mathcal{C}$ celle de l'angle $\widehat{C}$.



Il suffit donc de trouver un point situé sur les trois droites $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$.
Pour cela, on démontre que le point commun à $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ appartient aussi à $\mathcal{A}$.

Conclusion
$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ sont concourantes.

Démonstration
Soit I le point commun de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{B}$.
Soit H, L, K les projections orthogonales de I sur (AB), (AC), (BC).
On sait que tout point de la bissectrice d'un angle est équidistant des côtés de l'angle.
Or I appartient à $\mathcal{B}$ donc
IH = IK.
De plus I appartient à $\mathcal{C}$ donc
IK = IL.
D'où IH = IL.
Mais tout point équidistant des côtés d'un angle appartient à la bissectrice de l'angle.
Donc I appartient à $\mathcal{A}$.

Par suite, $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ sont concourantes en I.

HATIER : Manuel de 4è - 1992 - page 221

Afin de disposer d'éléments de comparaison pour les caractéristiques linguistiques de ces textes, les mêmes relevés ont été faits sur d'autres textes de raisonnement, mais hors du domaine de la géométrie, des **textes d'argumentation**. Il s'agit de trois textes souvent lus aussi en 4è-3è :

Un extrait de roman policier souvent apprécié à ce niveau

Pas d'erreur possible ! La première chose que j'ai remarquée en arrivant là-bas c'est que les roues d'une voiture avaient creusé deux ornières près de la bordure du trottoir ; or, jusqu'à la nuit dernière, nous n'avions pas eu de pluie depuis une semaine; par conséquent, les roues qui ont laissé une empreinte si profonde ont dû passer la nuit dernière. Il y avait aussi la marque des sabots ; le dessin de l'un d'eux était net ; le fer était donc neuf. Puisque le fiacre était là quand il pleuvait et que, d'après Gregson, on ne l'a pas revu de la matinée, il faut donc qu'il ait amené de nuit ces deux individus.

Conan Doyle : Une étude en rouge - édition Folio-junior - 1994 - page 48

Un extrait de *Sciences et Vie Junior* sur la mort de Mozart, repris dans un manuel de français comme exemple de texte explicatif (Tout le monde n'a pas des critères très précis et concordants pour distinguer argumentation et explication)

1 - Dès le lendemain du décès une rumeur court dans Vienne.

2 - Mozart a été empoisonné.

3 - Le coupable est nommé :

4 - Antonio Salieri, compositeur et chef d'orchestre de sa majesté Joseph II, empereur d'Autriche.

5 - Le mobile ?

6 - La jalousie d'un compositeur médiocre qui supportait mal l'éclatant génie de son rival.

7 - L'arme du crime ?

8 - Le mercure, un poison à action lente très en vogue au dix-huitième siècle.

9 - Plus tard Constance, la propre femme de Mozart, révélera que son mari savait qui voulait l'éliminer et comment.

10 - Alors la mort de Mozart, un crime parfait ?

11 - Tant pis pour les amateurs de polar

12 - mais l'empoisonnement de Mozart n'est qu'une légende.

13 - D'abord parce que l'un des deux médecins, le docteur Sallaba, plus tard patron de l'Hôpital Général de Vienne, était un spécialiste de médecine criminelle.

14 - Un empoisonnement lui aurait difficilement échappé

15 - et il aurait ordonné une autopsie, ce qu'il n'a pas fait.

16 - Ensuite ce que l'on sait des symptômes de Mozart ne cadre pas avec certains effets du mercure.

17 - Aucune hallucination :

18 - Mozart reste lucide presque jusqu'à la fin

19 - et travaille même à l'achèvement de son célèbre Requiem.

20 - Pas trace non plus des tremblements caractéristiques de l'empoisonnement mercuriel :

21 - l'écriture du musicien reste inchangée.

Juan Lopez : Science et Vie Junior n°27 - juin 1991
(cité dans Lire à Loisir 4è - Nathan 1992 - page 44)

Un texte célèbre extrait de Candide de Voltaire

1 - Messieurs, vous comptez donc manger aujourd'hui un jésuite :

2 - C'est très bien fait ;

3 - rien n'est plus juste que de traiter ainsi ses ennemis.

4 - En effet le droit naturel nous enseigne à tuer notre prochain,

5 - et c'est ainsi qu'on en agit dans toute la terre.

6 - Si nous n'usons pas du droit de le manger, c'est que nous avons ailleurs de quoi faire bonne chère ;

7 - mais vous n'avez pas les mêmes ressources que nous ;

8 - certainement il vaut mieux manger ses ennemis que d'abandonner aux corbeaux et aux corneilles le fruit de sa victoire.

9 - Mais, Messieurs, vous ne voudriez pas manger vos amis.

10- Vous croyez aller mettre un jésuite en broche,

11- et c'est votre défenseur,

12- c'est l'ennemi de vos ennemis que vous allez rôtir.

13- Pour moi, je suis né dans votre pays ;

14- monsieur que vous voyez est mon maître

15- et, bien loin d'être jésuite, il vient de tuer un jésuite,

16- il en porte les dépouilles :

17- voilà le sujet de votre méprise.

18- Pour vérifier ce que je vous dis, prenez sa robe,

19- portez-la à la première barrière du royaume de Los Padres ;

20- informez-vous si mon maître n'a pas tué un officier jésuite.

21- il vous faudra peu de temps ;

22- vous pourrez toujours nous manger si vous trouvez que je vous ai menti.

23- Mais, si je vous ai dit la vérité, vous connaissez trop les principes du droit public, les mœurs et les lois, pour ne pas nous faire grâce.

VOLTAIRE : Candide

Les textes d'argumentation étant extrêmement variés, ces exemples peuvent encore moins que ceux de démonstration prétendre à une représentativité. Mais les comparaisons entre ces différents textes peuvent permettre des observations intéressantes.

La délimitation de ces "textes" pose aussi un certain nombre de problèmes. Si tout lecteur est capable de reconnaître qu'une suite de phrases est cohérente et forme donc DU texte, il est beaucoup plus difficile de définir ce qu'est UN texte, considéré comme une unité complète.

Dans un premier temps, on peut admettre comme un texte un ensemble de phrases présenté comme un tout par son auteur, qui le signale au moyen de différents procédés de mise en page. Ainsi les cinq "textes" de géométrie étaient soit encadrés, soit au moins séparés du reste de la page par des blancs, et annoncés par un titre.

Les trois "textes" d'argumentation n'étaient pas du tout délimités ainsi. Il s'agit non de textes, mais "d'extraits". Seul le texte de Voltaire constitue une sorte de totalité définie par son auteur, dans la mesure où il constitue le discours complet d'un personnage du conte, ce que l'auteur signale par l'usage des guillemets au début et à la fin.

Le texte extrait du roman de Conan Doyle est aussi délimité comme l'intervention d'un personnage, mais cette intervention répond à celle d'un autre personnage qui demandait comment Scherlock Holmes pouvait être sûr de ce qu'il venait d'affirmer : qu'il y avait eu un assassinat, et que le meurtrier était venu avec sa victime, dans un fiacre, tiré par un cheval ayant un fer neuf à la patte antérieure droite. La première phrase "Pas d'erreur possible !" comporte de l'implicite qu'on rétablit quand on connaît ces interventions précédentes. Cette intervention ne constitue pas un discours complet comme le texte de Voltaire.

Comme le montre la reproduction de la page suivante, le "texte" retenu comporte deux des paragraphes de la page en écartant les suivants. La présence du signe (...) qui signale un passage du texte original passé sous silence pousse en ce sens. Mais ce qui a conduit à délimiter ainsi le "texte", ce sont moins les marques extérieures que l'observation du thème des phrases. Les deux premiers paragraphes font référence à une théorie concernant la mort de Mozart alors qu'à partir du troisième paragraphe il s'agit d'une autre théorie. Les deux premiers paragraphes forment donc une unité ayant une cohérence thématique.

Qui a tué Mozart ?

Dans la nuit du 5 décembre 1791, le petit homme espiègle[1] et triste mourait à Vienne dans l'indifférence générale. Il avait trente-six ans à peine. L'humanité perdait un génie de la musique. Mais l'histoire, elle, gagnait une nouvelle énigme : de quoi Mozart est-il mort ?

Dès le lendemain du décès, une rumeur court dans Vienne : Mozart a été empoisonné. le coupable est nommé : Antonio Salieri[2], compositeur et chef d'orchestre de Sa Majesté Joseph II, empereur d'Autriche[3]. Le mobile ? La jalousie d'un musicien médiocre qui supportait mal l'éclatant génie de son rival. L'arme du crime ? Le mercure, un poison à action lente très en vogue au XVIII[e] siècle. Plus tard. Constance, la propre femme de Mozart, révélera que son mari savait qui voulait l'éliminer et comment. Alors, la mort de Mozart, un crime parfait ?

Tant pis pour les amateurs de polars[4], mais l'empoisonnement de Mozart n'est qu'une légende. D'abord parce que l'un de ses deux médecins, le docteur Sallaba, plus tard patron de l'Hôpital Général de Vienne, était un spécialiste de médecine criminelle. Un empoisonnement lui aurait difficilement échappé, et il aurait ordonné une autopsie[5], ce qu'il n'a pas fait. Ensuite, ce que l'on sait des symptômes de Mozart ne cadre pas avec certains effets du mercure. Aucune hallucination : Mozart reste lucide presque jusqu'à la fin et travaille même à l'achèvement du célèbre *Requiem*. Pas trace non plus des tremblements caractéristiques de l'empoisonnement mercuriel : l'écriture du musicien reste inchangée. (...)

Certains biographes de Mozart suggèrent un coupable de rechange, qui serait indirectement responsable de la mort du musicien : Léopold. son propre père. Un travail excessif. une discipline impitoyable. un mode de vie inadapté auraient précocement ruiné la santé de Wolfgang. Bref. un père ambitieux qui exploite à son profit le génie de son enfant. Un scénario banal dans le monde du sport et du show-biz... (...)

Alors, Léopold, père indigne ? Pas vraiment. car ses leçons de musique ont permis au génie de son fils de s'exprimer. Et Wolfgang n'a jamais

Mais si on applique ce critère de la cohérence thématique à la délimitation des textes de démonstration, on s'aperçoit que celle-ci devient beaucoup moins nette. Par exemple, dans le texte Hachette, les objets dont parle le texte "démonstration" sont liés à ceux dont parle le texte immédiatement précédent intitulé "théorème". Faut-il les considérer comme un seul texte, la "démonstration" étant celle du "théorème" ?

D'autre part, ce texte Hachette commence par énoncer ce que dans d'autres pages de manuels on appelle "données du problème" et qu'on regroupe alors en dehors du texte intitulé "démonstration". C'est le cas du manuel Hatier dont nous avons reproduit la page. On constate aussi que dans ce manuel la "conclusion" peut être énoncée à part. Dans certains manuels, elle peut même ne pas être reprise à la fin du texte "démonstration". En fait, il y a deux titres "démonstration" sur la page du manuel Hatier... et où placer ce qui est intitulé "remarques générales" ?

Cette question de la délimitation des textes dépasse le cadre de ce travail, mais elle se pose certainement pour les enseignants dans la mesure où il n'est pas sûr que les élèves sachent délimiter ce que l'on attend d'eux comme "texte" de démonstration.

I.2 Les caractéristiques linguistiques

Pour procéder à un relevé des caractéristiques linguistiques de ces huit textes, il était d'abord nécessaire de les découper en **phrases**. Cette délimitation aussi pose des problèmes car on peut avoir recours à différentes définitions de la phrase. La "phrase graphique", délimitée par une majuscule au début et une ponctuation forte à la fin, non seulement ne tient pas compte de l'oral, mais reste incertaine à l'écrit comme nous le verrons en nous intéressant à la ponctuation des textes de démonstration.

L'unité retenue ici est celle de la "phrase syntaxique" : tous les mots ayant entre eux des relations de dépendance syntaxique forment une phrase. Si on revient aux formulations de la grammaire scolaire, une proposition principale et une proposition subordonnée (**"Lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre."**) forment une seule phrase syntaxique, alors que deux propositions coordonnées (**"C appartient à la droite (OI), donc les droites (OC) et (EF) sont perpendiculaires"**) constitueront deux phrases syntaxiques. Le texte de Voltaire a été cité plus haut découpé en phrases syntaxiques.

Les caractéristiques de ces phrases ont été classées en deux grandes catégories qui peuvent être appeler *dictum* et *modus.*[1]

Toute phrase fait référence à des objets, réels ou fictifs, et énonce des relations entre eux. C'est son "contenu propositionnel", son ***dictum*** .

Mais une phrase est aussi énoncée par un locuteur qui va situer ce dictum par rapport aux circonstances dans lesquelles il l'énonce, qui va faire de ce dictum une question ou une affirmation, qui va prendre éventuellement position par rapport à ce dictum, le présentant comme une certitude ou comme une simple possibilité, par exemple. Il va lui donner un rôle dans l'ensemble de son discours. Ce sont les caractéristiques linguistiques correspondant à cette prise en charge du discours par son locuteur qui seront regroupées sous le terme ***modus***.

Pour le *dictum* seront relevées toutes les expressions servant à désigner les objets dont on parle, en les classant en colonnes suivant leur rôle dans l'organisation de la phrase commandée par le verbe : agent, localisation, instrument, etc., selon des catégories abstraites correspondant à ce qu'on appelle "la grammaire casuelle". Les catégories présentes dans les textes de géométrie sont si peu nombreuses qu'il n'est pas nécessaire de présenter ici cette théorie pour les comprendre.[2]

---

[1] Cf. DUCROT O. et TODOROF T. (1972, page 393)

[2] Cf. SOULE-BECK I. (1994, page 18-24)

Pour le *modus* , on relèvera pour chaque phrase personne, temps, mode et voix du verbe. On notera si elle est affirmative, interrogative ou autre et les "modalisations" qui expriment éventuellement comment l'énonciateur se situe par rapport à son énoncé, par exemple l'auxiliaire de mode "pouvoir" dans **"On peut dire que les droites OI et AC sont perpendiculaires."** Et enfin les connecteurs-organisateurs comme "donc", "mais", etc.

Voici maintenant les remarques qu'ont permises ces relevés.

II. Un champ très restreint du domaine sémantique

Si on observe les caractéristiques du dictum, à l'évidence les textes de démonstration utilisent une part extrêmement limitée des possibilités linguistiques, que ce soit au niveau du lexique, ou au niveau de l'organisation de la phrase.

II.1 Deux domaines sémantiques

Le **lexique** utilisé a trait à deux domaines. Il comporte essentiellement des termes désignant des objets géométriques (point, triangle, bissectrice...) ou des propriétés (concourantes, perpendiculaires...). Les quelques exceptions dans l'ensemble des 5 textes concernent toutes des activités intellectuelles, qu'elles soient de type géométrique - **démonstration ou démontrer** (3)[1], **théorème** (2) - ou plus générales - **conclusion** (2), **rédiger la solution** (3), **savoir** (4), **déduire** (2), **désigner** ou **appeler** (2) , **écrire, dire, utiliser la propriété**.

Une lecture rapide des textes d'argumentation pris en exemples montre évidemment qu'au contraire les domaines auxquels a trait leur lexique sont multiples.

A ces deux catégories de lexique correspondent en première approche deux catégories de phrases. A côté d'un certain nombre de phrases exprimant des activités intellectuelles, la très grande majorité des phrases de ces textes de démonstration expriment une **relation statique** entre un objet et un autre objet (**"O est le centre du cercle C"**), ou entre plusieurs objets (**"d est tangente en C à ce cercle"**). Elles s'organisent autour du verbe "être", "appartenir à" ou du signe =. On trouve une fois le verbe "joindre" (**"la droite OI joint les milieux de deux côtés"**, Hachette) qui dans ce contexte perd tout sens d'action.

Dans les textes argumentatifs, les relations statiques sont présentes aussi : **"Le dessin de l'un d'eux était net."** (Conan Doyle), **"l'empoisonnement de Mozart n'est qu'une légende"** (Science et Vie), **"Monsieur que vous voyez est mon maître."** (Voltaire) mais en proportion beaucoup moins importante. Les mondes représentés font intervenir des agents pour des actions (**"mon maître a tué un officier jésuite"**) ; les phénomènes observés ont des causes matérielles et se localisent dans le temps.

Cette réduction à l'expression de relations statiques entre objets géométriques, d'une part, et d'un petit nombre d'activités intellectuelles, d'autre part, se retrouve dans l'ensemble des textes d'un chapitre de manuel scolaire de géométrie que nous avons étudiés par ailleurs[2].

Mais, dans ce dernier texte, la proportion entre elles était inversée, c'est-à-dire que les activités dominaient par rapport aux relations statiques entre objets et étaient plus

---

[1] Les chiffres entre parenthèses indiquent le nombre d'occurrences dans l'ensemble des cinq textes.

[2] Cf. SOULE-BECK I. (1994, page 33-34)

variées ; c'étaient très souvent des activités de construction de figure. Deux pages intitulées "activités" étaient beaucoup plus riches sémantiquement : elles contenaient des actions portant sur un monde autre que purement géométrique, dans lequel interviennent des agents qui utilisent des objets matériels et poursuivent un but.

II.2 Prédominance des relations statiques entre objets géométriques

Si on appelle R une relation statique entre des objets géométriques, on constate que bon nombre de phrases expriment simplement une relation R, comme celles que nous avions citées en exemples : "O est le centre du cercle C" ou "la droite OI joint les milieux de deux côtés." Mais nous allons montrer que parmi les autres phrases un certain nombre expriment aussi avant tout une relation R.

Prenons comme exemple le texte Belin. A part les phrases correspondant à une proposition R, on trouve deux phrases : **"Il faut démontrer que R"** et **"On sait que R"**.

Les deux verbes appartiennent au domaine de l'activité intellectuelle, mais ils ne fonctionnent pas de la même façon. Pour se rendre compte de leur différence de fonctionnement, comparons d'abord :

a/ **"On sait que les quadrilatères ABCD et CDBE sont des parallélogrammes."**

b/ **"ABCD et CDBE sont des parallélogrammes."**

Les deux phrases comportent exactement la même affirmation, mais dans b le statut de cette affirmation est implicite.

Comparons maintenant :

a/ **"Il faut démontrer que AB = BE."**

b/ **"AB = BE."**

Cette fois, on s'aperçoit que ce qui est escamoté dans l'affirmation b, à savoir la nécessité d'une démonstration, constitue justement le contenu de l'affirmation a. On ne peut pas considérer la nécessité de la démonstration comme implicite dans b ; au contraire, si on ne précise pas davantage, b correspond à l'affirmation de l'égalité.

Ainsi, certains verbes comme "on sait que" n'appartiennent pas au *dictum* proprement dit : ils servent à expliciter le statut des affirmations. Il s'agit ici d'un emploi particulier du verbe "savoir". Au contraire, dans une phrase comme celle du texte sur la mort de Mozart, **"son mari savait qui voulait l'éliminer et comment"**, le verbe "savoir" ne sert pas à expliciter la position de l'énonciateur par rapport à son énoncé mais fait partie de l'énoncé lui-même. Dans les textes de démonstration, le verbe "savoir" appartient au *modus*.

Il en est de même de certaines phrases où le verbe principal explicite l'acte de parole accompli en énonçant la phrase. On en trouve deux séries d'exemples :

- Dire **"Désignons par A la bissectrice de l'angle Â"** (Hatier), **"On appelle I le milieu du segment AC"** (Hachette) ou **"O est le centre du cercle c"** (Nathan), c'est toujours accomplir un acte de dénomination, un acte de baptême, acte qui est explicité par "désignons" ou "on appelle" et implicite dans la troisième phrase.
- De même écrire **"j'en déduis que FA = FB = FC"** (Istra), c'est accomplir cette déduction.

C'est ce qu'on appelle un emploi performatif du verbe[1]. L'affirmation est alors obligatoirement au présent, temps de l'énonciation.

Au contraire le verbe "démontrer" n'est pas susceptible d'un emploi performatif. Affirmer "Je démontre que R" ne sera jamais équivalent à démontrer R.

---

[1] Cf. DUCROT O. et TODOROV T. (1972, page 247)

Ainsi, dans tous ces exemples, seul le *dictum* de la phrase **"il faut maintenant démontrer que R"** ne correspond pas simplement à l'énoncé d'une relation R. On peut associer cette phrase à celles des titres : **"rédiger la solution"** ou **"je rédige la solution"**. Ces propositions décrivent l'activité de démonstration ou ses composants et annoncent qu'il faut regrouper un ensemble de phrases, en désignant l'activité géométrique dont cet ensemble est la réalisation. Mais le plus souvent pour accomplir cette fonction le titre se limite à un groupe nominal : **"démonstration"**, **"solution"**, **"ce que l'on écrit"**.

S'y ajoutent cependant (dans le texte Istra) les phrases **"J'utilise le théorème"** ou **"j'utilise la propriété"** qui énoncent l'activité correspondant uniquement à la phrase suivante et non à un ensemble de phrases.

Le tableau suivant résume le contenu sémantique des cinq textes de démonstration. Il montre que les relations R, exprimant une relation statique entre des objets géométriques, constituent le contenu sémantique de la presque totalité des phrases dans les textes eux-mêmes.

Dans cette catégorie, j'ai relevé à part une catégorie de phrases qui expriment non une relation R mais une relation entre des relations R. Il s'agira de ce fait, en général, de phrases complexes au point de vue syntaxique comme **"Si on appelle I le milieu du segment AC, on peut dire que les droites OI et AC sont perpendiculaires."** (Hachette) ou **" Lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre."** (Nathan). On notera qu'il peut y avoir en ce cas explicitation de caractéristiques du modus ("on appelle", "on peut dire que") ou pas.

Contenu Sémantique des Phrases

		Exprimant des relations R				Activités intellectuelles	
	Nombre de phrases	Relation R seulement	Relation R + Expression du *modus*	Relation entre les relations	Total dans le texte	Dans le texte	dans les titres (ou sous-titres)
Hatier	15	11	2 "désignons..." "On sait que R"		13		2
Nathan	10	7	1 "On sait que R"	2 "Lorsque R_1, R_2" "Puisque R_1, R_2"	9		1
Belin	18	12	2 "On sait que R"	1 "Puisque R_1et R_2, R_3"	15	1 "Il faut démontrer que R"	2
Istra	13	6	4 "J'en déduis que R" "Je sais que R" "On appelle..."		10	2 "J'utilise le théorème	1
Hachette	10	7		2 "Si R_1, on a R_2" "Si R_1, on peut dire que R_2"	9		1
Total	66	43	9	4	56	3	7

Il faut noter que les phrases exprimant des relations entre des relations, de même les phrases correspondant à R + une explicitation du *modus*, sont rares dans un chapitre de manuels de géométrie, en dehors justement des textes de démonstration et des textes de théorèmes. On les trouve alors pratiquement toujours dans les questions des textes d'exercices, par exemple cette question portant sur une relation entre des relations : **"Si le point M décrit la perpendiculaire en A à OA, que décrit le centre du cercle qui passe par O, A, D, C et M ?"**.[1]

II.3 Spécificité du fonctionnement sémantique des textes de démonstration

Pour qu'il y ait texte et cohérence textuelle, il faut que la répétition d'éléments identiques permette justement d'appréhender la cohérence de l'ensemble ; c'est ce que Charolles appelle le respect d'une "métarègle de répétition"[2]. Mais il est nécessaire que soit respectée aussi une "métarègle de progression" : "il faut que le développement [du texte] s'accompagne d'un apport sémantique constamment renouvelé."[3]

Dans les textes de démonstration, cet apport se concentre dans les relations statiques entre objets géométriques et celles-ci finissent par former un ensemble complexe, constituant la figure de référence du texte, qu'il est difficile de se représenter sans utiliser le support d'une figure dessinée.

L'expression même d'une seule de ces relations peut poser problème quand elle met en jeu plus de deux éléments, comme dans **"la projection de M sur d parallèlement à la droite (D) s'appelle A"**. La façon dont les groupes nominaux servant à désigner certains objets sont saturés en informations, toutes indispensables, est une caractéristique linguistique actuellement bien connue des textes de géométrie, même si elle n'intervient pas dans les exemples dont je suis partie.

D'autre part, ces relations s'expriment évidemment par des termes propres à la géométrie, et la façon de construire du sens à partir des mots n'est pas la même que dans le langage courant, parce qu'ils désignent des concepts théoriques.

Dans un texte de géométrie, chaque terme a un sens strictement défini par la théorie. Par exemple le centre d'un cercle est le point équidistant de tous les points du cercle. Il est dépouillé de toutes les possibilités d'associations qui permettent au poète d'écrire que le centre du cercle "bat comme un tambour".[4]

Chaque objet introduit dans un texte de géométrie est le plus souvent un objet complexe, comportant des éléments en relations : un triangle ABC, c'est tout à la fois des sommets, des côtés, des médianes, des hauteurs, un orthocentre, etc. De plus, à tout moment, les éléments de la figure peuvent être redénommés : une "hypoténuse" va devenir par exemple une "diagonale". La figure fonctionne comme un ensemble de relations définies par un certain nombre de connaissances préalables sur les objets mathématiques.

Bien sûr, les désignations de la langue courante fonctionnent aussi en supposant un certain nombre de connaissances, comme dans nos textes d'exemples le fait qu'un fiacre est une voiture tirée par un cheval, mais ces connaissances ne sont pas délimitées et sont souvent construites par le texte ou inférables de celui-ci. Dans le texte de Voltaire, on comprend l'essentiel des relations entre les jésuites et les Oreillons sans connaître les détails de l'histoire de la Compagnie de Jésus et de ce qu'en pense Voltaire. Le sens que chaque lecteur donne au "royaume de los Padres" pourra varier sans que ce lecteur soit empêché de lui donner un rôle dans la représentation de la situation décrite par le texte.

Les lectures du texte pourront être multiples. Enfin, les objets liés à ceux qui ont été introduits sont en nombre indéfini et cette indéfinition n'est limitée que par le fonction-

---

1 Cf. SOULE-BECK I. (1994, page 66-67)
2 Cf. CHAROLLES M. (1978, page 14)
3 Cf. CHAROLLES M. (1978, page 20)
4 SUPERVIELLE J. (Mathématiques, Gravitation, 1925)

nement textuel.

Au contraire, dans un texte de géométrie, il s'agit d'un ensemble de relations strictement définies par la théorie, donc données a priori et que le texte permet seulement d'associer, et de propriétés susceptibles d'être énoncées sous forme de théorèmes. A un triangle on associera nécessairement UN cercle circonscrit, dont le centre sera le point de concours des médiatrices des côtés, et on associera aussi, par exemple, le théorème des milieux ou tout théorème connu concernant le triangle. Les éléments concernés par ces définitions ou théorèmes sur le triangle font virtuellement mais nécessairement partie de toute figure comportant un triangle.

Ainsi, les possibilités de construire des relations entre les objets géométriques sont déterminées par les normes de la géométrie et le texte de géométrie ne fonctionne pas à ce niveau comme un texte du langage courant.

III. Un usage limité et particulier des marques de l'énonciation

Nous allons maintenant nous intéresser aux marques linguistiques liées au fait que le texte est énoncé par des personnes précises, dans des circonstances particulières, avec des intentions, etc., c'est-à-dire aux caractéristiques du *modus*.

III.1 Vérité impersonnelle et intemporelle de la démonstration

Une démonstration se doit d'être un raisonnement valable pour n'importe qui et, de ce fait, dans l'ensemble des textes de démonstration, énonciateurs et récepteurs du texte ne sont évoqués qu'englobés dans le ON totalement indéfini de **"on sait que"** ou **"on peut dire que"**.

Ce qui les distingue de textes d'argumentation comme celui de Voltaire où revient une phrase sur deux le "vous" qui renvoie aux auditeurs, les fameux Oreillons. Cacambo cherche à empêcher d'agir ses interlocuteurs, bien particuliers. Mais une argumentation comme celle qui concerne la mort de Mozart est tout aussi impersonnelle qu'un texte de démonstration.

On remarque dans le texte du manuel Istra la répétition d'un JE, qu'on retrouve une fois dans un autre texte. Ce JE ne renvoie pas à un énonciateur particulier comme dans le texte de Conan Doyle où le JE de **"la première chose que j'ai remarquée en arrivant là-bas..."** ne peut désigner que Scherlock Holmes. En fait, tout lecteur de la démonstration est invité à reprendre à son compte ce JE de **"J'en déduis que ..."** ou **"je sais maintenant que..."** et rien ne changerait dans le sens du texte si on remplaçait JE par ON. Cependant, la démonstration en ce cas est présentée comme le résultat de l'activité d'un énonciateur, quel qu'il soit, et pas seulement comme une suite de propositions.

Comme on s'y attend aussi, le "présent de vérité générale" est le seul temps qui apparaît dans les textes de démonstration. Au contraire, les textes d'argumentation évoquent des faits situés dans le passé. Le texte de Voltaire se situe dans un présent du moment où on parle encadré par un passé proche et un futur.

Pourtant, quand le texte de démonstration comporte, en plus de l'expression des relations proprement géométriques, une sorte de mise en scène de l'activité du démonstrateur, cette dernière se déroule dans le temps. On en trouve la marque dans deux textes de démonstration avec un "maintenant" qui fait apparaître non une temporalité des faits mais le déroulement dans le temps de l'activité de démonstration. Il se rapproche du "d'abord" et "ensuite" utilisés dans le texte sur Mozart.

Ainsi la démonstration est présentée soit en elle-même, totalement intemporelle et impersonnelle, soit comme le résultat d'une activité de démonstration avec un "démonstrateur" dont l'activité se déroule dans le temps.

III.2 Formes de phrases, modes du verbe et modalisation

Dans les textes de démonstration, on constate aussi que toutes les phrases sont des affirmations. Les questions-réponses du texte sur Mozart ou les nombreuses négations des textes argumentatifs sont totalement absentes. Il n'y a pas confrontation entre deux points de vue, deux possibilités de prendre position.

Il n'y pas non plus nécessité pour l'énonciateur de guider son interlocuteur en soulignant des éléments de son raisonnement par des mises en relief comme **"C'EST votre défenseur, C'EST l'ennemi de vos ennemis QUE vous allez manger."**

Les seules phrases qui ne sont pas des déclarations, affirmatives, à l'indicatif, suivant l'ordre canonique de la phrase sont quelques phrases à l'impératif **"Appelons..."** ou au subjonctif **"Soit un cercle C de diamètre BC."** Il s'agit dans tous ces cas de propositions dont l'énonciation est en même temps un acte de langage : dire "appelons" c'est en même temps appeler. Le texte ne met en jeu que lui-même.

Les seules marques de l'énonciation qui interviennent souvent dans les textes de démonstration sont les verbes introducteurs **"on sait que..."**, **"on peut dire que..."**, etc., qui indiquent la façon dont l'énonciateur prend en charge l'énoncé qui suit. Il souligne le statut de conclusion d'un pas de raisonnement de la proposition R : **"j'en déduis que R"** ou **"on a : R"**, **"on peut dire que R"**, ou le statut de prémisses : **"on sait que R"**. Ces marques viennent donc souligner l'organisation des propositions à l'intérieur du pas de raisonnement.

Dans un cas (**"Il faut démontrer que R"**), la modalisation ne concerne pas une proposition R mais l'activité de démonstration . Elle annonce que plusieurs pas de raisonnement qui la suivent forment un sous-ensemble de la démonstration.

On peut retrouver ce type de marques dans les textes d'argumentation. Mais elles correspondent à des façons variées de se situer par rapport à l'énoncé. Scherlock Holmes souligne le caractère nécessaire de ses conclusions : **"les roues ont dû passer la nuit dernière"** et **"il faut donc qu'il ait amené de nuit ces deux individus"** (rien à voir entre ce **"il faut"** et **"il faut démontrer"**). Dans le texte sur Mozart l'auteur a recours à des irréels du passé (**"il aurait ordonné une autopsie"**) pour faire imaginer les tenants d'une position qu'il refuse (il est vraisemblable que Mozart a été empoisonné) et en souligner l'incompatibilité avec les faits. (**"ce qu'il n'a pas fait"**). Cacambo n'a pas recours à des modalisations ; mais il invite ses interlocuteurs à aller vérifier eux-mêmes la véracité de ses affirmations : **"Informez-vous si mon maître n'a pas tué un officier jésuite"**.

Ces marques sont la trace de formes de raisonnement variées par rapport à celle de la démonstration.

III.3 Le grand nombre de connecteurs-organisateurs

La dernière caractéristique linguistique remarquable est la présence fréquente au début des phrases d'un connecteur-organisateur. Les trois pages d'un chapitre de manuel de géométrie comportant des démonstrations contenaient à elles seules quatre fois plus de connecteurs que les douze autres pages du chapitre[1]. Dans l'ensemble des cinq textes d'aujourd'hui, une phrase sur deux commence par un connecteur-organisateur, et presqu'une fois sur deux il s'agit de DONC.

---

[1] Cf. SOULE-BECK I. (1994, page 60)

Cette caractéristique se retrouve dans les trois textes d'argumentation. Le tableau suivant permet de remarquer aussi que même si la fréquence n'est pas la même, ce sont pratiquement les mêmes connecteurs-organisateurs qui se trouvent employés dans les deux groupes de textes : les connecteurs marquant des relations logiques, caractéristiques des textes de raisonnement.

Tableau de la Répartition des Connecteurs dans les Textes d'Exemples

	Nombre de phrases	DONC	OR	MAIS	ET	alors	aussi, de même	par consé-quent, par suite, d'où	de plus	mainte-nant	Autres	Total
Hatier	17	3	1	1				2	1			8
Nathan	10	3							1			4
Belin	18	4	3		3			1	1	1		13
Istra	14	1			1		1			1		4
Hachette	10	4				1						5
Total démonstra-tions	**69**	**15**	**4**	**1**	**4**	**1**	**1**	**3**	**3**	**2**		**34**
Conan Doyle	8	2	1				1	1				5
Mozart	21			1	2	1					d'abord ensuite non plus parce que	8
Voltaire	23	1		3	3						en effet	8
Total Argumen-tations	**52**	**3**	**1**	**4**	**5**	**1**	**1**	**1**			**5**	**21**

Mais je voudrais maintenant souligner que le fonctionnement d'un même connecteur peut ne pas être le même dans les deux types de textes. Je choisirai deux exemples : mais et donc.

MAIS est un connecteur essentiel de l'argumentation. Il a une "valeur argumentative" telle qu'il permet de réorienter l'argumentation.

Si P et Q sont deux propositions écrire **P mais Q** c'est simultanément présenter P en faveur d'une conclusion C, Q en faveur de la conclusion non C, et Q plus fort que P. On en a un exemple dans le texte de Voltaire :

P = "Certainement il vaut mieux manger ses ennemis que d'abandonner aux corbeaux et aux corneilles le fruit de sa victoire."

conclusion implicite C = vous avez raison de vouloir nous manger.

Q = "Mais, messieurs, vous ne voudriez pas manger vos amis."

conclusion implicite non C = vous avez tort de vouloir nous manger.

L'opposition entre les deux conclusions repose sur une opposition entre les termes ennemis/amis. L'emploi de MAIS implique que ne pas manger ses amis est une règle plus forte que celle de manger ses ennemis.

Cette valeur argumentative de MAIS fait que ce mot est souvent employé pour réorienter l'argumentation, marquer par exemple le passage entre la reprise des arguments de l'interlocuteur et l'argumentation proprement dite de l'énonciateur en faveur de sa propre thèse. C'est le cas du MAIS qui articule les deux parties du texte sur la mort de Mozart. Première partie : il y a des arguments pour croire que Mozart a été assassiné ; deuxième partie : mais il y a des arguments plus forts pour montrer que cet empoisonnement est impossible.

On peut donc se demander ce que vient faire MAIS dans une démonstration où comparer la force d'arguments n'a aucun sens. Si on regarde le MAIS employé dans un de nos exemples[1], on voit bien qu'il ne relie pas la conclusion **"I appartient à A"** issue de **"tout point est équidistant,** etc." pour l'opposer à une conclusion contraire implicite issue de **"IH = IL"**. L'enchaînement concerne la description de l'activité de celui qui effectue la démonstration, alors même qu'elle reste implicite dans le texte. L'énonciation de **"IH = IL"** pourrait aboutir à une conclusion du type : ma démonstration ne conduit pas à la proposition que je cherche à démontrer. Alors que l'énonciation du théorème qui suit le MAIS oriente vers une conclusion : ma démonstration peut conduire à la proposition voulue. La réorientation ne concerne en rien l'organisation du raisonnement, elle concerne l'activité du démonstrateur et ses enjeux, et la signale alors qu'elle est par ailleurs implicite dans le texte.

Si MAIS semble étranger à la démonstration, au contraire DONC en est en quelque sorte l'emblème. Dans tous nos textes de démonstration, DONC revient très souvent pour signaler la conclusion. Mais ce rôle de "marqueur de conclusion" ne fonctionne pas du tout de la même façon dans un texte de géométrie et dans un texte d'argumentation.

On dit que DONC **"recouvre ce qu['on peut nommer] d'un terme très vague une consécution"** ce qui inclut un emploi logique illustré par l'exemple : **"Il pleut, donc je vais prendre mon parapluie."**[2]

Mais si on observe un exemple comme :

a/ **"Il s'est mis à pleuvoir, alors ma voiture a dérapé."**,

le dérapage de la voiture est bien présenté comme consécutif à la pluie. Pourtant il sera impossible de dire :

b/ **"Il s'est mis à pleuvoir, donc ma voiture a dérapé."**,

sauf si la voiture est telle qu'à chaque fois qu'il pleut, elle dérape.

Il faut donc préciser que DONC introduit une conséquence *nécessaire*. Pour interpréter la phrase *a,* on a simplement besoin d'un contexte où la relation entre le dérapage et la pluie est possible. Pour interpréter la phrase *b*, on a besoin d'un contexte où cette relation est nécessaire.

A priori DONC correspond bien à la démonstration où la conclusion est toujours nécessaire. Mais nous allons voir que l'exigence d'un contexte justifiant la nécessité de la conclusion n'a pas les mêmes conséquences sur son fonctionnement et son sens dans une démonstration et dans une argumentation.

Observons les deux contextes suivants :

a/ **" IH = IL. Mais tout point équidistant des côtés d'un angle appar-**

---

[1] Cf. texte Hatier

[2] JAYEZ (1988, page 38 : l'essentiel de ce paragraphe est emprunté à Jayez)

tient à la bissectrice de l'angle. DONC I appartient à A "
b/ **" La lettre A si vous avez remarqué, était tracé en gothique. Or un allemand écrit toujours ses A en caractère latin. Nous pouvons DONC affirmer à coup sûr que l'inscription a été faite non par un allemand, mais par un imitateur trop zélé."**

Chacun de ces deux contextes fournit une règle qui justifie le caractère nécessaire de la conclusion et DONC fonctionne de la même façon . On observe juste une petite différence dans la qualité de la règle fournie par le contexte. On laisse à Scherlock Holmes la responsabilité de la sienne, alors qu'en géométrie il s'agit d'un théorème c'est-à-dire d'une proposition dont la validité a été démontrée pour tous.

Comparons maintenant les deux contextes suivants :
a/ **"O est le centre du cercle C, I est le milieu de la corde [EF] de ce cercle. DONC les droites (OI) et (EF) sont perpendiculaires."**
b/ **"Il y avait aussi la marque des sabots ; le dessin de l'un d'eux était net ; le fer était DONC neuf."**

Dans les deux cas le contexte n'explicite pas la ou les règles justifiant l'inférence. Le lecteur est censé retrouver dans ses connaissances les définitions de la corde, du rayon, le théorème concernant la médiatrice de la corde, etc. dans le cas *a*, où il s'agit donc de propositions appartenant à la théorie de la géométrie.

Dans le cas *b*, il peut rétablir une règle du genre "plus la trace d'un sabot est nette, plus le fer dont le sabot était ferré est neuf." Il s'agit d'une sorte de loi d'observation assez générale qui peut éventuellement appartenir à l'expérience de l'interlocuteur.

Dans le cas de la géométrie, il s'agit toujours d'un contexte normatif préexistant, valable pour tout locuteur. Dans les autres textes, c'est au contraire la présence de DONC qui invite l'interlocuteur à construire un contexte qui permette d'affirmer la conséquence comme nécessaire.

C'est pourquoi, dans un texte de géométrie, DONC a simplement une valeur organisationnelle. Il souligne que la proposition **"les droites (OI) et (EF) sont perpendiculaires."** est la conclusion du pas de raisonnement.

Dans le langage courant, non seulement DONC a cette valeur organisationnelle, mais il peut avoir une valeur argumentative : la présence de DONC reliant deux propositions oblige à établir une relation nécessaire entre elles.

Cela apparaît bien si on observe l'enchaînement suivant[1]: **"Pierre déteste les enfants ; il ne peut donc être totalement mauvais."** Il oblige à construire un contexte où "en général quelqu'un qui déteste les enfants est quelqu'un de bien". La présence d'un autre connecteur, POURTANT, dans l'enchaînement **"Pierre déteste les enfants ; il ne peut pourtant être totalement mauvais."**, conduirait à reconstruire un contexte contenant la loi contraire, plus habituelle. Il se peut même qu'au cours d'un échange, en disant **"Pierre déteste les enfant, il ne peut donc être totalement** mauvais", l'essentiel soit de communiquer ce contexte inhabituel à l'interlocuteur !

Ainsi, dans le langage courant, c'est le texte lui-même qui contraint l'inférence, alors qu'en géométrie, elle est contrainte par un système de normes extérieur au texte.

C'est pourquoi, le recours systématique à DONC en géométrie peut être dangereux pour celui qui n'a pas compris le fonctionnement de la démonstration. S'il superpose la valeur argumentative usuelle de DONC à sa valeur organisationnelle, il aura tendance à avoir recours à ce qui devient pour le professeur de mathématiques un DONC magique, qui fait apparaître des théorèmes inexistants pour les besoins de la cause.

Nous voyons donc (!) que des marques linguistiques identiques dans un texte de démonstration et dans un texte d'argumentation peuvent recouvrir en fait un fonctionnement et un sens très différents.

---

[1] BERRENDONNER (1983, page 240)

IV. Les marques linguistiques exprimant l'organisation de la démonstration

Les remarques faites jusqu'ici concernent les cinq textes de démonstration en eux-mêmes, tels qu'ils ont été rédigés. Mais chacun d'eux est une des rédactions possibles d'une démonstration particulière, "démonstration" étant entendu cette fois comme organisation logico-déductive de propositions. Il convient maintenant de comparer chacun d'eux avec la démonstration correspondante pour se demander quels moyens linguistiques servent à en exprimer l'organisation.

Le raisonnement est une organisation comportant trois niveaux d'unités:
- l'unité de base est la proposition ; par exemple : "(AB) et (DC) sont parallèles."
- le pas de raisonnement comportant plusieurs propositions : au moins une prémisse, l'énoncé-tiers, la conclusion.
- dans certains cas, quand il s'agit de démontrer deux propositions qui deviendront les deux prémisses d'un pas de raisonnement, un ensemble de pas de raisonnement, qui constitue une "branche" de la démonstration.

Nous regarderons comment le texte exprime ou non ce découpage logico-déductif.

Mais "dès qu'il y a énonciation de propositions, il est nécessaire de prendre en compte deux distinctions concernant des propositions : celle entre leur contenu et leur statut, et celle concernant leur valeur épistémique et leur valeur de vérité. Ces deux distinctions sont fondamentales pour analyser le fonctionnement du raisonnement."[1] C'est pourquoi nous reviendrons ensuite sur la façon dont le texte explicite ou non le statut des propositions et l'organisation du raisonnement.

IV.1 Comment sont marquées les unités de l'organisation de la démonstration ?

Le découpage d'un texte se fait de façon lisible par l'utilisation des signes de démarcation graphique que sont les signes de ponctuation et le recours aux alinéas. Dans nos textes d'exemples, ce découpage permet-il de retrouver les unités de l'organisation du raisonnement correspondant ?

L'unité qui est presque toujours clairement délimitée est le pas de raisonnement. La fin d'un pas de raisonnement est 17 fois sur 20 marquée par une ponctuation forte (le point) renforcée par un alinéa, une fois par une virgule mais renforcée par un alinéa, une fois par un point-virgule. Dans le dernier cas, seul la présence d'un connecteur délimite les pas de raisonnement : **"[les droites] sont donc confondues et les points A, B et E sont alignés."** mais dans ce cas, le dernier pas de raisonnement se limite à une reformulation de la conclusion du précédent.

Dans le cas où une démonstration comporte plusieurs branches, le passage de l'une à l'autre se marque par une phrase servant à organiser le texte : **"il faut maintenant démontrer que AB = BE"** (Belin)

L'usage de la ponctuation et des alinéas est beaucoup plus flou quand il s'agit de délimiter une proposition à l'intérieur d'un pas de raisonnement : il y a autant de cas où est utilisée une virgule (le plus souvent sans alinéa) que de cas où apparaît un point (renforcé ou non par un alinéa). Il y a quatre exemples où aucune ponctuation ni alinéa ne délimite la phrase.

On peut donc constater que le découpage en phrases graphiques (marquées par une ponctuation forte) et le découpage en alinéas, s'ils soulignent l'organisation en pas de

[1]DUVAL - EGRET (1993, page 4)

raisonnement, n'ont pas de relation claire avec l'organisation en propositions de la démonstration.

Tableau représentant le Découpage en Phrases Graphiques et les Alinéas

	Virgules		Points-Virgules		Points		Pas de Ponctuation (présence d'un connecteur)
	Sans alinéa	*Avec alinéa*	*Sans alinéa*	*Avec alinéa*	*Sans alinéa*	*Avec alinéa*	
Proposition intérieure à un pas de raisonnement	6	2	3		4	9	4
Proposition "résumant" un pas						6	
Fin d'un pas de raisonnement		1				16	1 + 1 avec alinéa
Autres (séparer désignations, annoncer conclusion)		1				5	1

On peut donc se demander si le découpage en phrases au sens syntaxique en a davantage. Nous avions vu que, dans la majorité des cas, une phrase syntaxique exprimait une proposition R, ce qui signifie qu'elle correspond alors à une proposition de l'organisation logico-déductive de la démonstration.

Mais dans une série d'exemples, la phrase syntaxique exprimait une relation entre des propositions R. La phrase syntaxique est alors une unité ambiguë :

Elle peut exprimer un théorème, c'est-à-dire une seule proposition de l'organisation logico-discursive : **"Lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre."** (Nathan)

Elle peut aussi correspondre à la totalité du pas de raisonnement, comme dans les quatre autres cas :

a/ **"Puisque les points A, B et E sont alignés et que AB = BE, le point B est le milieu du segment [AE]"** (Belin)

b/ **"Si A est un point de $\mathscr{C}$ autre que B ou C, on a : OA = OC."** (Hachette)

c/ **"Si on appelle I le milieu du segment AC, on peut dire que les droites OI et AC sont perpendiculaires."** (Hachette)

d/ **"Puisque C est un point du cercle, d est tangente en C à ce cercle."** (Nathan)

On remarquera qu'aucun de ces pas de raisonnement n'explicite l'énoncé-tiers. Mais dans l'exemple *a*, on a l'ensemble des prémisses et la conclusion. L'énoncé-tiers non seulement est très élémentaire, mais il peut être décalqué de la lecture de la phrase énonçant le pas de raisonnement : lorsque trois points, A, B et C, sont alignés et tels que AB = BC, B est le milieu de AC. Dans les autres exemples, il manque une partie des prémisses et il est impossible de décalquer de la même façon l'énoncé-tiers.

Ces remarques nous conduisent à nous poser la question non plus du marquage des unités de l'organisation logico-déductive quand elles sont exprimées, mais de la proportion de celles qui le sont.

Nous compterons comme exprimées les propositions mentionnées dans le texte, même si elles ne sont pas énoncées par une phrase. En dehors des exemples que nous venons de voir, il y a deux possiblités dans ces textes pour qu'une proposition logico-déductive soit mentionnée sans être exprimée par une phrase.

Il peut s'agir de renvois métatextuels : un groupe nominal fonctionne comme un renvoi à un autre texte, ailleurs dans le chapitre ou le manuel : **"Dans le triangle**

CAB, la droite OI joint les milieux de deux côtés, elle est donc parallèle à la droite AB ***(propriété de la droite des milieux d'un triangle)*****"** (Hachette)

Il y a aussi deux exemples où une prémisse est rappelée à l'intérieur du groupe nominal : **"La droite AB** ***qui est parallèle à la droite OI*** **est donc perpendiculaire à la droite AC."** (Hachette) et **"Or, deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles. Donc les droites (AB) et (BE),** ***parallèles à*** **(DC),** ***sont parallèles.*****"** (Belin)

Le tableau suivant permettra d'évaluer la part de propositions logico-discursives qui restent totalement implicites dans les textes de démonstration pris en exemples. Mais la proportion pourrait être plus élevée du fait qu'on n'a pas tenu compte ici des pas de raisonnement entièrement implicites. On remarquera d'importantes différences suivant les manuels.

	Complets	Une prémisse + énoncé-tiers + conclusion	Au moins une prémisse + conclusion	Enoncé-tiers + conclusion	Conclusion seule	Pas de raisonnement exprimé par une phrase complexe	Pas de raisonnement exprimé (total)
Hatier	1		1	1	2		5
Nathan		1	2			1	4
Belin	3		1		2	1	7
Istra	3				1		4
Hachette	1		1		2	3	7
TOTAL	8	1	5	1	7	5	27

Ainsi, dans ces manuels, la proposition n'est pas une unité clairement exprimée dans les textes de démonstration ; en effet, ceux-ci soulignent davantage l'organisation en pas de raisonnement, et présentent plutôt la stratégie de la démonstration que la démonstration dans son intégralité.

IV.2 Le statut des propositions dans l'organisation logico-déductive

Nous avions relevé au cours des paragraphes précédents que le statut des propositions peut être marqué de deux façons :
*par un connecteur-organisateur : "donc", "par conséquent", pour le statut de conclusion.
* par l'explicitation de la prise en charge énonciative par le locuteur : "on a :", "on peut dire que", ou "j'en déduis que" pour la conclusion ; "j'utilise le théorème" ou "j'utilise la propriété" pour l'énoncé-tiers, "je sais que" pour une prémisse.

On pourrait bien sûr utiliser une seule de ces marques du statut des propositions. Si nous prenons comme exemple le texte démonstration issu du manuel Istra, qui comportait à la fois des connecteurs-organisateurs et des prises en charge énonciatives, on peut écrire la démonstration en utilisant uniquement des connecteurs-organisateurs :
" Le triangle ABC est rectangle en A et le point F est le milieu du côté BC.

Or dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets. Donc FA=FB=FC.
De même, le triangle BAE est rectangle en A et le point D est le milieu de l'hypoténuse EB, donc DA= DB= DE.
Ainsi FA=FB et DA=DB. Or tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment. Donc F et D appartiennent à la médiatrice de AB, et la droite DF est la médiatrice de AB."

Mais on peut l'écrire aussi sans explicitation de la prise en charge énonciative ni connecteur, sous la forme :
" Le triangle ABC est rectangle en A. Le point F est le milieu du côté BC.
Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est équidistant des trois sommets.
FA=FB=FC.
Le triangle BAE est rectangle en A et le point D est le milieu du segment EB.
D'après le même théorème, DA=DB=DE.
Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.
FA = FB,
Tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.
F appartient à la médiatrice de AB.
DA est égal à DB, D appartient à la médiatrice de AB.
La droite DF est la médiatrice de AB."

Dans ce dernier texte, seul l'ordre des phrases permet de retrouver l'organisation de la démonstration. On se rendra mieux compte de ce rôle essentiel mais implicite de l'ordre des phrases dans le texte si on essaie de l'inverser. On est alors obligé de compléter les phrases en écrivant par exemple :
"Pour démontrer que la droite DF est médiatrice de AB, je démontrerai que D et F appartiennent à la médiatrice de AB.
Or tout point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment. Je peux donc démontrer que DF est la médiatrice de AB, en démontrant que FA=FB et DA=DB.
Comme je sais que F est le milieu du côté BC du triangle ABC et que ce triangle est rectangle en A, j'utilise la propriété du milieu de l'hypoténuse, et j'ai FA=FB(=FC).
En utilisant la même propriété pour le milieu D de l'hypoténuse EB du triangle BAE, je démontrerai que DA=DB, et j'aurai donc démontré que la droite DF est la médiatrice du côté AB."

Cette rédaction "à rebours" du raisonnement est parfois présente dans les manuels scolaires mais caractérise alors les textes de "recherche" de la démonstration et les oppose aux textes de démonstrations. Cependant elle ne modifie pas l'organisation logique de la démonstration. On la trouve utilisée ailleurs dans des démonstrations ; par exemple Pascal écrit[1] :
"(...) Maintenant, pour montrer ce qui est proposé, que tous les DI carrés en DD sont égaux à tous les HL en AB, il suffit de montrer que la somme de tous les HL en AB (...) . Donc, en ôtant la grandeur commune, il faudra montrer que l'espace (...) : ce qui est visible puisque (...)"
Mais elle comporte une part importante d'explicitation de la démarche de la démonstration, justement ce que, dans les autres textes de démonstration, on doit comprendre en s'appuyant en particulier sur l'ordre des phrases.

Ainsi, la part de l'implicite est toujours grande dans les textes de démonstration, même si elle varie d'un texte à l'autre. D'une part, peuvent rester implicites des éléments de la démonstration, des propositions de l'organisation logico-déductive. A la limite, le

[1] PASCAL B. Traité des sinus du quart de cercle (Œuvres Complètes, Seuil, L'Intégrale, 1964, page 156)

texte peut ne fournir que quelques repères, sous forme de conclusions de pas de raisonnement, pour reconstituer cette démonstration. D'autre part, le texte explicite plus ou moins "l'activité du démonstrateur", la façon dont il exprime le statut des propositions et la démarche qui le mène à la conclusion.

Mais à la différence de ce qui se passe dans d'autres textes, c'est la connaissance du contexte théorique (les normes de la démonstration et les connaissances sur les objets géométriques et leurs relations) qui permet de comprendre l'implicite du texte de démonstration en même temps qu'elle contraint cette compréhension.

Les textes de démonstration sont relativement divers, il n'y a pas d'équivalence entre l'expression en langue naturelle dans un texte et la démonstration elle-même, pas de règles qui définissent le passage de l'une à l'autre, il y a toujours plusieurs expressions linguistiques possibles. Mais, du fait qu'il n'exprimera que des relations entre objets géométriques et éventuellement une explicitation, un "guidage" dans la démarche de raisonnement, le texte de démonstration ne recourt qu'à une partie restreinte des possibilités de la langue. Surtout, le contexte théorique normatif de toute démonstration de géométrie joue un rôle essentiel dans la façon dont la langue fonctionne dans le texte de démonstration, à la fois pour désigner les objets dont parle le texte et pour exprimer les relations des propositions entre elles, l'organisation de la démonstration.

Références bibliographiques

Berrendonner A. (1983)
Connecteurs pragmatiques et anaphore.
Cahiers de Linguistique Française n°5 - pages 215-246.

Charolles M. (1978)
Introduction aux problèmes de la cohérence des textes.
Langue Française n° 38 - pages 7 à 41.

Ducrot O. et Todorov T. (1972)
Dictionnaire encyclopédique des sciences du langage
Éditions du Seuil - collection Points-Seuil

Duval R. (1992)
Démontrer, argumenter, expliquer : continuité ou rupture cognitive ?
Petit x n°31 - Grenoble

Duval R. et Egret M-A. (1993)
Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif.
RepèresIREM n°12 - Topiques éditions

Duval R. (1995)
Sémiosis et pensée humaine.
Éditions Peter Lang - Berne

Jayez J. (1983)
La "conclusion" pourquoi faire ?
Sigma n° 7 - Aix-en-Provence - pp 1-47

Jayez J. (1988)
L'inférence en langue naturelle.
Paris - Hermès

Soulé-Beck I. (1994)
Quelques aspects linguistiques de la cohérence textuelle, dans un chapitre de manuel scolaire de géométrie.
Thèse de doctorat de l'Université de Metz.