

MARC LEGRAND

**Initialisation dans la classe de mathématiques de la distinction
entre différents types de rationalité**

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989, fascicule S6
« Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 36-38

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989__S6_36_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Vendredi 25 août 1989

Atelier: "Initialisation dans la classe de mathématiques de la distinction entre différents types de rationalité"

par Marc LEGRAND

Université J. Fourier, GRENOBLE

L'objectif pédagogique de cette activité quand elle est proposée en classe:

Dans le système du "débat scientifique en situation de cours" on exploite le "système canonique de formulation de conjectures et de débat de validation" de façon à ce que l'incertitude et les contradictions qui se développent conduisent l'élève à s'impliquer fortement en ayant le moins possible recours aux indicateurs scolaires de vérité qui lui évitent de se poser la question du sens.

Mais, comme nous l'avons signalé, ce système seul se heurte au problème suivant : ou bien les élèves en restent au niveau des nécessités qu'ils ressentent dans leur rationalité du quotidien et le jeu qui se joue en classe, si intéressant soit-il, n'est pas mathématique, ou bien c'est l'enseignant qui décide avec ses critères propres si le jeu est fini ou s'il faut le poursuivre, car l'élève ne possède pas naturellement, instinctivement les critères de vérité qui lui permettent de prendre ce type de décision en conformité avec la communauté mathématique.

L'activité Circuit est organisée en classe après une période volontairement confuse au niveau des critères de vérité, et qui doit normalement faire apparaître le besoin d'une mise au point sur ce sujet : l'utilisation d'un "système canonique de formulation de conjectures" permet dans cette première période de montrer à l'élève que face à un problème, lui-même et ses camarades ne sont pas dépourvus d'idées et de propositions intéressantes, mais qu'en cas de conflit prolongé entre pairs, personne n'a d'argument décisif pour trancher. Dans ce cas, la classe est plus ou moins condamnée soit à rester dans l'incertitude (les uns pensent que c'est oui et d'autres non, d'autres encore que c'est oui et non), ce qui n'est pas très satisfaisant eu égard aux déclarations de principe de l'enseignant qui en début d'année a annoncé qu'on allait essayer de travailler "comme des scientifiques" (l'épistémologie et la méthode scientifique ayant été définies de la façon suivante : "en sciences on ne sait pas répondre à tout, mais quand on pense que quelque chose est vrai, on le formule le plus clairement possible (les conjectures), on se fabrique des outils pour le vérifier (les preuves) et on soumet ce travail à la critique collective de la communauté scientifique. Dans les cas favorables ce travail d'analyse et de preuve permet à la communauté de se mettre d'accord non pas en se référant à l'autorité d'un chef ou par un vote démocratique, mais parce que les preuves proposées convainquent l'ensemble des membres de la communauté qu'il n'est pas possible que les choses soient autrement. Les grandes réalisations techniques modernes sont la preuve de l'efficacité de cette méthodologie, et bien souvent quand une catastrophe technologique arrive, on constate après coup que la procédure précédente n'a pas été totalement respectée".)

N'ayant pas de critères pour trancher entre eux, les élèves doivent donc se retourner vers le maître pour qu'il arbitre, ce qui est tout aussi insatisfaisant puisqu'une certaine responsabilité scientifique avait semblé être dévolue à la classe.

Le choix d'un circuit électrique comme support d'une activité logique, c'est-à-dire le choix d'un cadre semi-mathématique où réel et modèle semblent pouvoir s'identifier facilement, est fait pour permettre d'emblée que soient discutés des choix conventionnels de la logique mathématique en pleine confrontation avec les autres choix correspondant à la rationalité quotidienne.

Il s'agit donc à travers cette activité de donner au débat de la classe un caractère scientifique en l'assujettissant aux règles très strictes du débat mathématique : quand une conjecture est suffisamment bien formulée pour être discutable en termes vrai-faux, un seul contre-exemple suffit à l'invalider ; un contre-exemple vague, trop facilement produit ou rejeté par tel ou tel élève, force alors la classe à préciser les hypothèses de modélisation (si le problème n'est pas déjà tout modélisé dans l'univers mathématique), à préciser le vocabulaire et approfondir les conventions, les définitions et les axiomes.

En d'autres termes, la force de loi attribuée au contre-exemple, législation contraire à celle de la rationalité quotidienne, que l'enseignant va "faire accepter" à la classe (en la proposant d'abord comme le moyen de rester en conformité avec les pratiques de la communauté scientifique), est un levier didactique nécessaire pour pouvoir se permettre de faire entrer régulièrement la classe dans des conflits scientifiques.

On peut effectivement à partir de là s'autoriser à susciter ces conflits,

- car la classe dispose d'atouts suffisants pour pouvoir en discuter la nature (est-ce un conflit lié à la mauvaise compréhension des concepts ou du problème, ce qui va souvent se manifester par la construction de faux contre-exemples, ou bien est-ce un conflit de rationalité qui se manifeste alors par la non-prise en compte des véritables contre-exemples),

- car les élèves qui s'assujettissent aux règles de la communauté scientifique ont alors le moyen de sortir par eux-mêmes du conflit (c'est-à-dire sans être obligés de passer systématiquement par l'arbitrage de l'enseignant).

Sur le plan cognitif ces conflits successifs devraient mettre en route le mécanisme didactique suivant : "Je pensais intimement que c'était vrai, on m'oppose un contre-exemple que je reconnais comme tel, c'est donc faux (par convention mathématique). Si cependant pour moi ce n'est faux que par convention, c'est-à-dire si je reste intimement persuadé que c'est quand même vrai, cela signifie qu'il y a quelque chose qui m'échappe dans les données du problème, ou encore qu'il y a quelque chose d'erroné, de trop naïf dans la signification que j'attribue aux concepts en présence, et il faut que je découvre quoi ?".

Pour l'élève cette expérience, positivement répétée, peut modifier en profondeur les raisons de son assujettissement : "Cette convention de la communauté mathématique, je peux maintenant m'y assujettir de deux façons : scientifique et didactique, car j'observe qu'elle est pour moi un outil didactique de dénaïvation scientifique".

La façon dont j'ai conçu cet atelier : un problème de didactique de la didactique.

Plusieurs fois j'ai présenté l'activité Circuit dans des séminaires en essayant de donner toutes les explications didactiques précédentes; dans des stages de formation d'enseignants j'ai même accompagné l'exposé par la monstration de cette activité dans une des classes des stagiaires. Les débats qui ont suivi m'ont presque toujours persuadé que les idées fondamentales qui présidaient à cette activité n'étaient pas reçues et que mes interlocuteurs avaient compris autre chose que ce que je croyais leur montrer.

J'ai analysé cet échec didactique de deux façons :

1) La présentation est mauvaise, l'activité est insuffisamment maîtrisée, etc. etc.....travaillons.....

2) J'ai aussi souvent assisté à des séminaires ou des ateliers de didactique où il se disait des choses que j'ai su (éventuellement après coup et par d'autres moyens) très importantes. Cela n'empêchait pas un dysfonctionnement profond de la communication par éloignement des points de vue : la plupart des participants soit se taisaient au moment du débat, soit s'embarquaient sur des discussions de forme ou sur un autre sujet, parce qu'ils n'étaient pas arrivés à percevoir la réalité du problème initial autour duquel s'organisait l'analyse ou l'ingénierie didactique, et par suite toutes les finesses de l'exposé étaient soit niées, soient interprétées dans des registres qui en changeaient profondément la signification.

La question didactique est alors : comment faire entrer les participants dans une problématique didactique que l'on considère comme fondée, mais dont on a plusieurs fois mesuré qu'elle était presque toujours rejetée ou ignorée par incompréhension de la réalité du problème d'enseignement sous-jacent ?

Un élément de réponse.

Bien que le comportement des étudiants de DEUG A me montrait clairement que la plupart d'entre eux n'avaient pas résolu le problème de distinction des rationalités, pendant des années je n'ai pas osé faire une activité aussi naïve que Circuit avec eux : "Pensez-vous ! eux qui avaient réussi le bac C, allaient-ils ressentir un conflit de rationalités sur une situation de logique tellement simple qu'on la présentait telle quelle en classe de quatrième, et sous une autre forme un peu plus naïve en sixième !".

Contrairement à toutes mes appréhensions, les étudiants n'ont jamais souri, pas plus que les élèves de Math Spé, quand je leur ai fait vivre l'activité Circuit; ils ont accepté de jouer le jeu parce que le conflit de rationalité que l'activité faisait apparaître, ils l'avaient maintes et maintes fois ressenti sans jamais l'identifier, si bien qu'ils n'étaient pas mieux armés que les élèves de quatrième pour le dépasser.

Finally, since the only ones who "resisted" to understand the sense of this activity were the teachers to whom I transmitted only a didactic discourse, I thought that it was necessary to try to make them live this activity too.

As a precaution I did it first with a pluridisciplinary stage, because I did not see how to play this game with science teachers.

What happened, it is that the teachers of French, of philosophy, of EPS, of languages and of music have totally invested and identified in one of the origins of their divorce with mathematics (the one I was expecting).

What I did not expect, on the contrary, is that the science teachers present, including those of mathematics (of whom I was asking myself how to neutralize the action so that they do not live the "good answer" which would destroy the sense of the activity) have let themselves be taken into the conflict of the two rationalities (at the time when I was talking to them in a didactic discourse, they smiled and considered that it was a false problem or in any case a problem for students).

The fact that in the management of the debate, the animator forbids any judgment of value tending to give more weight to this or that type of argumentation, arrives to destabilize the system of conviction of these scientists who at the start had instinctively treated the problem in the rationality of the mathematician, but who were becoming more and more sensitive to reasoning that is alien to the one that was developing in the debate. They were becoming more and more aware of real contradictions in which their students were debating when they were not spontaneously in the scientific rationality, but were nevertheless trying to reflect.

Thus, not having had the capacity like others to create a theory to show what I wanted to show (I have the impression, however, that the theorization proposed by Y. Chevallard (1989) comes to the point named for this), I was reduced to trying to make them live what I wanted to show.

It is certainly not the good way, even less the panacea to overcome the didactic problems of didactics, but it is a way that nevertheless has its efficacy and its scientific rigor in the measure that it allows to test the robustness of certain hypotheses.

As A. Mercier said at the end of the workshop, "it is true that this activity Circuit "works well", but it is necessary to start the real didactic work: to analyze what works and why!"

I am completely in agreement with this reminder and I think that this could be the object of a real TD of didactics.

The question that I pose, not to excuse myself, but because I think that it has a sense: "can we seriously do this type of TD if it has not been preceded by the workshop?"

In the light of what happened in other TDs to which I participated, I think that this is a "good question" that goes beyond the framework of this specific subject and that will find elements of answer in the next school year!