PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

MARC BAILLEUL

À propos des représentations de l'enseignement des mathématiques par des professeurs de lycée

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1993, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques », , p. 87-96
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1993___3_87_0>

A PROPOS DES REPRESENTATIONS DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES PAR DES PROFESSEURS DE LYCEE

Marc BAILLEUL
MAFPEN de Caen

I. Introduction et problématique.

I.1. A l'origine de cette recherche : un problème professionnel de formateur.

En tant que formateur d'enseignants, avant chaque action de formation à mener et quel que soit le mode de recrutement des stagiaires (candidature individuelle, désignée ou équipe d'établissement), une même question se pose : quel "public" vais-je avoir en face de moi ? La réponse à cette question est d'autant plus importante que l'"objet" du stage est général : la différenciation pédagogique au collège ou au lycée, construire une séquence d'enseignement de mathématiques , les modules au lycée ... et met en jeu de manière implicite les représentations des stagiaires.

I.2. Les études existantes.

A. ROBERT et J. ROBINET à Paris VII, C. COMITI à Genoble ont déjà mené des travaux sur les représentations de l'enseignement des mathématiques mais avec des dispositifs que je qualifierais de "lourds", eu égard à l'environnement dans lequel j'ai placé plus haut mon questionnement, puisqu'il s'agissait d'entretiens longs ou de questionnaires ouverts.

I.3. Une position a priori pour regarder la formation.

Dans une thèse récente, C. AMADE-ESCOT adopte, pour parler des actions de formation des professeurs d'EPS qu'elle mène, l'expression "didactique de la formation" et propose en particulier de transposer le fameux "triangle didactique" enseignant-élève-savoir aux situations de formation stagiaire-formateur-savoir. D'éventuels détracteurs posent ici la question de la nature du savoir en question à ce niveau en ce sens que la formation n'est pas une science. Les didacticiens de l'EPS et d'autres parlent alors de pratiques sociales de référence dont on ne peut alors pas nier, concernant la formation, qu'elles existent.

Sans entrer plus avant dans ce débat, je voudrais, à tout le moins, contribuer à porter un regard didactique sur la formation. En effet, celle-ci à des savoirs à "transmettre" ou à faire vivre : ceux qui sont produits par la Didactique des mathématiques par exemple, par les Sciences de l'éducation, etc ... Elle a aussi à se poser la question de l'apprentissage, celui des adultes (même si l'on a encore relativement peu exploré cette voie et si l'on n'est pas sûr qu'il fonctionne comme celui des enfants et des adolescents). Elle a aussi à identifier des "représentations obstacles", obstacles à l'évolution et à l'adaptation des pratiques à la demande institutionnelle actuelle, représentations dont on sait qu'elles sont d'autant plus difficiles à faire évoluer que les "systèmes de représentations et de traitement" (J.M. HOC) des adultes sont relativement bien structurés et stabilisés.

I.4. Problèmatique.

La question de départ a donc été la suivante : est-il possible de mettre au point et de faire fonctionner un dispositif relativement léger dont la fonction serait d'aider à mettre en évidence les représentations de l'enseignement des mathématiques d'un groupe d'environ 25 enseignants de mathématiques ?

Après une première expérimentation du dispositif, je l'ai transféré à l'étude d'une population plus large avec pour ambition de repérer des structures de représentations , éventuellemnt différentes dans différents sous groupes de ladite population.

II. Méthodologie.

II.1. Le questionnaire.

L'environnement dans lequel s'inscrit cette recherche détermine de lui-même certaines contraintes : s'adresser à des enseignants durant l'année scolaire impose un dispositif qui ne soit pas trop "chronophage" et une communication par courrier, c'est pourquoi je me suis orienté vers le questionnaire, construit sur le principe du choix de plusieurs mots dans un ensemble de propositions. Il est donc proposé un ensemble de dix adjectifs, dix verbes et dix substantifs et demandé de choisir, en les ordonnant, trois mots parmi les dix de chaque catégorie. Le choix de ces trente mots est issu de la pratique de formateur puisqu'il s'agit de mots que l'on rencontre très souvent dans le discours des collègues enseignants sur l'enseignement des mathématiques.

théorique	☐	faire	☐	rigueur	☐
symbolique	☐	parler	☐	démonstration	☐
concret	☐	écrire	☐	conjecture	☐
motivant	☐	raisonner	☐	science	☐
lassant	☐	structurer	☐	savoirs	☐
socialisé	☐	savoir	☐	jeu	☐
individuel	☐	imaginer	☐	plaisir	☐
difficile	☐	douter	☐	problème	☐
utile	☐	appliquer	☐	démarche	☐
ouvert	☐	résoudre	☐	formation	☐

L'hypothèse méthodologique est la suivante : c'est à travers la concomitance des choix et leur ordonnancement que le sens de ces choix se révèlera.

Mais porter un regard sur l'enseignement des mathématiques dépend du point de vue que l'on adopte, c'est pourquoi il a été proposé aux enseignants de positionner leurs choix dans quatre tableaux identiques à celui qui se trouve ci-dessus en considérant :

leur propre enseignement des mathématiques,

leur idéal de l'enseignement des mathématiques,

l'enseignement des mathématiques tel qu'il le perçoivent autour d'eux,

l'enseignement des mathématiques tel qu'ils pensent que l'institution l'attend d'eux.

II.3. La population concernée.

A la rentrée 1992, deux cent questionnaires ont été envoyés à des collègues de l'académie de CAEN, moitié en collège, moitié en lycée et en respectant les proportions par rapport aux grades. Quarante huit questionnaires exploitables sont revenus des lycées, trente six des collèges et vingt questionnaires étaient inexploitables. Les résultats qui vont être présentés ci-après concernent exclusivement les collègues de lycée.

II.3. Le traitement des réponses.

On recherche dans ces données ce en quoi les enseignants qui ont répondu produisent des réponses structurées. L'analyse implicative, de par l'importance qu'elle donne à la dissymétrie, semble être un bon outil d'analyse dans ce cadre. Après transformations des données ordinales en données fréquentielles modales, le logiciel CHIC (Classification Hiérarchique, Implicative et Cohésitive) a permis d'effectuer ces analyses qui seront présentées dans le paragraphe suivant sous forme de graphes implicatifs.

(socialisé) ---> (douter) ---> (plaisir) : en tant qu'individu socialisé, confronté à d'autres, celui qui produit du savoir mathématique doute mais éprouve simultanément du plaisir (spécificité des mathématiques ? anticipation du moment de la communication aux autres ? ...)

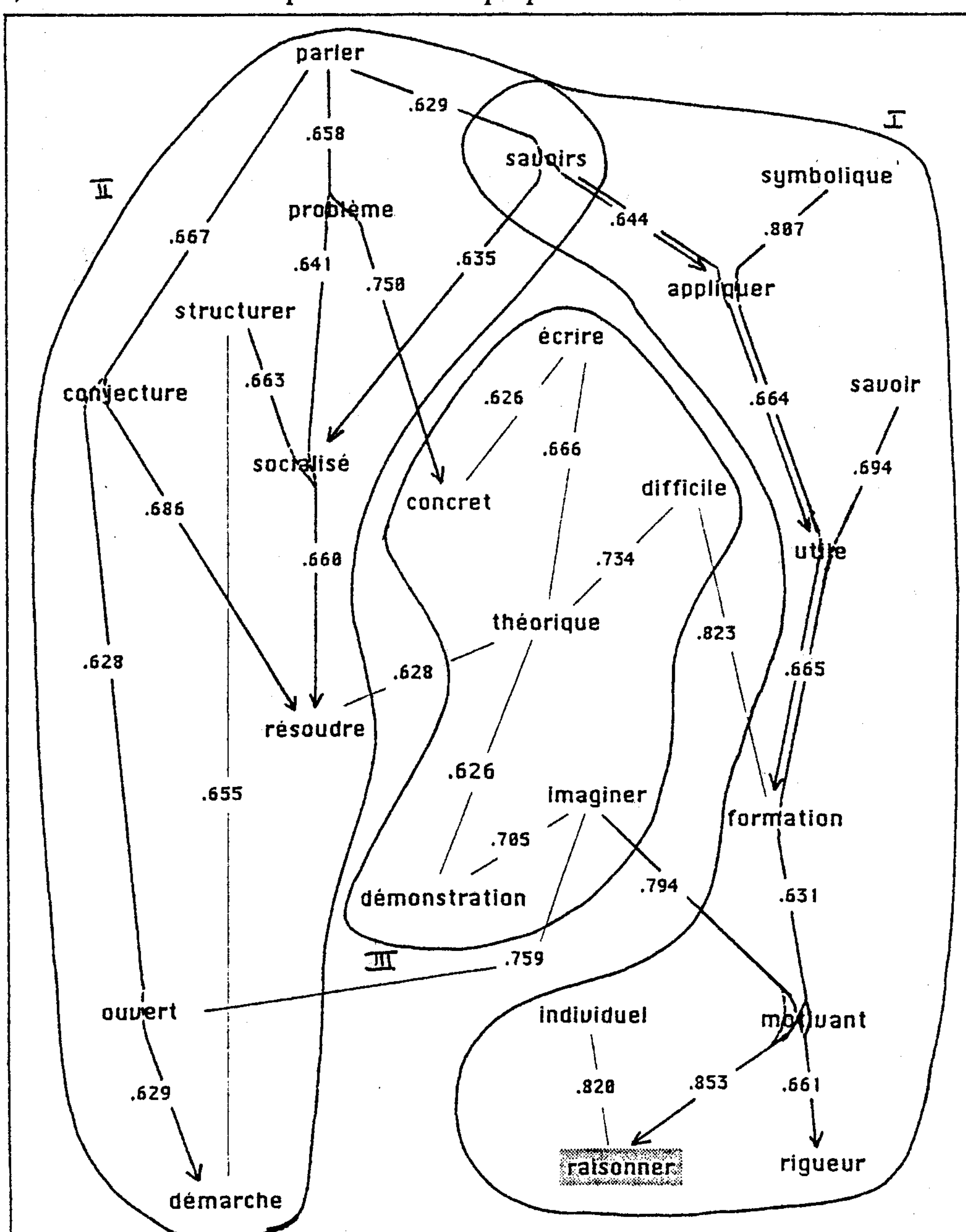
Une troisième petite structure visualise ce que j'appellerais volontiers les mathématiques-découverte ou mathématiques exploratoires, non contradictoire avec la deuxième mais moins axée sur la structuration du raisonnement.

(conjecture) ---> (démarche) ---> (ouvert) : conjecture, c'est une attitude par rapport à ce qui est ouvert, à ce qui n'est pas de l'ordre de l'application.

(conjecture) ---> (imaginer) ---> (ouvert) : conjecturer, c'est aussi un outil de l'imagination qui permet d'appréhender l'insolite.

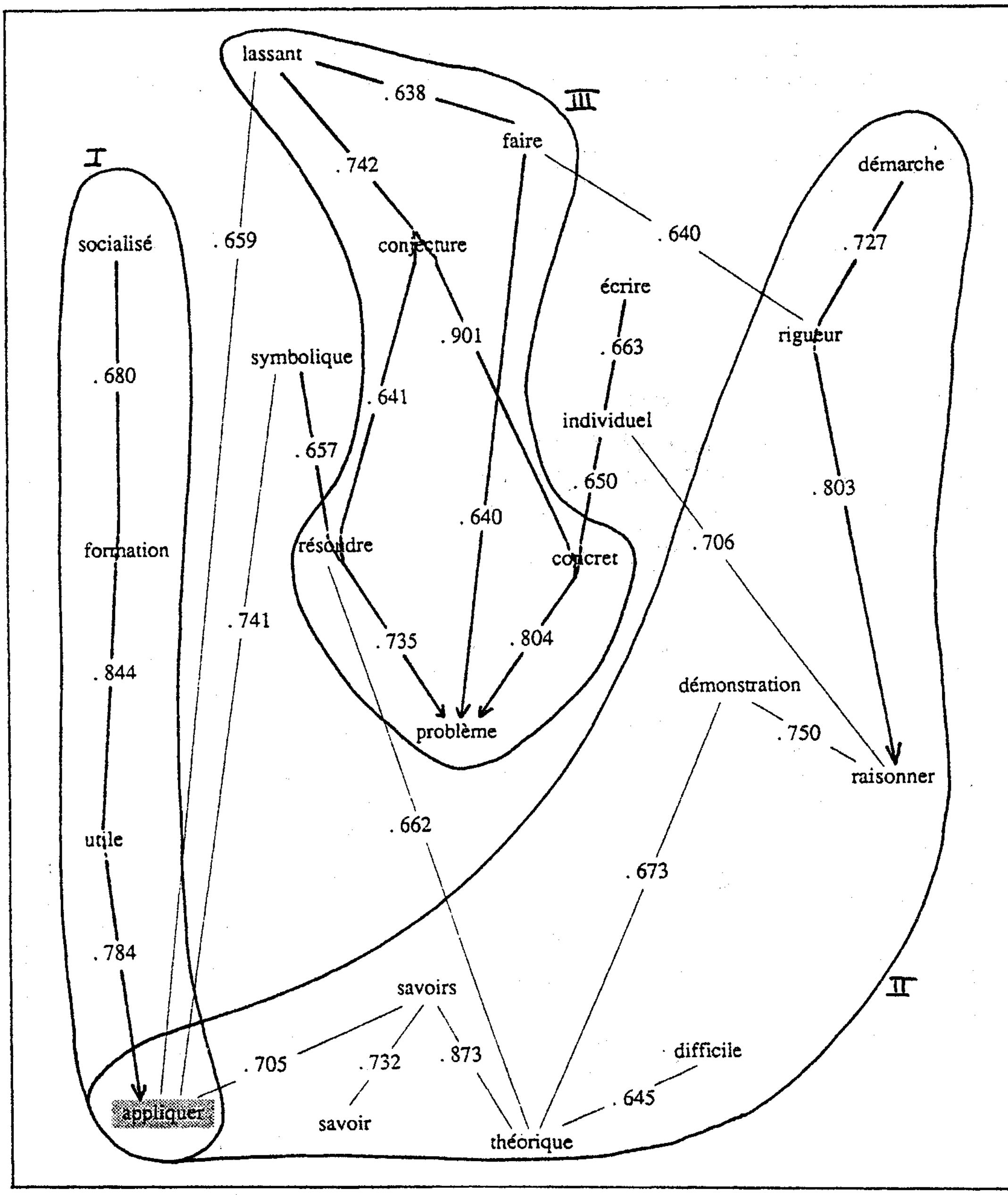
VI. Mon enseignement des mathématiques.

Le graphe implicatif ci-dessous visualise donc, chez les collègues de lycée qui ont répondu au questionnaire, les représentations de leur propre enseignement des mathématiques, au travers des mots qui leurs étaient proposés.



Graphe implicatif construit sur les données du fichier MONENS

IV. L'enseignement des mathématiques tel que les enseignants de lycée le perçoivent autour d'eux.



Graphe implicatif construit sur les données du fichier AUTOUR

Une première structure I, formée d'un seul chemin significatif mais de force implicative importante, me semble mettre en évidence une demande sociale particulièrement forte.

(socialisé) ---> (formation) ---> (utile) ---> (appliquer) : les mathématiques en tant que telles forment un objet socialisé (l'objet mathématique occupe une place privilégiée dans une société technologiquement avancée), d'où une forte demande de formation qui doit être utile (au sens de la rentabilité de ladite société), utilité qui sera mesurée à l'aune de l'applicabilité des savoirs mathématiques enseignés (l'enseignement des mathématiques "de service" ?).

La structure II possède un pôle fort et un ensemble d'arcs simples mais d'intensités d'implication relativement forts.

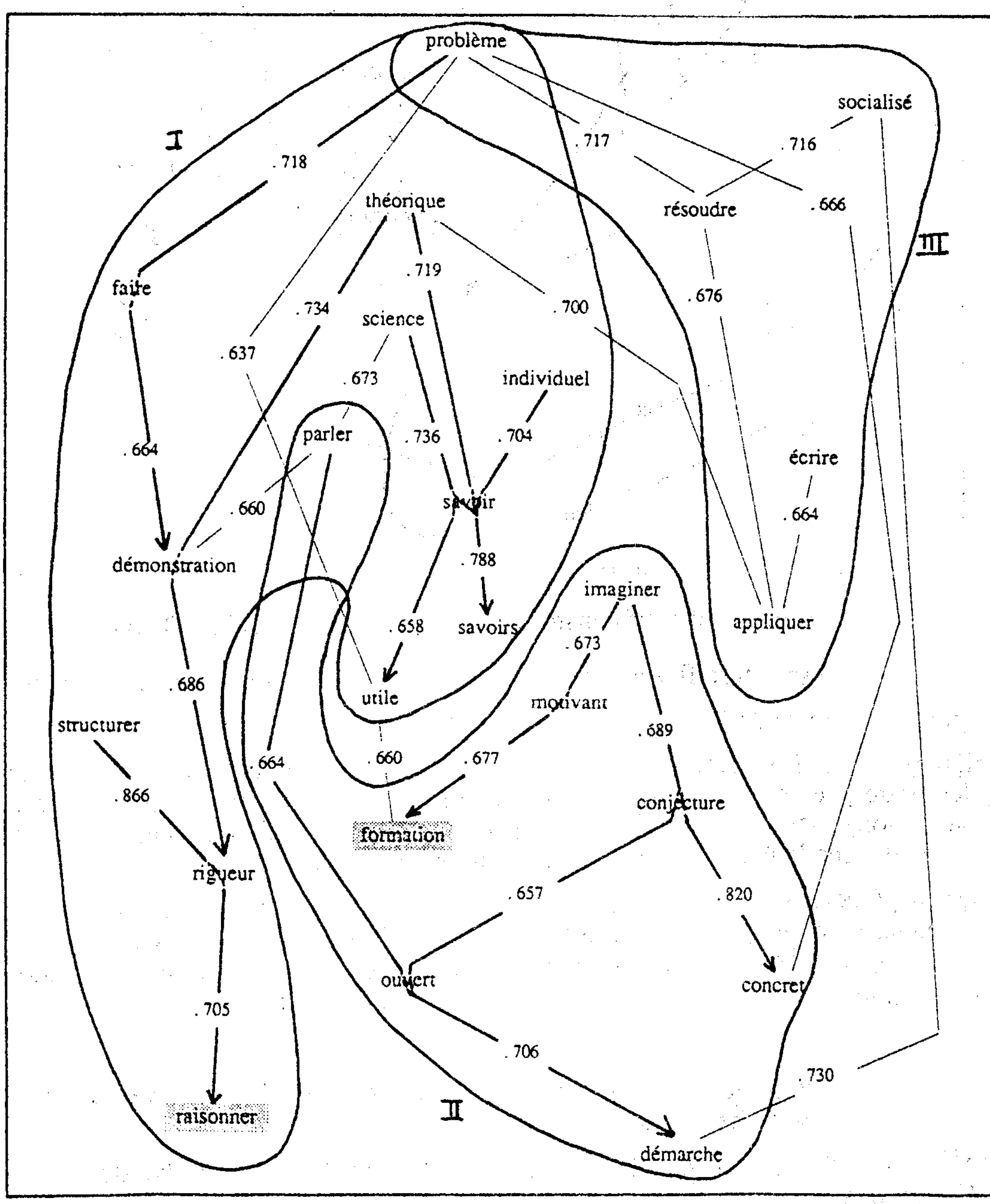
(démarche) ---> (rigueur) ---> (raisonner) : l'élève qui maîtrise des démarches, au sens ici de savoir-faire et non d'attitude, les manipule avec rigueur et se forge ainsi des outils de raisonnement .

III. L'enseignement des mathématiques tel que les collègues de lycée pensent que l'Institition l'attend d'eux.

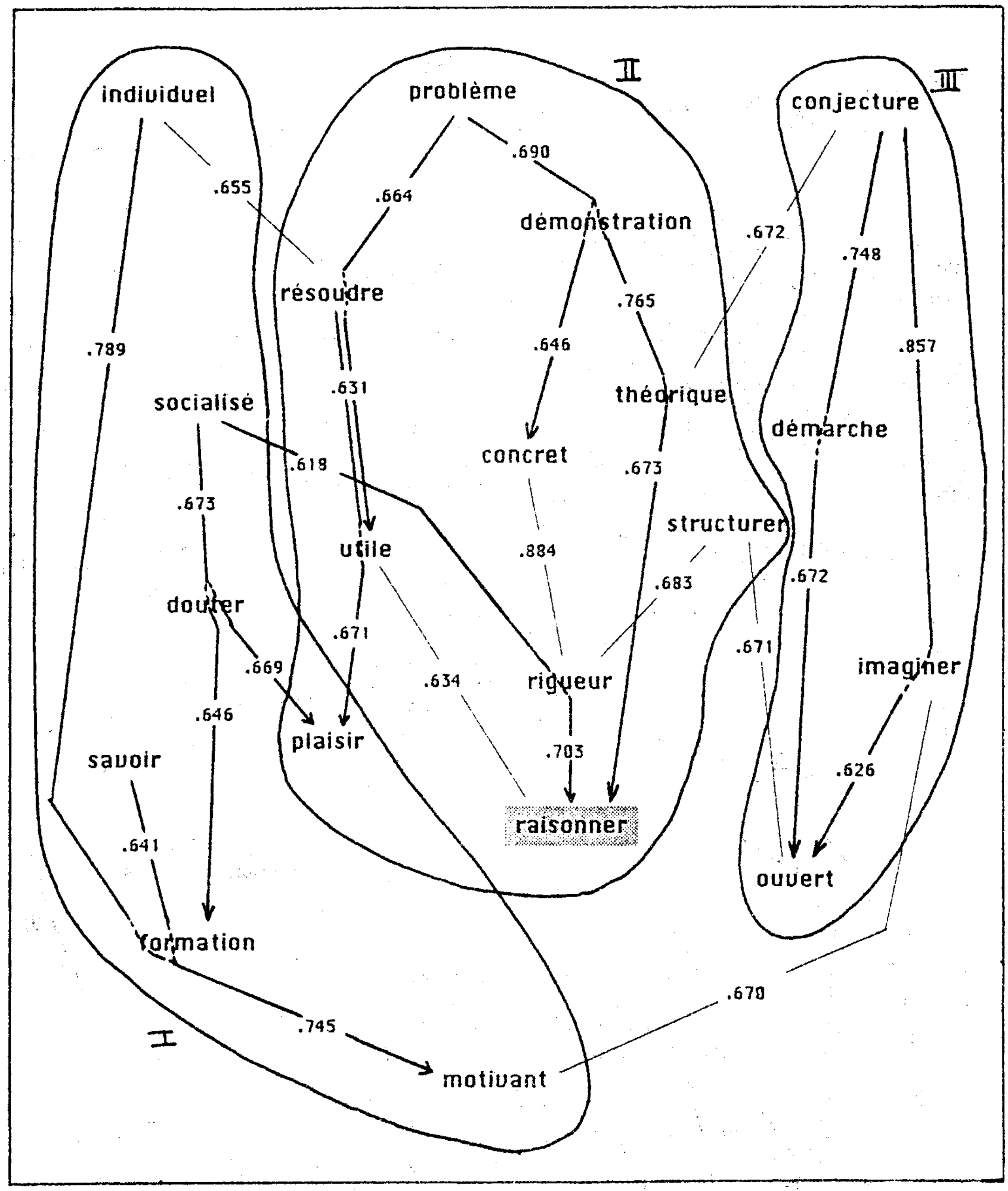
Bien qu'il puisse sembler d'un abord difficile, le graphe implicatif me semble être un bon moyen de percevoir à la fois la complexité et la structure des représentations sous jacentes aux réponses. Les commentaires qui vont suivre le graphe aideront, je l'espère, à sa compréhension.

Pour aider à cette lecture, j'ai été amené à construire les notions de "chemin significatif" et de "force implicative d'un chemin". Un chemin (a) ---> (b) ---> (c) est considéré comme significatif si et seulement si (a) implique (b) et (b) implique (c) au seuil souhaité par l'analyste et si, de plus, (a) implique (c) avec un coefficient d'implication au moins égal à .50. La force implicative, quant à elle, ressemble à une moyenne géométrique des coefficients d'implication des différentes variables qui composent le chemin, prises deux à deux.

Dans le graphe ci-dessous, les chemins significatifs sont représentés en gras et terminés par une flèche.



Graphe implicatif construit à partir des données du fichier INST



Graphe implicatif construit sur les données du fichier IDEAL

La structure II voit trois de ses chemins significatifs partirent de problème.

(problème) ---> (résoudre) ---> (utile) : si un problème est posé, le résoudre est utile.

(problème) ---> (démonstration) ---> (théorique) ---> (raisonner) : résoudre un problème, c'est démontrer, se servir de la théorie pour mettre de la raison dans le réel : (problème) ---> (démonstration) ---> (concret). N'est-on pas tenté de percevoir derrière ces trois chemins une conception des mathématiques comme explication de l'univers ?

Le chemin ((socialisé) ---> (rigueur) ---> (raisonner)) qui traverse les deux structures I et II vient appuyer d'un autre point de vue la conception ci-dessus en ce sens que, explication du réel, les mathématiques sont, par essence, socialisées et exigent rigueur et précision du raisonnement pour pouvoir être communiquées, partagées comme telles.

Notons qu'à l'intersection des structures I et II se trouve le mot "plaisir", aboutissement de deux chemins significatifs.

(résoudre) ---> (utile) ---> (plaisir) : si résoudre des problèmes est utile, alors cela procure des satisfactions.

Examinons les chemins significatifs qui se trouvent dans la structure I.

(problème) ---> (faire) ---> (démonstration) : quand un problème est posé, au lycée, y répondre consiste prioritairement à produire une démonstration.

(théorique) ---> (démonstration) ---> (rigueur) : la théorie est l'instrument de la démonstration, élément visible d'une certaine rigueur.

(théorique) ---> (savoir) ---> (savoirs)

(science) ---> (savoir) ---> (savoirs) : la théorie, la science, sont les outils privilégiés de la compréhension des savoirs, en particulier des savoirs enseignés dans le monde scolaire.

(individuel) ---> (savoir) ---> (savoirs) : c'est l'individu élève qui est à l'origine de cette volonté de comprendre les savoirs enseignés.

(science) ---> (savoir) ---> (utile) : la science permet à l'élève de comprendre le monde qui l'entoure, ce qui lui est utile pour s'y mouvoir.

(structurer) ---> (rigueur) ---> (raisonner) : structurer sa pensée est un élément constitutif de la rigueur, elle-même élément du raisonnement, dont on voit bien ici qu'il est perçu comme essentiellemnt rigide, perception à rapprocher de celle de la démonstration comme élément de réponse à un problème.

Ces sept chemins significatifs me semble révélateurs d'un regard sur l'enseignement qui privilégierait le pôle du savoir et de son fonctionnement en tant que système de connaissances parfaitement structurées.

Dans la structure II se trouve un chemin à quatre éléments qu'il convient d'examiner avec attention.

(imaginer) ---> (conjecture) ---> (ouvert) ---> (démarche) : si imagination, alors conjecturer : s'il a de l'imagination, l'élève pourra d'autant mieux conjecturer. Si conjecture, alors ouvert ? Il était tentant d'attendre ouvert implique conjecture : face à un problème ouvert, l'élève devra conjecturer. Alors ? Il y a là ce que C. ALIN appelle un "changement de position énonciative". En effet, conjecture (de l'élève) implique que l'enseignant lui propose des situations ouvertes où il pourra conjecturer. Ouvert implique démarche peut se lire de deux façons : si on reste côté enseignant, proposer des situations ouvertes relève d'une démarche, au sens d'attitude, fondamentalement différente que celle qui est à l'oeuvre dans la structure I, et si on lit cette implication avec un nouveau changement de position énonciative, ouvert implique démarche s'interprète de la même façon à ceci prêt que, cette fois, c'est chez l'élève que l'attitude nouvelle vis à vis des mathématiques est créée.

(imaginer) ---> (conjecture) ---> (concret) : ce chemin indique où aller chercher (pour l'enseignant) les conjectures : dans le "concret" mais je pense qu'il ne faut pas ici prendre le mot "concret" au sens premier mais plutôt au sens que ce qui sera concret pour l'élève sera ce qu'il peut "toucher", ce qu'il maîtrise, même s'il s'agit d'une notion mathématique.

(parler) ---> (ouvert) ---> (démarche) : le moteur privilégié de l'exploration des situations ouvertes est, au lycée, la parole et en particulier celle de l'enseignant.

Cette structure II me semble faire apparaître clairement un certain discours "généreux" de l'Institution, charge à l'enseignant de l'actualiser.

La structure III enfin, bien que sans chemin significatif et peut-être même à cause de celà, me semble révélatrice d'un certain malaise autour du "problème" : ne serait-ce que, sous la pression sociale (examens en particulier) résoudre des situations standard en appliquant, par écrit (à des fins de contrôle ?) des techniques éprouvées ?

(savoirs) ---> (théorique) : les savoirs construits sont des savoirs théoriques

(savoirs) ---> (savoir) : les savoirs suffisent pour comprendre !

(démonstration) ---> (raisonner) : démontrer est, en lycée, l'activité première sur laquelle est jugée la capacité à raisonner des élèves.

Cette structure II, construite autour des trois mots de ce graphe qui ont les plus fortes occurrences (appliquer, théorique, raisonner) me semble illustrer la représentation que les enseignants de lycée concernés ont de l'enseignement autour d'eux comme image d'un fonctionnement interne des mathématiques elles-mêmes en tant qu'ensemble théorique élaboré.

La structure III, que j'identifierais volontiers sur le plan graphique à une sorte d'île coincée entre les deux autres structures, révèle, à mon sens, un certain malaise chez les enseignants. Les pressions conjointes des structures I et II font que l'enseignement des mathématiques est lassant, c'est un constat.

(lassant) ---> (faire) ---> (problème) : c'est lassant, alors (non exprimé : pour se sortir de cet état de fait), les enseignants font faire (des maths par les élèves) - encore un changement de position énonciative - en leur proposant des problèmes.

(lassant) --- > (conjecture) ---> (résoudre) ---> (problème) : enseigner (peut-être au sens de instruire) est lassant, alors ils (les enseignants) font conjecturer (les élèves) en leur proposant de résoudre des problèmes.

(lassant) ---> (conjecture) ---> (concret) ---> (problème) : ce chemin vient compléter le précédent en précisant que c'est du "concret", au sens évoqué dans le paragraphe précédent, que sont extraits les problèmes.

La contre-apposée de l'implication (lassant) ---> (appliquer) permet de renforcer cette interprétation des chemins qui partent de lassant.

Cette structure III me semble donc illustrer les marges de manoeuvre que les enseignants se donnent pour sortir d'un état de fait. Notons néanmoins que même sur problème arrivent deux chemins significatifs révélateurs des pressions des deux structures précédentes.

(symbolique) ---> (résoudre) ---> (problème) : l'usage du symbolisme est un instrument de la résolution de problème (pression du pôle savoir).

(écrire) ---> (individuel) ---> (concret) ---> (problème) : c'est par l'écrit que l'individu-élève produira sur le concret qui lui sera proposé en tant que problème que s'exercera très certainement la pression sociale présente à travers la structure I (sous forme de contrôle ?).

V. L'idéal de l'enseignement des mathématiques.

voir le graphe implicatif page suivante

La structure I s'organise autour de trois chemins.

((individuel) ---> (formation) ---> (motivant)) qui s'articule dialectiquement avec

((socialisé) ---> (douter) ---> (formation)) : immergé dans une société qui est pour lui source de questionnements et de doutes, l'individu-élève a besoin de formation, il a besoin de comprendre ((savoir) ---> (formation) ---> (motivant)), ce qui suffit à le motiver car il est adulte (au lycée). N'oublions pas que nous sommes ici dans le point de vue de l'enseignement idéal et que, bien évidemment dans ce cas, l'élève, lui aussi est idéal !

La structure I est construite autour d'une véritable colonne vertébrale partant des objets de l'enseignement des mathématiques pour aller vers ses finalités : raisonner, rigueur. Examinons les chemins significatifs un à un.

(savoirs) ---> (appliquer) ---> (utile) : les savoirs mathématiques doivent s'appliquer, c'est ainsi que l'on juge de leur utilité.

(symbolique) ---> (appliquer) ---> (utile) ---> (formation) : l'usage du symbolisme est essentiellement quelque chose que l'on applique, en celà il est utile et contribue à la formation de l'élève.

(savoir) ---> (utile) ---> (formation) ---> (motivant) ---> (raisonner) : chemin significatif exceptionnellement long et dont la force implicative est forte. Savoir, au sens de comprendre, est, dans le monde actuel utile si on ne veut pas être réduit à l'état d'exécutant. Il y a donc une demande sociale de formation, s'adressant à des élèves adultes ou presque, ce besoin devient motivation dans la recherche du raisonnement. Dans ce chemin se mêlent une vision de l'élève idéal (cf § IV) et de la demande sociale pour néanmoins rester dans une perception des mathématiques telles qu'elles apparaissaient dans la structure II du point de vue IDEAL aboutissant sur le mot raisonner. Ce chemin traduit, en tant que structure organisatrice des représentations de certains enseignants de leur propre enseignement, un fonctionnement proche du fonctionnement qu'un enseignant aurait dans le cadre d'un "enseignement idéal". On peut alors se poser deux questions : 1) est-ce réellement le cas ? 2) pourquoi cette propension à se réfugier dans un mode de fonctionnement dont on sait qu'il n'est plus, si tant est qu'il n'ait jamais été ... ?

(formation) ---> (motivant) ---> (rigueur) : les commentaires sur ce chemin rejoignent ceux qui ont été faits précédemment.

En résumé, et peut être de façon un peu caricaturale, je dirais que cette structure va des mathématiques, avec un petit m, aux Mathématiques, avec un grand M, mais reste dans les mathématiques.

Dans la structure II, quatre chemins significatifs partent de parler.

(parler) ---> (conjecture) ---> (résoudre)

(parler) ---> (conjecture) ---> (ouvert) ---> (démarche) : on peut, à mon avis, rapprocher ces deux chemins de la structure II du point de vue INST : le "discours généreux" de l'Institution est pris en compte par l'enseignant qui essaie, utilisant principalement la parole, de créer chez les élèves une attitude différente de celle induite par la structure I vis à vis des mathématiques. On retrouve cette préoccupation dans les autres chemins, mais elle y est influencée par le poids du groupe classe et son hétérogénéité.

(parler) ---> (problème) ---> (socialisé) ---> (résoudre) : quand il présente un problème aux élèves, l'enseignant "le parle", le commente pour le socialiser, pour que tous les élèves de la classe en aient la même approche et le résolvent.

(parler) ---> (savoirs) ---> (socialisé) : les savoirs sont transmis essentiellement par la parole de l'enseignant ce qui en assure la socialisation, l'homogénéisation.

(structurer) ---> (socialisé) ---> (résoudre) : structurer son discours est, pour l'enseignant, une façon efficace de pouvoir le socialiser et résoudre ainsi son propre problème face à l'hétérogénéité de son public.

Cette structure II caractérise bien, à mon avis, les préoccupations de l'enseignant qui travaille sous la double pression de l'Institution, dans son aspect "généreux", et du social qui lui envoie dans les classes des élèves "nouveaux".

Coïncés entre les deux autres structures, les mots du groupe III, qu'il est difficile d'appeler structure car il n'y a pas de chemins significatif à l'intérieur, sont des mots "à statut flou" que les enseignants parviennent difficilement à positionner dans leur pratique.

VII. Conclusion et perspectives

VII.1. Représentations de l'enseignement et formation des enseignants.

Les résultats de ce travail devraient permettre aux formateurs de mieux repérer les logiques à l'oeuvre dans les discours d'enseignants en situation de formation pour pouvoir ainsi mieux positionner le leur, en fonction de ceux-ci et de leurs objectifs de transformation des collègues stagiaires.

Peut-on franchir le pas qui consisterait à faire des résultats de cette recherche un objet de travail en formation ? ... Il s'agit alors d'une question à laquelle ce texte ne peut, pour le moment, apporter de réponse.

VII.2. Perspectives.

VII.2.1. Améliorations de l'outil de repérage et d'analyse.

Nous avons vu que l'analyse implicative et les graphes implcatifs permettent de mettre en évidence des structures organisatrices des représentations. Il est naturel alors, à ce niveau de la réflexion, de se poser la question de l'identification des individus qui ont contribué à ce que les différentes structures se forment, sans tomber dans la dérive qui serait d'"étiqueter" les personnes, leur déniant ainsi quasiment à l'avance toute possibilité d'évolution, tant il est reconnu que le simple phénomène d'"étiquetage" suffit souvent à bloquer les individus sur des positions "dures"

VII.2.2. Transférabilité de l'outil.

La méthodologie relativement "légère" permet actuellement d'envisager son transfert dans d'autres types d'actions de formation et sur d'autres thèmes que les mathématiques. Elle semble en cela intéressante et vient renforcer la position de départ qui était la mienne : un regard didactique sur la formation est possible (souhaitable ?).