PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

H. RATSIMBA-RAJOHN

TH. BAUTIER

Perspective conique et géométrie dans l'espace F. Brunelleschi Aspects historiques, épistémologiques et didactiques

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1984, fascicule 2
« Séminaires de mathématiques-science, histoire et société », , p. 1-4
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1984___2_A2_0>

PERSPECTIVE CONIQUE ET GEOMETRIE DANS L'ESPACE

F.BRUNELLESCHI

ASPECTS HISTORIQUES, EPISTEMOLOGIQUES ET DIDACTIQUES

Ratsimba-Rajohn H. et Bautier Th.
IREM BORDEAUX I IREM RENNES I

(RENNES, 14 juin 1984)

Chercheurs en didactique des mathématiques, nous participons à ce séminaire en tant qu'utilisateurs potentiels de l'histoire et de l'histoire des mathématiques en particulier.

Certains compte-rendus des années précédentes de ce séminaire font état de points de vues de didacticiens de mathématiques quant à leur position vis-à-vis de l'histoire des mathématiques. (cf. Ballachef N. : Constructions de connaissances mathématiques : l'approche de Imre LAKATOS, année 1982). Ainsi nous ne nous attarderons pas sur notre conception à propos de nos rapports généraux avec l'histoire des mathématiques. L'exposé qui suit en est un essai particulier à propos de la géométrie dans l'espace et de la perspective conique. Nous y ferons l'effort dialectique de préciser et de mettre en oeuvre cette conception.

Cet exposé comportera deux parties. La deuxième est prévue dans un proche avenir. Celle d'aujourd'hui développera principalement les aspects historiques et épistémologiques dans le cadre d'un problématique didactique. La prochaine se concentrera sur l'usage que nous ferons de l'histoire des mathématiques en vue d'une ingénierie didactique de la géométrie dans l'espace.

A priori donc, l'intérêt que nous portons à l'histoire des mathématiques consiste à pouvoir repérer et identifier les "difficultés" spécifiques à un concept mathématique, ce que G. BACHELARD (1938) appelle obstacles épistémologiques : ce sont les difficultés qui sont inhérentes à la construction du concept au cours de son histoire.

Un point de vue réductif de ces difficultés se limitera au développement interne du concept, en mettant seulement en relief les crises et les contradictions logiques internes. Une telle réduction fait abstraction d'un processus dialectique entre le concept en question et le développement des sociétés. Elle occulte ainsi le fait que ce concept a pris vie et s'est construit difficilement dans un système que nous appelons "système de contradictions". Nous prenons pour ce dernier son sens le plus large possible.

Nous rejoignons ainsi l'idée que CREPEL a développé dans son article : "Les Mathématiques" (Cahier du communisme, Novembre 1982, n°11, p.108). Ce système de contradictions fera l'objet d'une analyse concrète pour chaque concept mathématique. Ce que nous allons essayer de faire avec la perspective conique et la géométrie dans l'espace.

L'intérêt que nous portons à ce "système de contradictions" où le concept a été engendré et développé est à notre avis fondamental pour la didactique des mathématiques.

En effet, non seulement, il faut chercher dans la structure de ce système l'explication probable des difficultés qui sont apparues au cours du développement historique du concept, mais aussi il nous oblige à nous interroger sur la validité des différentes transpositions didactiques (Y. CHEVALLARD, Ecole d'été de didactiques des mathématiques, Grenoble 1980 et Orléans 1982) pratiquées ou qu'on essaye de pratiquer actuellement dans l'enseignement des mathématiques. Parmi les questions qui se posent, signalons celle-ci à titre indicatif : Pour enseigner les mathématiques, faut-il récupérer la signification historique ou peut-on construire une signification dans les conditions actuelles ?

En outre, nous rappelons qu'une telle étude historique et épistémologique se place en amont de notre principale préoccupation qui est l'étude et la construction de situations didactiques. L'objet essentiel de cette préoccupation est l'analyse des variables que nous appelons variables didactiques de situation. Par exemple, G. BROUSSEAU (IREM de Bordeaux) avance actuellement que la variable taille de l'espace dont les modalités sont : micro-espace, méso-espace et macro-espace est une variable pertinente de la géométrie. Ces situations seront donc celles qui permettront à tous les élèves d'accèder à une signification correcte du concept visé. La maîtrise de ces variables didactiques doit nous amener à une ingéniérie didactique efficace. Aussi, la connaissance correcte de ce "système de contradictions" nous éclairera sur le choix judicieux et stratégique de ces variables didactiques.

Ainsi une brève analyse de la situation d'enseignement actuel de la géométrie dans l'espace nous amène à deux constatations évidentes mais qui posent problème à priori :

1 - Tout travail dans l'espace nécessite une représentation, qui est généralement une représentation plane. Mais inversement, toute représentation d'espace est la désignation graphique d'un type particulier de relation à l'espace.

2 - Les enseignants éprouvent des difficultés à enseigner la géométrie dans l'espace. (Il suffit de considérer l'expression "avoir la vision dans l'espace ou non").

.../...

Bien que nous distinguions ces deux constats pour la clarté, ils sont en fait liés. Et ce sont eux qui incitèrent mon collègue T. BAUTIER à s'investir dans une étude historique et épistémologique de la perspective.

Familièrement la représentation plane de l'espace nous amène à un algorithme qui se réduit à une suite de règles. En fait, pour la plupart des élèves, cette suite de règles est mémorisée. Et tout enseignant sent que cette mémorisation évacue généralement toute signification correcte. La perte de telle signification implique chez les élèves (ou les étudiants) des comportements inadéquats face aux exigences professionnelles, ou face seulement à un problème qui s'écarte des problèmes dits "types". Ces comportements se reflètent aussi à travers des tests (1) (à usage soi-disant didactique) par des contradictions au niveau des résultats avec des pourcentages de réussites.

De ce point de vue, nous sommes obligés de considérer ce que nous désignons par "réseau de contradiction" de l'élève ou des élèves, réseau dans lequel il a (ou ils ont) implanté les suites de règles à mémoriser. Schématiquement et succintement, ce réseau de contradiction est à l'élève ce que "le système de contradiction" est à l'histoire. D'où notre intérêt à propos de cette étude historique.

Secundo, il paraît que l'enseignement de la géométrie dans l'espace dans sa forme actuelle, n'attire pas trop les jeunes enseignants d'aujourd'hui. Cela reste à prouver bien que certains indices soient parlants. Dans le cas où c'est vrai, on se demande pourquoi la géométrie dans l'espace est si difficile ? Mon collègue avance parmi tant d'autres hypothèses, la suivante : l'homogénéisation de l'espace semble être évidente pour le système éducatif, mais ce n'est pas le cas au niveau des enseignés. Or le traitement didactique des transmissions des évidences est en fait difficile et n'est pas encore résolu. Ainsi, mon collègue se demande comment dans l'histoire et dans quelles conditions cette évidence actuelle de l'homogénéisation de l'espace s'est historiquement construite et comment elle a été traitée ?

Parmi les évidences actuelles qui posent aussi problème se trouvent aussi l'utilisation familière de la notion de point de fuite, qui semble être un outil intermédiaire pour la perspective. Or aujourd'hui d'une façon générale, dans l'enseignement d'un concept, les outils intermédiaires sont maltraités. Maltraités dans le sens suivant : des enseignants les négligent en imaginant que tous les élèves les trouveront naturellement. (En fait seuls les surdoués peuvent y accéder). Ou bien certains ont tendance à les mettre en relief de telle façon que d'outil, l'objet intermédiaire devient l'objet principal de leur enseignement. Ils biaisent ainsi leur objectif et dévient le contrat didactique (concept développé par G. BROUSSEAU, in Recherche en didactique (Vol. 2.1, voir aussi le Vol. 4.2).

(1) Ces derniers sont si fragiles et si instables. Il suffit qu'une variable qui n'est pas spécifique à la notion mathématique concernée change de modalité pour que le pourcentage de réussite chute significativement.

La déviance la plus habituellement observée est le fait de donner ou de révéler tout simplement cet outil intermédiaire qu'est le point de fuite, avant que les élèves sentent sa nécessité. Et dans ce cas sa signification réelle est perdue. Le sens que les élèves assignent à cet objet est le suivant : "on l'utilise par ce qu'on nous dit de le faire".

Ainsi mon collègue se demande comment ce concept de point de fuite, qui est passé dans l'usage a été historiquement engendré puis traité, et dans quelles conditions ?

Thierry BAUTIER se posait en même temps des questions à propos des évolutions et des rapports entre ce qui est appelé par W.M.IVINS intuitions tactiles et musculaires et intuitions visuelles. En effet, en tant que didacticiens nous nous demandons quelle est la place et le rôle de ces types d'instructions dans la constitution du "système de contradiction" où s'est développé le concept de perspective conique ; et par la suite dans la constitution du réseau de contradiction de chaque élève ou des élèves actuels.

Notre problèmatique pose ainsi un grand nombre de questions à l'histoire. L'exposé qui sera présenté aujourd'hui n'apportera que quelques éléments de réponses. Votre aimable participation à la discussion affinera, précisera et enrichira certainement notre conception.

Nota : Le texte du séminaire de T. BAUTIER paraîtra sous forme manuscrite très prochainement, et sera inséré dans le receuil des séminaires d'Histoire des Mathématiques, Année 1985.