Editorial

Le présent cahier thématique de *Philosophia Scientiae* reprend une sélection de conférences présentées à Nancy en octobre 2002 dans le cadre du colloque international “Philosophical Insights into Logic and Mathematics" (PILM). Outre les travaux historiques, la vingtaine de contributions rassemblées dans ce numéro offre un bon aperçu de la richesse des positions hétérodoxes défendues en matière de fondements : théorie des catégories, théorie des jeux, fondements cognitifs, approche de la tradition polonaise.

Vers la fin du 20e siècle surgit en effet la question suivante : la possibilité d’une traduction dans le langage de la théorie des ensembles et en logique est-elle véritablement la forme exclusive de justification et de rigueur en mathématiques ? Depuis Poincaré, il y a toujours eu des réfractaires aux approches standard des fondements des mathématiques. Poincaré défendait la thèse selon laquelle, formulée en termes modernes, les variétés de théories logiques formelles – qu’il concevait comme fortement reliées aux opérations ensemblistes – n’expriment pas la structure essentielle à une authentique compréhension des mathématiques. Une alternative possible serait que les mathématiques n’aient pas besoin de fondements, ce dont témoignerait le fait que l’existence de propositions formellement indécidables (dans un système arithmétique donné) ou les problèmes non résolus par les axiomes standard (en théorie des ensembles) n’ont pas empêché le développement d’une science viable et, en fait, puissante. En conséquence, c’est l’idée même de fondements des mathématiques qui pourrait être suspecte. Les mathématiques pourraient et devraient alors être comprises à partir de leur seule pratique.

Cependant, nous aimerions formaliser la vérité, car la théorie classique des modèles repose sur des définitions de la vérité. Tant que ces définitions ne peuvent être formulées que dans un langage du second ordre ou avec la théorie des ensembles, la théorie des modèles dépendra de la logique du second ordre ou de la théorie des ensembles. Mais les théoriciens des catégories défendent l’idée qu’il y a des opérations pour les fondements différentes des opérations ensemblistes. Est-ce là la solution ?

Philosophia Scientiæ, 9 (2), 2005,

En outre, les dernières années ont révélé un intérêt grandissant pour l'étude des sémantiques basées sur les jeux, comme la GTS ou la logique IF de Hintikka. Il semble que ces développements permettent de renouveler la conception traditionnelle des relations entre syntaxe, sémantique, modalité et pragmatique, mais aussi la querelle standard entre logiques classique et non-classique, et jusqu'au rôle de la logique dans les fondements des mathématiques.

L'ambition de traiter de ces différentes questions unit les contributions rassemblées dans ce volume. Nous en exprimons aux auteurs toute notre gratitude.

* * *

This thematic issue of *Philosophia Scientiae* offers a selection of papers presented at Nancy during the International conference "Philosophical Insights into Logic and Mathematics" (PILM), in October 2002. Alongsides historical articles, the contributions presented here give a good perspective on foundational heterodoxy: category theory, game theory, cognitive foundations, the conception of the Polish tradition.

Towards the end of the 20th century the following question indeed arises: Is translatability into the language of set theory and logic really the exclusive form of justification and rigor in mathematics? Since Poincaré there have always been some outsiders who rejected the standard view about the foundations of mathematics. Formulated in modern terms, Poincaré held that the varieties of formal logical theories-which he thought to be considerably attached to set operations-don't express the structure which is essential for a genuine understanding of mathematics. One possible alternative were: "Mathematics without foundations," and it could be evidenced by the fact that the existence of formally undecidable propositions (within a given arithmetical system) or of problems unsettled by standard axioms (within set theory) does not obstruct the development of a viable and, in fact, powerful science. Accordingly, the foundational view of mathematics itself might then be suspect. Mathematics can and has to be understood from mathematical praxis alone.

Nevertheless, we would like to formalize truth, for classical model theory depends on truth definitions. As long as these definitions can only be given in a language of second-order or in set theory, model theory depends on second-order logic or set theory. But category theorists have defended the view that there are foundational operations different from set operations. Is this a way-out?

Further, recent years have witnessed a gradually increasing interest in the study of game-based semantics, such as GTS or Hintikka's IF-logic and Cognitive foundations. By these developments, traditional views and received wisdom concerning the relations between syntax, semantics, modalities and pragmatics, between non-classical and classical positions, and the role of logic in foundations seem to be challenged.

The emphasis on these problems is the common theme of the papers in this volume and we express our thanks to the contributors for all their effort.

Gerhard Heinzmann & Manuel Rebuschi
Editeurs