

# Dialectique de la nature pensante : la construction de la cognition mathématique

*Emmanuel Barot*  
Paris X (Nanterre)

**Résumé.** Malgré la piètre estime en laquelle est encore tenue la dialectique aujourd'hui, et particulièrement la *Dialectique de la nature* d'Engels, nous tentons de réactualiser cette perspective au regard du progrès des sciences cognitives, en nous inspirant de l'ontologie matérialiste de Sartre. Une construction dialectique, opérant par différenciations qualitatives et dépassements de contradictions, permet de comprendre la genèse du sens, puis l'émergence de la pensée logico-mathématique, à partir de l'auto-organisation des composants du cerveau. Les hypothèses de cet article programmatique se nourrissent des théories mathématiques de la récursivité d'abord, de théories constructivistes et informationnelles contemporaines ensuite. Une forme particulière de réalisme intentionnel est finalement présentée dans ses grandes lignes.

**Abstract.** Nowadays most philosophers still hold dialectics, especially Engels' *Dialectics of nature*, in low esteem. Despite this situation we actualize this approach, founded upon Sartre's materialistic ontology, from the viewpoint of improvements in cognitive science. A continuous process of building, proceeded by qualitative differentiation and contradictions resolved dialectically, can account for the genesis of meaning, and thus for the emergence of logical-mathematical thinking originating from the self-organization of brain components. The hypotheses of this general paper are primarily supported by the mathematical theory of recursive functions and then secondarily by contemporary cognitive constructivisms and information theories. We provide the reader, finally, with the essential features of a particular intentional realism.

## Introduction

S'il est un corpus théorique qui a contribué à la dévalorisation de la pensée marxiste concernant l'épistémologie des sciences de la nature, c'est, pour des raisons variées que l'on ne détaillera pas ici, l'ensemble des thèses d'Engels constituant l'officielle *dialectique de la nature*, consignées dans des manuscrits en réalité inachevés [Engels 1883]. Nous voulons défendre, contre cet état de fait, et à la lumière des données scientifiques et des progrès des sciences cognitives, une réactualisation de cette perspective, en prenant pour objet général la nature dont relèvent les processus cérébraux, les mécanismes organiques et neurologiques à partir desquels naît la pensée. Notre objectif est ici d'étudier les actes cognitifs corrélatifs de l'activité mathématique à partir d'une interprétation particulière de leur genèse<sup>1</sup>.

Notre propos sera épistémologique à deux titres :

1. Examiner les conditions et modalités de construction matérielle de la pensée, puis sur cette base, celle de la pensée logico-mathématique, exige de prendre acte des transformations des disciplines scientifiques concernées. Un des problèmes majeurs est celui de l'articulation théorique entre quatre niveaux d'analyse, renvoyant aux quatre « ordres de réalités » suivants (trop étudiés indépendamment les uns des autres) : celui de l'organisation des composants biologiques de l'organisme et du cerveau, celui des fonctions cognitives possédées par l'organisme, celui des contenus sémantiques des représentations et des états mentaux, celui, enfin, des idéalités logico-mathématiques. Ces distinctions sont bien sûr grossières, mais serviront de repères initiaux.

L'hypothèse philosophique adoptée pour conduire cet examen, celle d'un *constructivisme dialectique* de la pensée et des objets mathématiques, est fondée sur une ontologie matérialiste héritée de la critique interne du marxisme que développe Sartre [Sartre 1960]. Nous visons dans toute sa généralité la légitimation de la thèse suivante : *de la matière naturelle aux schèmes globaux de nature cognitive (structurant notre relation au monde d'abord, notre pensée logico-mathématique ensuite)*, de

---

1. Selon J. Petitot [Petitot 1991], « ... il existe quatre piliers de toute philosophie des mathématiques : (1) les actes cognitifs constitutifs de l'activité mathématique ; (2) le statut de la connaissance et de la légalité symbolique ; (3) le problème de la donation et de la réalité des objets et structures mathématiques (4) la nature de l'applicabilité des mathématiques au monde de l'expérience. C'est eux qu'il faut arriver à penser dans le cadre d'une doctrine de l'objectivité. » Notre propos porte donc ici sur le premier de ces « piliers », mais nous travaillons en détail sur les autres dans notre thèse (qui porte sur le concept de dialectique mathématique de Hegel à aujourd'hui) et renvoyons à [Barot 2001] qui en constitue une première synthèse partielle.

ceux-ci aux contenus sémantiques des représentations, puis à la sémantique propre liée aux objets « idéaux », nous assistons à un phénomène dialectique complexe, mais unique, d'émergence. Ce processus d'abord biologique manifeste une différenciation qualitative menant du physique à l'idéal, dont la compréhension suppose une méthodologie et une conceptualisation dialectiques en un sens que nous préciserons progressivement.

2. Outre cette première dimension *génétique* de l'analyse, nous tâcherons de montrer que l'approche *structurelle* contraire et complémentaire, est logiquement pensable et praticable du point de vue même de la dialectique que nous mobilisons. Nous défendrons en dernière partie une forme particulière de *réalisme intentionnel* qui supposera les deux approches, quoique ce sera principalement ici, faute de place, la stratégie génétique-ascendante que nous conduirons. Autrement dit nous essayerons d'abord de faire « dériver » progressivement l'existence du niveau sémantique, relativement autonome, de la pensée à partir des mécanismes physiologiques que les sciences étudient, pour montrer ensuite que l'aboutissement de cette genèse, l'existence du sens et des idéalités mathématiques, peut être étudiée indépendamment de cette genèse. Cela exigera une transformation conceptuellement justifiée de la méthode : le passage de l'analyse génétique à l'analyse structurelle.

Nous exposerons d'abord (I) les éléments d'ontologie et d'épistémologie générale logiquement primitifs dans notre étude, mais n'étudierons la relation entre le niveau bio-cognitif et le niveau de la cognition mathématique (III-IV) qu'après avoir présenté certaines des procédures récursives des mathématiques constructives (II). La raison de cet ordre réside d'une part dans le fait que nous avons élaboré notre hypothèse générale après avoir senti la nécessité de combler le fossé entre l'approche dialectique du développement de l'organisme et la mobilisation de cette dialectique au niveau de l'analyse de la construction des objets mathématiques. D'autre part, la récursivité mathématique est à certains égards indicatrice de processus cognitifs : elle peut être *outil* d'analyse de la cognition, et *objet* de l'examen des formes de cognition *mathématique*. Pour autant cet ordre méthodologique reste à nos yeux fondamentalement *contingent*, ce qui constitue déjà en soi un *problème épistémologique* que nous ne pourrions pas aborder ici pour lui-même cependant.

Sartre restera l'autorité philosophique majeure à laquelle la plupart de nos développements, implicitement, reconduiront, sauf mention contraire. Pour autant nous nous efforcerons de mettre en parallèle l'hypothèse dialectique à certaines conceptions, celle de J. Petitot en particulier, mais aussi celle de Piaget, actualisée, et celle de F. J. Varela : un

des problèmes que nous rencontrerons alors est celui de *l'intentionnalité*, capacité d'avoir des « représentations » à propos d'un quelque chose, dans la mesure où l'élaboration du *sens* est le thème transversal majeur qui établit le lien entre les deux analyses suggérées plus haut.

Bien conscient de la modestie et de la prudence exigées par les difficultés propres du domaine, nous souhaitons cependant montrer que, trop décriée, l'hypothèse d'une « dialectique de la nature pensante » peut satisfaire aux conditions de légitimité que sont la pertinence heuristique au niveau épistémologique et la vraisemblance biologique au niveau scientifique [Sève 1998]. Afin cependant de présenter correctement l'ambition de notre hypothèse, ce travail ne pourra qu'être un travail de mises en perspectives théoriques et méthodologiques, et restera à un niveau de généralité par définition autant ouvert et programmatique qu'insuffisant. Que le lecteur n'attribue pas à notre propos plus de prétentions qu'il n'en a.

## I — L'émergence dialectique des fonctions cognitives : genèse naturaliste de l'intentionnalité

On entendra systématiquement par *idéauté* un *type* général d'objet transcendant ses *occurrences* particulières, et possédant une réalité non spatio-temporelle, ancré dans un processus de construction que la partie (II) va préciser. Pour montrer que du niveau des substrats matériels au niveau de ces idéautés formelles de la logique et des mathématiques, le « *saut* » du naturel au sémantique est compréhensible comme un phénomène dialectique *d'émergence*, quelques linéaments d'ontologie sont d'abord requis.

### Eléments d'ontologie

Sartre [Sartre 1960] enracine le mouvement dialectique dans un rapport originaire de l'individu organique à lui-même et à son environnement, bien qu'il attaque d'abord la dialectique de la nature telle qu'elle a été présentée par Engels, et cela dès 1946 [Sartre 1946]. Simple projection métaphorique des catégories dialectiques élaborées par Marx dans l'analyse historique et économique des contradictions du capitalisme, sur les phénomènes naturels, mécaniques, cette projection, d'après Sartre, est

défendue par Engels comme une simple description factuelle : « *On ne trouve dans la nature que la dialectique qu'on y a mise* » [Sartre 1960, 150]. Cela justifie en retour de faire naître la dialectique historique de la nature sur le mode d'une continuité *déterministe* et finaliste. Cette exposé frauduleux du saut de la nature à l'histoire est pour Sartre la raison théorique et la cause idéologique de la sclérose de la pensée dialectique dans tout le courant marxiste du XXème siècle [Barot 2000].

Le *besoin* qu'éprouve la praxis humaine (activité individuelle de transformation réciproque de soi et du monde) est une négation de la négation originaire qu'est le *manque*. Elle s'enracine dans une *réaction* : l'homme est un organisme matériel vivant qui cherche à se « nourrir » de la matérialité qui l'environne. Ce besoin est « *négation de la négation dans la mesure où il se dénonce comme un manque à l'intérieur de l'organisme, il est positivité dans la mesure où par lui, la totalité organique tend à se conserver comme telle ; [... ] la matière dévoilée comme totalité passive par un être organique qui tente d'y trouver son être, voilà sous sa première forme la Nature* » [Sartre 1960, 195]. La conscience individuelle se développe sur la base de ce rapport complexe à l'environnement, fait d'échecs exigeant réflexion et modifications fonctionnelles du comportement.

Nous sommes donc des « *hommes du besoin* », des organismes matériels au sens le plus strict du matérialisme : produits d'un organe matériel, le cerveau (matière naturelle), et de situations matérielles, les conditions réelles de notre existence sociale (matière « ouvrée », informée et investie par le travail humain). Le processus cyclique de l'autoconservation, de « l'autopoïèse » (Varela) est brisé du dehors : l'individu doit sortir de soi pour agir sur son environnement. Le maintien de son *homéostasie*<sup>2</sup> passe par une négation de ce cycle qui exprime sa finitude. Mais alors Sartre n'enracine-t-il pas à son tour la dialectique dans un simple mouvement naturel ? Selon lui une justification originaire du saut dialectique de la nature à l'histoire relève d'une simple « hypothèse métaphysique ».

C'est sur ce point que nous nous éloignons de la thèse sartrienne. En fait, nous la *développons* et l'*approfondissons* à partir de ses propres thèses. Contre Sartre et avec lui, nous allons essayer de montrer que ce qu'Engels appelle les trois « lois fondamentales de la dialectique », à savoir le *passage de la quantité à la qualité et réciproquement*, l'*interpénétration des contraires*, et la *négation de la négation*, opèrent non seule-

---

2. Sartre utilise l'expression de « circuit homéostatique ». [Sartre 1966] est une synthèse générale de son projet.

ment dans l'interaction de l'individu avec son milieu extérieur, sur la base de la double détermination biologique et sociale, en lien avec son rapport de régulation organique et psychologique propre, mais également dans le processus *d'émergence* des fonctions cognitives à partir du niveau biologique [Levins & Lewontin 1985], de la perception à la construction des objets mathématiques.

## Pensée et cerveau : un « non-lieu »

Le problème de savoir si l'on doit partir du niveau neurologique pour arriver au niveau de la pensée et des objets mathématiques, ou l'inverse est à déplacer : c'est une articulation précise, justifiée en droit, entre les deux approches qui seule pourra les rendre compatibles et en tirer les mérites respectifs. Cette différence de méthode est recouverte par l'opposition entre l'approche *ascendante*, qui insiste plutôt sur la genèse de l'intentionnalité à partir des mécanismes neurologiques, et l'approche *descendante*-structurelle, qui elle tente plutôt de cerner le caractère intentionnel au niveau de la structure du système cognitif, en définissant les exigences d'une tâche cognitive indépendamment des mécanismes neurologiques. La méthodologie dialectique exige l'union des deux mouvements, ascendant et descendant, notamment parce que leur opposition statique se traduit par des thèses fortes relevant de l'ontologie dans les deux types de modèles que ces approches théoriques gouvernent. Il existe encore de fait une opposition statique entre respectivement les modèles connexionnistes éliminativistes et réductionnistes et les modèles cognitivistes fonctionnalistes (stratégie structurelle, voire strictement fonctionnelle). Les premiers croient en l'auto-suffisance des données neurobiologiques, et réduisent, dans le cadre d'un monisme matérialiste orthodoxe, le cognitif au neuronal : les états mentaux, soit sont de simples mouvements cérébraux, soit disparaissent aux profits de ceux-ci. Les seconds au contraire instaurent un dualisme entre le niveau symbolique de la cognition et le niveau matériel de l'organisme biologique.

L'hypothèse dialectique permet le dépassement de cette opposition de modèles grâce à l'unité méthodologique qu'elle rend possible (en (IV) ceci sera précisé). Elle est *épistémologiquement*, et pas seulement anthropologiquement défendable. Sartre, Piaget [Piaget 1967a], [Piaget 1967b] exigeaient cette orientation, que l'on retrouve aujourd'hui chez F. Varela, J. Petitot, ou encore B. Andrieu [Andrieu 2000]<sup>3</sup>. Nous voulons pratiquer les deux approches, contraires et complémentaires — quoique ce soit

3. Varela [Varela 1993, 35] cite explicitement un extrait de [Sartre 1960], et Piaget, dans le chapitre conclusif de [Piaget 1967a, 1259-1271], évoque le « constructivisme

de façon inégale ici, faute de place, au profit de la première approche, comme nous l'avons dit.

Toute tentative néo-phrénologique visant à cartographier les fonctions cognitives en relation avec des régions bien délimitées est à rejeter, dans la mesure où une diversité de régions est toujours impliquée lors d'une activité mentale, même si certaines aires sont plus impliquées que d'autres pour certaines tâches. Par exemple, le cortex pariétal inférieur est impliqué pour beaucoup de tâches numériques, les régions préfrontales pour tout raisonnement mental et pas seulement calculatoire [Dehaene 1996, 235-254]<sup>4</sup>. Des fonctions en apparence simples requièrent la coordination d'un grand nombre d'aires cérébrales qui apportent chacune une contribution élémentaire à l'ensemble : ni un neurone isolé, ni une aire cérébrale ne peuvent penser. Le cerveau atteint la complexité propre aux fonctions cognitives parce qu'elles sont des *propriétés globales émergeant de la coopération réticulaire de millions d'éléments locaux interconnectés* [Dehaene 1996, 235-238]. Ce passage du local au global [Searle 1985, 34-35], par une haute intégration, ne se fait pas de façon purement autonome dans le cerveau : une « part des gènes » et une part de l'environnement sont impliquées, celle-ci pouvant accentuer ou non celle-là. L'interaction continue entre sujet et objet dynamise cette émergence de façon toujours individualisée, au travers de singularités

---

dialectique » de Sartre en reconnaissant la parenté de leurs perspectives.

4. Ce que l'on voit, notamment, par la caméra à positons qui est un outil important de l'imagerie médicale à visée diagnostique [Desgrez, Bok, Vinot & Dutreix 1997] ch. III. La donnée physiologique importante est la suivante : une action, un geste, un raisonnement donnent lieu à une activité intensifiée de certaines aires corticales (par exemple, bouger la jambe occasionne une activité des neurones du cortex moteur). La consommation de glucose augmente dans les aires concernées, et cela s'accompagne d'une augmentation du débit sanguin dans cette région. La TEP (Tomographie par Emission de Positons) consiste à injecter dans le sang une substance radioactive émettrice de positons (antiparticules des électrons omniprésents dans la matière), par exemple composée de molécules d'eau dont l'atome d'oxygène est instable, ou encore de molécules analogues à celle du glucose, mais marquée au fluor 18. Ces éléments radioactifs vont se concentrer là où le débit sanguin augmente. Proches, un électron et un positon entrent en collision, et s'annihilent en créant deux photons de haute énergie et polairement opposés, qui s'échappent du crâne. La caméra a pour fonction de détecter ces deux photons dont la coïncidence est l'indice de la collision situable dans le crâne. Le tomographe, par un programme mathématique sophistiqué analysant les données enregistrées, produit une multiplicité d'images en coupe de la distribution de cette radioactivité : la succession rapide de ces clichés permet d'obtenir un image en trois dimensions. Cette image est animée : on peut suivre presque en temps réel l'activité neuronale *relativement* localisée. Puisque la distribution de cette radioactivité détectable est un indice du débit sanguin local, et que celui-ci est un indice de l'activité cérébrale, cette caméra permet de lier, par exemple en situation expérimentale, l'effectuation d'une tâche cognitive particulière et l'activité cérébrale. D'où son importance.

corporelles. Parce que le sujet applique toujours au monde extérieur, à l'objet (ce qui « jeté » devant lui) des schèmes préalables (les formes-prototypes de la cognition) qui viennent de son trajet historique propre, il *construit* son rapport à l'objet (voire modifie celui-ci). Mais ces schèmes (« patterns » opératoires) incorporent réciproquement des éléments nouveaux suggérés par l'objet.

Cette thèse de l'interaction cognitive se retrouve explicitement chez Varela [Varela 1993] : l'unité de l'organisme, son autopoïèse (auto-organisation interne par différenciation épigénétique pré-programmée) est une dynamique qui se nourrit d'une interaction avec le monde extérieur, dite par « couplage structurel », c'est-à-dire selon un couplage par clôture (interaction réciproque entre un système autonome et son *Lebenswelt*) ou encore par « input/output ». Dans ce second cas l'organisme reçoit des stimuli, via les transducteurs sensoriels, porteurs d'informations qu'il traite et auxquels il répond, selon l'image, d'ailleurs très simpliste pour Varela, du traitement informatique de l'information par l'ordinateur<sup>5</sup>. En termes sartriens [Sartre 1966], un organisme est une *praxis* unitaire qui investit et transforme des structures psycho-sociales, constituant son *hexis* (ou *habitus*), acquises par l'intériorisation de déterminations extérieures et le développement de nécessités intérieures.

## L'œuf et la poule

Varela prône une épistémologie synthétique identique au constructivisme dialectique piagétien, qui considère comme des insuffisances l'idéalisme (le sujet structure le monde) comme le réalisme (le sujet recopie le monde) : la « voie moyenne » de l'*enaction* rejette le « représentationnisme » traditionnel qui repose sur et suppose une dualité assez close et statique entre l'organisme et son environnement. Les relations au monde extérieur sont « enactées », sont « faites-émergées » sans cadres pré-fixés à représenter par une correspondance stricte, bien qu'il y ait un *déjà-là*, non signifiant par lui-même mais non réductible à une création de la *pensée*. Varela expose donc un double rejet des thèses de la fixité préétablie du monde, et de la création totale et solitaire par l'organisme cognitif de son « Umwelt » [Varela 1996]. On ne peut donc donner la primauté logique et ontologique ni à l'œuf, ni à la poule. L'organisme (qui possède ses contraintes physiologiques caractéristiques) et son monde propre

---

5. Le paradigme cognitiviste « scolaire » réduit l'interaction à ce seul second rapport rigide de transmission d'informations : d'où l'idée que l'organisme fonctionne par représentations internes fixes jouant un rôle causal sur un mode séquentiel et inférentiel de type logique.

(qui est partie de l'environnement biologique global) se définissent l'un l'autre : en tant que contraires indissociables, ils forment une *totalité dialectique*, dont la contradiction interne fait en particulier de la dynamique de l'organisme une *totalisation* perpétuelle<sup>6</sup>.

Le couplage système auto-organisé/milieu (contenant des éléments aléatoires) qui donne lieu à la naissance d'un monde cohérent pour le système que celui-ci fait-émerger progressivement, est d'après Varela et Maturana lié à l'historique du vécu, d'abord ontogénétique, mais plus généralement, caractérise l'évolution phylogénétique<sup>7</sup>. L'adaptation opérationnelle se fait grâce à un réseau d'éléments inter-connectés pouvant subir des changements, susceptibles donc d'*apprentissages* cognitifs « intelligents ». Dans un système cognitif, chaque constituant fonctionne avec son environnement local, mais par la configuration réticulaire du système, une configuration globale émerge selon un transfert qui est le cœur de l'auto-organisation, mais qui ne suppose aucun centre unique (unité centrale, ego transcendantal, substance pensante : c'est-à-dire aucun « théâtre cartésien » [Engel 1994, 192-196], aucun « fantôme dans la machine »). L'étude de ce transfert des règles de coopération locale entre éléments à la cohérence de propriétés globales, distribuées en parallèle et identifiables à des structures cognitives, est au cœur des sciences cognitives.

## II — La construction dialectique des objets mathématiques

Parler d'*émergence* de la pensée logico-mathématique signifie pour nous que le niveau le plus abstrait de la cognition consciente, la capacité de construire des idéalités mathématiques valables pour tous, est irréductible à des épiphénomènes cognitifs. Les productions objectives (indépendantes de l'expérience subjective) de la pensée, symboliquement codifiées dérivent, « émergent », d'actes cognitifs biologiquement déterminés, mais ne peuvent ni être éliminés, ni être réduits aux profit de ces derniers.

---

6. Dans [Varela 1996, 105], l'auteur dit rejeter tout constructivisme, ce qui est étonnant : nous postulons qu'il en rejette la version subjectiviste transcendale (de Kant à Husserl).

7. Un des exemples développés par l'auteur [Varela 1996] est celui des opérations neuronales mobilisées lors des comparaisons sous-tendant notre perception cohérente de la couleur, issues de la phylogénèse (et de la longue évolution de la branche des primates) ainsi que de l'ontogénèse.

## Statut épistémologique de la dialectique et constructivisme mathématique

La *dialectique* n'apparaît pas comme une logique authentique, parce que ses formalisations n'ont pas été concluantes. La contradiction, inconséquence logique, n'est pas en premier lieu une propriété appartenant à la nature même des choses [Granger 1994, II]. On saisit des contraires en *opposition*, non « en contradiction ». Cependant, certaines thèses négatives (la négation logique du postulat des parallèles dans les axiomatiques géométriques) révèlent du point de vue logique leur positivité (création des géométries non-euclidiennes, axiomatiquement valides), les théorèmes de limitation leur dimension constructive (au sens où ils suscitent de nouvelles théories, des changements de paradigmes) : c'est la « philosophie du non » ou « surrationalisme dialectique » de Bachelard. Plus encore, la coproduction réglée d'une théorie et de l'ensemble de ses parties (principes, règles et théorèmes) est une expression manifeste de l'incomplétude dialectique des parties : leur simple somme face au tout (la théorie) n'épuise pas celui-ci, et le tout s'incarne dans chacune de ses parties (un certain holisme théorique est défendable de ce point de vue).

Les dialectiques mathématiques sont stables dans leurs ambitions [Barot 1999] : expliquer le lien entre la genèse des théories et leur vérité objective, expliquer l'articulation des contraires constitutive des contenus de savoirs (objectif et subjectif, création et découverte, mais aussi matière et forme, forme et contenu, particulier et universel, continu et discontinu, fini et infini, structure et existence, etc.), et la nature de cette articulation. Mais c'est surtout le *statut* des *objets mathématiques* qu'elles visent à éclairer. Le « mode opératoire » de la dialectique peut être celui du dépassement, de l'intégration par synthèse, de la contradiction dans la tradition hégélienne ([Hegel 1812], [Engels 1883], [Engels & Marx 1973]), etc. Ces modes doivent être distingués pour être unis convenablement, notamment parce que le sens du concept de dialectique varie, parfois de façon importante, d'un philosophe à l'autre, malgré une convergence générale.

Par-delà ces repères conceptuels, le problème traditionnel est celui du *statut* épistémologique de cette dialectique. On peut en distinguer informellement trois types de « versions », en fonction du degré d'engagement ontologique qu'elle véhiculent :

1. *Faibles*. La dialectique est purement subjective : c'est une heuristique, une façon commode, didactique d'organiser des données extérieures. On a affaire à une simple *dialectisation subjective* à usage cri-

tique, à des « *maximes de la raison* » [Granger 1994, 343-360, 97-110].

2. *Intermédiaires*. La pensée humaine se construit dialectiquement, au niveau psychologique et formel. La dialectique est *le mode objectif* de structuration et de fonctionnement de la pensée subjective. Gonseth, Cavailles, Bachelard, Piaget en particulier, et même Hegel (dans la mesure où c'est l'esprit qui rend intelligible la nature par la dialectique qui n'y existe pas par soi), développent cette perspective [Piaget 1967a, 403-423], [Cavaillès 1994], [Panza & Pont 1992]. Il existe donc divers degrés dans la *subjectivité de la dialectique*.

3. *Fortes*. La dialectique est la loi de l'être et du savoir (de la pensée) que l'on prend de l'être. La citation suivante d'Engels illustre cette perspective : « *La dialectique dite objective règne dans toute la nature, et la dialectique dite subjective, la pensée dialectique, ne fait que refléter le règne, dans la nature entière, du mouvement par opposition des contraires qui, par leur conflit constant et leur conversion finale l'un en l'autre ou en des formes supérieures, conditionnent précisément la vie de la nature* » [Engels 1883, 214]. Hegel (parce que la nature est le négatif dialectique de l'idée, indépendamment de la pensée), Marx, qui ont notamment étudié le statut contradictoire du concept de « grandeur variable » dans le calcul infinitésimal, mais aussi Lautman partagent cette approche, dont notre hypothèse, on l'a dit, revendique l'ambition.

Ce qui nous intéresse particulièrement ici, c'est la façon dont la dialectique permet de penser la *nature des objets mathématiques* [Panza & Salanskis 1995]. Le nombre  $\aleph_1$ , le théorème de Pythagore, sont les mêmes pour tous. Cela témoigne d'une transcendance, d'une objectivité autonome de ces objets par rapport aux consciences subjectives. Pour éviter le platonisme mathématique (ces objets existent en soi dans un monde à part, et il reste à les découvrir), sans réduire ces objets à des épiphénomènes graphiques de la conscience (signes sur du papier), comme dans la version caricaturale héritée du formalisme hilbertien, il convient, d'après la thèse de Cavailles en particulier, de retravailler l'argument intuitionniste (Brouwer, Heyting) [Dummett 1978], [Maddy 1997, 186-188], [Hintikka 1996, 211-234]. Selon Cavailles, *tout objet dépend d'une construction en un nombre fini d'étapes*, ou alors suppose le maniement *contrôlé* des objets excédant les procédures strictement finitistes. Dans tous les cas, l'*existence* effective de l'objet ne se réduit pas à sa non-contradiction formelle.

Cette advenue progressive de l'autonomie du concept, que Cavailles présente comme une dialectique [Cavaillès 1947, III], est un mouvement de construction temporalisé, comme le montrent les séquences des dé-

monstrations [Heinzmann 1997], d'une « raison pratiquement constituante » (Sartre), la praxis mathématicienne. Celle-ci s'objective, *s'aliène* sous forme de « raison constituée » en aboutissant à l'indépendance, à la fixation et la codification explicites de son activité. Cette « raison constituée » est l'ensemble des *objets* maniables, des théorèmes que l'on s'approprie, dans le cadre de *textes théoriques, désobjectivés* au terme de l'activité. Ce processus est réactivé par chaque individu lors de son apprentissage personnel. Cette transcendance conquise de l'objet (on peut l'utiliser, présupposer sa validité indépendamment de sa genèse) est *négatrice* de cet ancrage génétique, de son immanence à l'activité mathématique. Cependant, l'objet est réinscrit ensuite dans l'immanence de son origine, c'est-à-dire dans cette activité intersubjective, et cela par une négation nouvelle, donc par une *négation de négation* source de construction de réalités mathématiques nouvelles par son utilisation par le mathématicien dans la genèse d'un nouvel objet ou la démonstration d'une nouvelle proposition. Le modèle de l'objectivation-aliénation est bien celui du travail, de la production matérielle : une chaîne de montage construit une voiture en un nombre fini d'étapes. Terminée, la voiture échappe aux ouvriers qui l'ont créée. Mais elle va être utilisée par d'autres individus à leurs fins propres. La différence réside surtout dans la nature de l'existence : spatio-temporelle et matérielle dans cet exemple, idéale en mathématiques.

Cette dialectique immanence/transcendance peut s'illustrer sur l'exemple suivant : l'existence de la dérivée d'une fonction  $f : R \rightarrow R$  en un point  $x$ . Cette dérivée  $f'(x)$  (notée aussi  $Df_x$ ) n'existe effectivement en tant que telle qu'au terme d'une démonstration qui passe par l'usage d'un théorème et de calculs définis<sup>8</sup>. Mais une fois son existence assurée, elle est indépendante des procédures qui l'ont engendrée. Ensuite, on peut l'utiliser, et supposer la validité de ses propriétés, pour établir, par exemple, que la fonction initiale  $f$  possède un point critique  $a$  (ce qui sert, moyennant d'autres conditions sur les dérivées successives, dans les

---

8. Pour que  $L : E \rightarrow F$  soit une application *linéaire*,  $E$  et  $F$  étant des espaces vectoriels normés, il suffit que, pour toutes variables  $x$  et  $y$  dans  $E$ , et pour tout scalaire  $\lambda$  on ait les deux relations :  $L(x + y) = L(x) + L(y)$  et  $L(\lambda x) = \lambda L(x)$ . La définition classique de la différentiabilité (pour une fonction à une variable) est la suivante : une fonction  $f : E \rightarrow F$  est *différentiable* en un point  $x$  s'il existe une application linéaire  $L$  telle que

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h \neq 0}} \frac{f(x+h) - f(x) - L(h)}{\|h\|} = 0.$$

On peut démontrer par un théorème précis que  $L$  existe et est unique. Elle est notée  $Df_x$ . Dans ces deux définitions  $R$  peut remplacer  $E$  et  $F$ .

problèmes d'optimisation), c'est-à-dire telle que  $Df_a = 0$  : appliquée à un vecteur, au point  $a$  cette application linéaire est nulle. Cet exemple n'est pas de type constructif, mais l'exposé constructif de l'analyse, en particulier de l'analyse non-standard, suggère des possibilités d'assurer un tel cadre pour une bonne partie des mathématiques [Salanskis 1995, 196-202], [Salanskis 1999].

Le  $\lambda$ -calcul, les machines de Turing, les fonctions récursives (Gödel) sont trois façons techniques contemporaines analogues (implémentables matériellement<sup>9</sup>) de modéliser l'activité de calcul, de cerner son essence. Dans le cas des *mathématiques constructives* [Apéry 1982] démontrer l'existence d'un objet, c'est le construire *en un nombre fini d'étapes*, et cette construction passe par un *calcul* dont ces trois théories s'efforcent de cerner les caractères essentiels. *L'objet mathématique constructif* est l'objet institué par des procédés constructifs, effectifs : ces procédés sont ceux de la récursivité ici. La *preuve d'existence*, en tant que telle, repose sur la capacité de mener à bien *Un* tel calcul.

## Les fonctions récursives primitives

En toute généralité, sur la base de termes élémentaires et d'un terme fonctionnel particulier, moyennant des règles déterminées, on peut construire des termes complexes, en effectuant de multiples combinaisons. Après la *définition récursive* des énoncés syntaxiquement corrects, on peut donner n'importe quelle interprétation sémantique à ces symboles. Commençons donc comme suit : sont les *termes* seulement légitimes d'un système formel [Salanskis 1995, 182-187] :

1. Les constantes ou les variables : termes élémentaires  $t$
2. Tout assemblage complexe de ces termes de la forme  $f(t_1, \dots, t_n)$  où  $f$  est un symbole de fonction à  $n$  arguments et où les  $t_i$  sont des termes.
3. Ne sont des termes que les formules construites selon les clauses 1 et 2.

Ici, on s'occupe de *termes*, dont la construction obéit au procédé récursif, à l'instar de toute parole syntaxiquement correcte (l'ensemble des syntagmes varie selon les langues, c'est tout). On fonctionne de la même façon avec des classes d'objets mathématiques, en particulier les nombres *entiers*, sol naturel de la pensée constructive. Avec les symboles 0 et  $S$

---

9. La « thèse de Church » de 1936 selon laquelle les fonctions récursives sont exactement les fonctions effectivement calculables, généralise la portée de ces techniques, dont l'exemple ici est particulièrement important, car grâce à elles l'informatique théorique et l'intelligence artificielle sont nées [Rogers 1967], [Alliot & Schiex 1993].

comme symboles *générateurs*, on peut écrire  $S0, SS0, SSS0$  etc. et poser « 0 » comme le nombre 0,  $S$  comme la *fonction successeur*, et on peut donc définir tous les entiers.  $S0$  c'est 1,  $SS0$  c'est 2,  $SSS0$  c'est 3, etc. On peut donc également calculer une somme (et alors définir la *fonction produit* :  $x.0 = 0$ ,  $x.Sy = (x.y) + x$ ; il reste à voir que cette fonction permet les produits d'entiers) :

$$S0 + SSSS0 = SSSSS0 = S0 + S0 + S0 + S0 + S0$$

De fait,  $1 + 4 = 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ .

Procédons à une définition plus stricte de la classe des fonctions récurrentes primitives [Cori & Lascar 1994, 9-17], [Gauthier 1997]. Soit  $E$  le plus petit des sous-ensembles de  $\bigcup_{p \in \mathbb{N}} F^p$ , où  $F^p$  est l'ensemble des applications  $f : N^p \rightarrow N$  avec  $p \in N$  (la fonction somme est une telle application : entre  $p$  nombres et leur somme) satisfaisant les conditions suivantes :

1.  $E$  contient toutes les *fonctions  $f$  constantes* de  $N^p$  dans  $N$  pour tout entier  $p$ .
2.  $E$  contient tous les *projections*  $P_p^i$  pour tous les entiers  $p$  et  $i$  tels que  $1 \leq i \leq p$ , telles que la  $i$ -ème projection  $P_p^i$  est la fonction de  $F^p$  définie par  $P_p^i(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_p) = x_i$ .
3.  $E$  contient la *fonction successeur*  $S$ , la fonction de  $F^1$  qui à tout  $n \in N$  fait correspondre  $n + 1$ .
4.  $E$  est *clos par composition*. C'est-à-dire que si  $n$  et  $p$  sont des entiers, si  $f_1, f_2, \dots, f_n$  sont des fonctions de  $F^p$  appartenant à  $E$ , et si  $g \in F^n$  est aussi dans  $E$ , alors la fonction composée  $h = g \circ f = g(f_1, f_2, \dots, f_n)$  élément de  $F^p$ , appartient à  $E$ .
5.  $E$  est *clos par récurrence*. C'est-à-dire que si  $p$  est un entier, si  $g \in F^p$  et  $h \in F^{p+2}$  appartiennent à  $E$ , alors la fonction  $f_{p+1}$  définie par récurrence à partir de  $g$  (dite condition initiale) et de  $h$  (dite condition de récurrence) est aussi dans  $E$  et unique.

Pour montrer qu'une fonction est récurrente primitive, il suffit de montrer qu'on peut l'obtenir selon ce schéma, et il existe un algorithme, principalement le *schéma de récurrence lui-même*<sup>10</sup> qui la calcule (elle est

---

10. H. Poincaré, un des très grands représentants de la pensée constructive qui, rappelons-le, cherchait à articuler nominalisme et réalisme mathématiques, considèrerait que la démonstration par récurrence (ou principe d'induction complète, type même selon lui du jugement synthétique a priori kantien) est le *raisonnement mathématique par excellence*, exemplaire du raisonnement constructif. C'est-à-dire que le *schéma définitionnel par récurrence* est le type même de la *définition constructive légitime*. Nous gardons pour un autre lieu l'analyse de cette distinction entre *définition* et *démonstration* par récurrence.

« calculable ») d'une part. Le mode de construction, est celui de l'itération via une *clause récursive* ou « inductive » (passage de  $n$  à  $n + 1$ ) sur la base d'une *clause initiale* (cas  $n = 0$ ), jusqu'à ce que le calcul donne un résultat, et le nombre d'étapes explicites qui compose ce calcul est *fini*, que ce nombre soit connu ou non à l'avance : la syntaxe du calcul des propositions en logique est par exemple systématiquement définie par cette voie.<sup>11</sup> D'autre part, pour montrer que toutes ces fonctions possèdent la propriété  $P$ , il faut l'établir des fonctions constantes, projections et successeur, de même qu'il faut établir que la classe de ces fonctions est close par composition et récurrence. Notons qu'il ne faut pas confondre, cependant, le calcul de  $f$  récursive, et le caractère constructif d'une formule du calcul propositionnel

## Propriétés décidables : extension du procédé récursif

En ce qui concerne une propriété, un prédicat *décidable*  $L$  (c'est-à-dire démontrable ou réfutable), on établit une équivalence entre  $\{V, F\}$  et  $\{1, 0\}$ , et on dit que le prédicat  $L$  est *décidable* quand sa *fonction caractéristique*  $\chi_L$  égale à 1 si  $L$  est vrai, et à 0 s'il est faux<sup>12</sup> est récursive. On peut lier le prédicat  $L$  à un ensemble, celui des éléments qui le vérifient (l'ensemble des objets qui « tombent » sous le concept qu'exprime la propriété  $L$ ). Soit  $Q \subseteq N^p$  cet ensemble.  $Q$  est récursif primitif si sa fonction caractéristique  $\chi_Q$ , définie par :

$$\begin{aligned} \chi_Q(n_1, n_2, \dots, n_p) &= 1 & \text{si } (n_1, n_2, \dots, n_p) \in Q, \\ \chi_Q(n_1, n_2, \dots, n_p) &= 0 & \text{sinon,} \end{aligned}$$

est récursive primitive. Si  $L(x_1, x_2, \dots, x_p)$  est une propriété portant sur les entiers, on dira qu'elle est récursive primitive si l'ensemble associé

$$Q = \{(x_1, x_2, \dots, x_p) \mid (x_1, x_2, \dots, x_p) \text{ vérifie } L\}$$

est récursif primitif, c'est-à-dire si  $\chi_Q$  vérifie les conditions ci-dessus<sup>13</sup>.

11. En programmation algorithmique, on utilise une boucle *for* quand on connaît le nombre d'itérations à effectuer, une boucle *while* sinon, et cela correspond alors au schéma  $\mu$ .

12.  $L$  est dit indécidable (on ne peut dire si  $L$  est démontrable ou si sa négation est démontrable) s'il est non récursif, c'est-à-dire si  $\chi_L$  n'est pas calculable : en effet, si  $\chi_L$  n'est pas calculable, on ne peut évidemment pas dire si elle est égale à 1 ou 0, donc on ne peut dire si  $L$  est vrai ou faux.

13. Et  $Q$  est *récursivement énumérable*.  $A \subseteq N^p$  est récursif si sa fonction caractéristique  $\chi_A$  est (totale) récursive ; un ensemble sera dit, de façon différente, *récursivement énumérable* si c'est le domaine de définition d'une fonction partielle récursive, comme c'est le cas pour  $Q$  avec la fonction  $\chi_Q$  [Cory & Lascar 1994, 9-11, 41-45].

On voit donc la généralité et l'importance du procédé : on peut coder des prédicats numériquement par des entiers. Ce codage s'effectue grâce aux fonctions récursives qui associent des entiers aux formules du système axiomatique étudié. On peut exprimer ainsi la prouvabilité de formules incluant un prédicat particulier dans un système formel comme l'arithmétique de Peano, considéré comme consistant (non contradictoire), au moyen d'un système d'équations assurant la définition des fonctions récursives considérées qui associent les entiers que sont les « nombres de Gödel » auxdites formules. En bref, l'action de démontrer la valeur de vérité d'une proposition revient au calcul d'une fonction récursive (ou récursive partielle). Et ce qu'une *machine de Turing* calcule, ce sont exactement ces fonctions récursives. Le résultat central de l'usage de ces fonctions récursives et du codage qu'elles rendent possible est le théorème de Gödel de 1931 qui montre que l'on ne peut trouver d'algorithme de décision pour toute formule close de l'arithmétique de Peano dans ce même système, et que l'on ne peut, dans le même cadre, démontrer ou réfuter toute formule du même type. Ce système est donc incomplet et indécidable.

Dans le cas exemplaire de la somme une fonction primitive récursive associe un ensemble de termes à un autre terme (un entier) selon des règles. Une démonstration progresse donc en utilisant des fonctions qui peuvent en gros se définir avec un système d'équations, dans lequel ces fonctions, lorsqu'elles sont récursives, peuvent apparaître dans les deux membres de l'équation, à la façon dont la troisième clause du décret exposé plus haut peut inclure et comme *définiens* et dans son *définiendum* des termes identiques. Cette autoréférence, typique de la méréologie propre à la dialectique tout/partie, constitue le cœur de la récursivité. Elle caractérise autant la définition récursive d'une fonction que la définition constructive d'un objet. Par ce « décret récursif » sont instaurés constructivement des objets singuliers dont l'existence est immédiatement le corrélat de l'acte de fixation par une écriture composée de symboles (signes matériels) soumis à des règles strictes : ainsi les entiers. On construit les objets en construisant leurs signes selon des règles, et la séquence d'écriture, discrète, manifeste, une dimension *effective*, celle des étapes explicites et distinctes de cette construction. J.-M. Salanskis appelle cette objectivité *l'objectivité constructive*, pour la distinguer de *l'objectivité corrélative* des procédés non constructifs (comme les stipulations d'existence d'objets, à l'instar de grands ensembles, par axiomes) [Salanskis 1999, I]. Cela dit, il existe dans les mathématiques constructives de telles stipulations axiomatiques, ce qui montre qu'une telle oppo-

sition est à relativiser, puisqu'elle n'implique pas une exclusion mutuelle des procédés.

Pour résumer cette première dimension de notre hypothèse générale, il nous faut d'abord reconnaître que les mathématiques *constructives* sont loin d'épuiser celles qui existent et sont pratiquées, même si nous pensons que c'est un cadre privilégié pour l'étude de la pensée logico-mathématique. Certains travaux actuels, on l'a évoqué, tendent à limiter cette insuffisance. La thèse d'un *constructivisme dialectique* et *fini-tiste* des objets et théories mathématiques [Barot 2001, 87-91], inspirée notamment de la distinction mentionnée ci-dessus entre objectivités constructive et corrélatrice, repose sur cette dynamique de *l'objectivité construite* qui advient dans son indépendance sur la base d'un recouvrement entre la preuve, le calcul qui la réalise, et l'activité effective qui exécute celui-ci. Cette dialectique effective est celle de la dualité constructrice d'objets entre la dépendance génétique, l'immanence des corrélats objectifs, des objets (l'existence d'une fonction particulière) aux actes, à la séquence d'écriture, et leur indépendance formelle, leur validité transcendant cette genèse. Le double statut *transcendant* (terme d'une construction achevée) et *immanent* (élément d'une construction ultérieure) de l'objet construit, le caractère *temporel* du processus illustré par la *séquence* d'écriture, et le caractère *atemporel* de son usage possible et de sa validité constituent cette dialectique des contradictoires. L'objet constructif est intégralement maîtrisé dans ses propriétés, contrairement aux classes d'objets introduits « miraculeusement » par des axiomes<sup>14</sup> ou des preuves non constructives, appelées fort justement « transcendantes ».

La dialectique ici n'est donc pas une simple heuristique, mais ne relève pas d'une métaphysique au prix trop lourd : « loi de l'être et de la connaissance mathématiques », elle reste ancrée dans une subjectivité effective encadrée par une intersubjectivité linguistique.

---

14. Par exemple dans la théorie actuelle des ensembles conduite selon la stratégie « maximaliste » des grands cardinaux, on a divers axiomes instituant l'existence d'ensembles « vertigineusement » grands [Maddy 1997, 69-77], [Petitot 1995, 168-178]. Une telle stratégie veut assurer la pleine richesse de l'univers ensembliste, mais pour cela doit excéder les contraintes constructives, que l'axiome gödelien de constructivité, noté  $V = L$ , stipule en particulier [Maddy 1997, 82-85]. Notons que P. Maddy propose une approche cognitive du réalisme ensembliste, en affirmant le caractère primitif de l'ensemble au niveau de l'encodage cérébral [Maddy 1990, 50-67], ce qui ne va pas de soi [Petitot 1995, 152-153], [Salanskis 1995, 188-189, 206-207].

## Comment faire le lien entre le constructif biologique et le constructif mathématique ? Problème génétique et problème structurel de l'intentionnalité

Si la subjectivité empirique est le moteur de la *construction* mathématique au sens ci-dessus, elle ne l'est pas, donc, de façon solipsiste : la codification symbolique intersubjective impose une nécessité formelle, mécanique, aux preuves mathématique d'existence, reposant sur un calcul implémentable, maîtrisable de façon strictement objective. L'intervention de cette subjectivité encadrée, et *intentionnelle* dans la mesure où elle nourrit et mobilise la formation de *représentations* (en un sens que nous allons éclairer plus bas) à *propos* d'objets ou de problèmes qui ne sont pas ses épiphénomènes, ainsi, ne doit pas en principe donner crédit à une quelconque forme de *subjectivisme*, transcendantal par exemple. Il faut alors examiner les modalités structurelles et dynamiques par lesquelles cette subjectivité intentionnelle s'élabore en son origine et se développe, jusqu'à être capable de produire médiatement un univers intentionnel strictement idéal, celui des idéalités mathématiques, sans que cet univers ne soit coupé de son sol initial — sinon l'on rejoint une perspective platonicienne que nous avons écartée — d'une part, sans qu'il ne s'y réduise d'autre part — sinon l'on ne peut éviter la disparition des idéalités même au profit de leurs « analogons » purement linguistiques. Parler d'« univers intentionnel idéal » doit cependant s'entendre au sens dérivé de l'intentionnalité, car on ne se « représente » pas une idéalité mathématique, on la conceptualise ou la construit par un biais technique déterminé, les procédures mathématiques de preuve d'existence et de calcul.

Puisque certaines tâches cognitives, de surcroît, sont analysables par des structures récursives (déductions, analyse de phrases), il est légitime de suggérer que les méthodes de la théorie de la récursion sont indicatrices de caractéristiques de processus cognitifs de haut niveau, ou dit autrement et de façon un peu abrupte, que le constructif mathématique est un indicateur privilégié du constructif cognitif.

Deux problèmes partiellement distincts sont alors à prendre en charge, qui commandent deux types de discours, que le terme « épistémologie », dans notre introduction, s'efforçait de façon très imparfaite d'unifier<sup>15</sup>,

---

15. Philippe Vellozzo, au cours de nos longues discussions et par son travail universitaire (de DEA en sciences cognitives au CREA-Paris sous la direction de J. Proust) sur le contenu non conceptuel, accessible à la conscience, des expériences perceptives, nous a bien aidé à prendre la mesure de ce que cette distinction implique. Nous l'en remercions ici, ainsi que Renaud Chorlay, mathématicien et doctorant en histoire des

types de discours qui recouvrent en partie les deux stratégies, ascendante et descendante évoquées [Ducret 1995].

1. De la matière organique aux formes supérieures du raisonnement et de la construction d'idéalités, se pose le problème de l'origine, de la *genèse* de l'intentionnalité et de ses étapes. Piaget s'est consacré à l'examen de cette genèse, utilisant un appareil conceptuel ordonné à la validation *empirique* ou expérimentale d'hypothèses *descriptives* (au premier abord du moins). L'évolution comparée, l'éthologie et la psychologie cognitives, par exemple, nourrissent ce type de discours, où les données empirico-scientifiques sont premières.

2. Expliquer en quoi un organisme, plus généralement tout système cognitif, doit être dit intentionnel suppose également une investigation *conceptuelle* portant sur son dispositif structurel. A quelles conditions rationnelles peut-on dire d'un comportement qu'il est « intentionnel », en quoi un ensemble de fonctions d'un organisme lui permettent d'extraire et d'utiliser de l'information « à propos de », c'est-à-dire en instaurant une corrélation non déterministe entre états internes de l'organisme et états du monde ?<sup>16</sup>

Nous allons d'abord présenter la thèse de Jean Petitot, dont l'objectif général est une naturalisation de la phénoménologie via une *physique du sens* : celle-ci prend surtout en charge le problème génétique, comme l'exprime le nom de *morphogénèse du sens*. Ensuite, et bien modestement, nous essayerons de voir que la conception de Piaget, sur certains points très consonnante avec celle de Petitot au niveau du problème génétique (1.), est encore plus proche en général de l'hypothèse dialectique. Infléchie par les données contemporaines, la théorie de Piaget livre des perspectives tout à fait mobilisables dans le cadre d'une sémantique informationnelle dont on pourrait inscrire les éléments dans une conception *téléo-sémantique* du problème structurel (2.) de l'intentionnalité, conception qui est actuellement une des plus reconnues.

---

mathématiques, qui nous a en particulier bien aiguillé sur le sens de certains concepts de R. Thom et de J. Petitot.

16. Il n'y a pas de dépendance causale entre l'enquête conceptuelle et la recherche empirique : la première doit être vraisemblable du point de vue de la seconde, qui elle, suppose la première pour sa propre intelligence. Ceci est très commun : le problème, constitutif, par exemple, de la pensée sartrienne, comme de la réflexion que mènent nombreux chercheurs en sciences cognitives sur leur propre travail, est celui d'une indistinction foncière des deux types de discours. A cette différence près, cependant, que cette indistinction est une *thèse fondatrice* chez Sartre, mais trop souvent une ambiguïté non questionnée chez ces penseurs. Nous reconnaissons la nécessité de distinguer ces deux types d'enquête, mais assumons, dans ce texte en particulier, le balancement inhérent à l'union de leurs arguments et procédés.

### III — Matière biologique, formes cognitives, contenus sémantiques : la morphogénèse

Les travaux de J. Petitot [Petitot J. 1992b, 20], dans la ligne de ceux de R. Thom [Thom 1972], portent sur la genèse des *formes* réelles et idéales, et embrassent autant la physique, la biologie, que la sémantique. Sa thèse est qu'il existe un niveau intermédiaire entre le niveau physique et le symbolique, le niveau *morphologique* où une structuration des substrats matériels s'opère en donnant lieu à des *formes* globales : les propriétés globales, fonctions cognitives et représentations, émergeant de l'auto-organisation des composants locaux du cerveau. Il ancre son propos dans une épistémologie phénoménologique-transcendantale — ce dont nous nous éloignons — et cherche à montrer que cette dynamique des formes intermédiaires implique une information morphologique existant objectivement dans l'environnement, déterminant l'apparition des états de choses, des phénomènes. Il parle alors d'un « a priori husserlien de la manifestation » de la matière pensante et environnementale. Le langage et le monde sont primitivement reliés par l'existence de cette information, présente dans l'environnement et homogène à ces formes : le cerveau peut donc reconstituer après transduction sensorielle cette information, pour organiser sur sa base des comportements cognitifs. La puissance philosophique de cette thèse est complétée par la *théorie mathématique des systèmes dynamiques*, qui permet d'une part de modéliser « l'apprentissage neuronal », mais aussi et surtout les processus de catégorisation cognitive.

L'architecture générale de la théorie est grossièrement<sup>17</sup> la suivante. Les activités du cerveau réel sont d'abord mathématisées par un espace particulier, un réseau neuromimétique, qui comme son nom l'indique, est un réseau de neurones formels bouclé intégralement (selon le processus de rétroaction, ou *feed-back*, processus d'abord étudié par la cybernétique). Ce *premier espace S*, espace abstrait décrivant le substrat biologique, est lui-même décrit par un *second espace I*, fondamental, l'espace *interne* des *paramètres*. Chaque « point » de I décrit un état particulier de S — qui lui-même doit rendre compte de l'activité du cerveau réel. Comme les processus réels concernés sont continus (trajectoire de l'influx nerveux, etc.), on a besoin d'un système d'équations différentielles, c'est-à-dire ici un *système dynamique*<sup>18</sup>.

17. Le détail de la théorie est d'une complexité telle que nous ne pouvons procéder autrement ici.

18. Prenons l'exemple suivant, pour expliquer cette mathématisation à plusieurs ni-

La structure cognitive est donc modélisée indirectement par un système dynamique [Petitot J. 1992b, 1-12]. Ce système, topologiquement, est un espace ou *champ* de vecteurs, défini sur une *variété*<sup>19</sup> différentiable, d'où l'usage de la topologie différentielle. Ces vecteurs sont affectés d'une impulsion : on a donc un champ de vecteurs affectés par des activations ordonnées continues. Une *trajectoire* particulière est une activation globale pour l'ensemble des états du système, déclenchée par l'action d'un *stimulus* perturbateur (une condition initiale particulière). On étudie donc le réseau via ses propriétés structurelles, notamment la stabilité (état d'invariance sous perturbations du système) et ses types divers de trajectoires. Dans de tels systèmes complexes et non linéaires, pour expliquer les singularités de type « catastrophique », points de rupture où émerge une discontinuité sur la base d'un processus continu, on peut utiliser la mécanique statistique : la trajectoire continue vers un *attracteur* est une tendance à aller de l'un état vers un autre modélisée par des *inférences statistiques* souples (et non logiques rigides).

Notons ici une ambiguïté terminologique : une trajectoire dans  $I$  est un objet, un « point » particulier de  $I$ . Mais cette trajectoire, n'est pas une trajectoire de l'influx nerveux. En fait, elle est déterminée par un certain nombre de paramètres qui doivent être adéquats, en dernière

---

veaux. Un monte-charge — très simplifié — doit aller d'un étage à un autre à vitesse supérieure ou égale à une vitesse donnée. La vitesse réelle du monte-charge est modélisée par une fonction réelle :  $R$  est donc l'espace mathématique de description de cette vitesse réelle. Mais l'énergie consommée par le monte-charge varie en fonction du poids des paquets que l'on pose dessus : il y a alors calcul de l'énergie que doit consommer le moteur de l'appareil, en fonction de ce poids, pour garder une vitesse minimale conforme à la contrainte fixée. Le poids et l'énergie sont donc deux variables, deux paramètres dépendants qui déterminent la vitesse. Les relations entre ces deux paramètres sont mathématisées dans  $R^2$ , qui est alors l'espace des paramètres. On notera qu'une rétroaction permanente, comparable dans son principe à celle des organismes, est nécessitée par ce système : chaque diminution de vitesse (donnée de sortie) implique la modification la plus rapide possible d'un paramètre (donnée d'entrée), en l'occurrence une augmentation d'énergie si l'on rajoute un paquet à un moment quelconque.

19. Une variété topologique abstraite  $V$  est un espace topologique (sur lequel sont définis des ouverts, par exemple un intervalle ouvert de  $R$  dans le cas simple) tel que le voisinage de tout point est homéomorphe à un ouvert de  $R^n$ .  $V$  est différentiable si l'on a défini sur elle un *atlas*, donnée d'une suite dénombrable d'ouverts, et sur chacun d'eux, d'un homéomorphisme (appelé « carte ») à valeurs dans un ouvert de  $R^n$ , vérifiant un critère univoque de compatibilité des critères de différentiabilité établis pour chaque homéomorphisme. Les sous-variétés de  $R^n$ , qui sont des objets fondamentaux en géométrie différentielle, se construisent selon un procédé comparable. On utilise de tels objets, qui donnent lieu à des phénomènes topologiques très riches, dès lors que les différentes composantes à mathématiser sont interdépendantes, sinon on peut rester dans le cadre d'un espace mathématique plus simple, un espace vectoriel par exemple.

instance, à ce qui régule l'activité cérébrale : ce sera par exemple la loi de rétroaction. Mais on peut également accepter le caractère métaphorique de cette terminologie, sans dommage pour la compréhension de la méthode générale. Ce n'est qu'indirectement, en décrivant l'espace  $S$ , que ces trajectoires, ou *morceaux de trajectoire* de  $I$  modélisent les phénomènes d'*apprentissage*. Ils décrivent une évolution d'un point à un autre dans le cerveau formel, par le passage d'une dynamique à une autre ayant des attracteurs différents (point stables et pour cela « attractifs ») selon une déformation continue ou « bifurcation » aboutissant à une stabilisation. Cette modélisation de la naissance de nouveaux schémas d'activation globale rentre donc le cadre d'un darwinisme neuronal [Edelman 1992], car cela s'effectue selon des processus de sélection et de stabilisation morphologique progressifs, au niveau de l'espace de description du substrat matériel, donc au niveau même de ce dernier selon la théorie, *sans encodage symbolique propre*. C'est ce qui justifie fondamentalement l'usage du modèle différentiel, dans un cadre neuromimétique, et non d'un modèle computationnel. Notons que la modélisation par attracteurs dans l'espace de paramètres ne préjuge pas du type de modélisation impliqué dans les autres espaces mathématiques mobilisés.

## Attracteurs et catégories : catégorisation et construction du sens formel

Les processus de *catégorisation* du registre supérieur sont eux étudiés sur la base de l'idée reprise à R. Thom [Thom 1972] en particulier qu'une unité sémantique, un contenu de sens, est modélisable par la *topologie d'un attracteur d'une dynamique neuronale* (Chez Thom lui-même il n'y a pas de modélisation neuronale ou connexioniste, cependant). La description et le classement des diverses trajectoires de l'espace interne  $I$ , qui sont des courbes intégrales du champ de vecteurs  $I$ , s'opère dans *un troisième espace abstrait*  $C$  : les classes de trajectoires sont en fait des formes élémentaires, des schémas prototypiques abstraits de configurations neuronales. Précisons un peu cette notion d'*attracteur* : l'espace interne du système se décompose en *bassins d'attracteurs*, sous-espaces aux dynamiques stratifiées selon le nombre d'attracteurs. Chaque attracteur dans un bassin, est un élément *stable*. Cette stabilité est modélisable de plusieurs façons, mais celles-ci sont fondamentalement équivalentes [Petitot 1992b, 114-121]. Topologiquement, le bassin est un *voisinage*<sup>20</sup>

20. En topologie,  $V$  est un *voisinage* d'un point  $x$ , si  $V$  contient un ensemble ouvert  $O$  qui contient  $x$ , c'est-à-dire si  $x \in O \subset V$ . Par exemple,  $[0, 2]$  est un voisinage de 1,

de son attracteur « prototypique » qui a des propriétés remarquables de *compacité* et d'invariance [Thom 1972, 40-44], [Petitot 1992b, 9-10]. Une trajectoire issue d'un point de l'espace converge le plus souvent vers un attracteur : comme ces bassins sont assimilés à des *catégories*, changer de catégorie, c'est pour le système changer d'état global après perturbation, se déplacer d'un attracteur à un autre, par la sélection de séquences parmi celles possibles. On assiste alors à un phénomène de *bifurcation*. Celui-ci est contrôlé par des paramètres qui, cependant, sont extérieurs à ces bassins, appartenant à des espaces de contrôle externes (ceux des « poids synaptiques »<sup>21</sup>), et de ce dernier point de vue, la catégorisation ne relève pas seulement du système dynamique.<sup>22</sup>

En résumé, les bassins d'attracteurs sont assimilables à des catégories (données proto-sémantiques), et un attracteur en particulier à une unité sémantique. Les types de trajectoires décrites par l'espace  $C$ , ou formes élémentaires, modélisent par exemple les structures syntaxiques fondamentales du langage [Thom 1972, 310-315], [Petitot 1992b, 292-305]. A partir de ces formes-types décrites dans  $C$ , on peut alors considérer une trajectoire particulière dans l'espace  $I$  vers un attracteur singulier, décrivant le processus neuromimétique de  $S$ . Ceci, permet de penser le passage de la *forme syntaxique* à un *contenu sémantique* primitif à l'intérieur d'une *catégorie* sémantique particulière (acte, objet, etc., catégorie indirectement modélisée par le bassin de cet attracteur), dans l'activité d'un système cognitif réel.

Une *représentation* alors, propriété globale correspondant à un comportement cognitif, ne provient pas d'un calcul sur les symboles d'un langage de la pensée (comme le « mentalais » de Fodor) : cette propriété est ici modélisée par un schéma d'activation de collections de ces neurones formels, décrit dans l'espace interne de paramètres (le système dynamique) par des trajectoires complexes vers des attracteurs spécifiques.

---

car  $1 \in ]0.5, 1.5] \subset [0, 2]$ . La *compacité* est (grossièrement) une condition de finitude : dans  $R$ , les compacts sont les intervalles fermés bornés. Dans le cas général, un espace est compact si de tout recouvrement de cet espace par des ouverts, on peut extraire un sous-recouvrement fini.

21. Ces poids synaptiques affectés aux dendrites sont positifs ou négatifs selon que celles-ci jouent un rôle moteur ou inhibiteur : de ces dendrites proviennent les influx nerveux en direction du noyau du neurone. Le noyau effectue comme une *sommation* des ces influx, et si cette somme dépasse un certain seuil (ce qui est modélisé par une fonction de seuil), l'influx est transmis dans l'axone, etc. [Alliot & Schiex 1993, 421-2] « Les réseaux de neurones ».

22. Ces modèles dynamiques sont donc à améliorer, précise M. de Glas [Houdé & Miéville 1993], ch. IV.

Dans [Petitot 1993, 117-121], J. Petitot, après avoir longuement rappelé la fondation transcendantale de son projet, en reprenant le problème du synthétique a priori et celui, corrélatif, de la schématisation des concepts, au travers des travaux de Husserl et de Merleau-Ponty, illustre sa conception sur l'exemple du *système visuel* et de la perception. La corrélation husserlienne entre acte de pensée et corrélat intentionnel, entre noèse et noème y est mathématisée selon cette émergence nomologiquement réglée<sup>23</sup>. Au niveau rétinien par exemple la reconstruction d'un objet à partir de la perception par esquisses de ses contours s'exprime par des données topologiques et différentielles. Les images visuelles qui « extraient » l'information pertinente sont rendues possibles par les structures corticales (colonnes) sous-jacentes au fonctionnement du niveau rétinien. Leur structuration morphologique intervient comme intermédiaire entre les processus physiques continus et la pensée symbolique — les attitudes propositionnelles notamment — dont le fonctionnement est discret. Les formes du langage, du sens sont d'abord des formes géométriques et dynamiques homogènes aux formes d'apparition des phénomènes mondains. Mais l'existence de la représentation, avérée, peut alors être pensée indépendamment de cette genèse.

*Autrement dit, la dialectique naturelle des formes phénoménales et cognitives exprime une dialectique du continu/discontinu. L'émergence du supérieur à partir de l'inférieur se fait selon un processus continu dont sont issues des discontinuités. On assiste à une rupture qualitative dans la continuité où de la matière naît par auto-organisation globalisante un ensemble de formes structurantes, de schémas purement syntaxiques vides de sens en tant que tels, qui vont cependant être l'occasion de la construction de contenus mentaux identifiables. On notera que cette perspective générale permet de donner une expression mathématique aux changements qualitatifs, c'est-à-dire qui excèdent des variations purement numériques : le « passage de la qualité en quantité et réciproquement » constitutif de la dialectique n'apparaît plus seulement comme une hypothèse floue, mais par cette expression rigoureuse, devient candidat légitime au statut de loi des processus naturels.*

## Problèmes de sémantique cognitive

Deux questions distinctes apparaissent alors :

1. Quel est la nature de ces « catégories » ? Comment peut-on montrer que ces formes sont traduisibles symboliquement dans la cognition

---

23. Ce qui est développé longuement en [Petitot 1992b, 65-91].

supérieure ?<sup>24</sup> Le niveau du sens dépend des particularités du système dynamique et de son historique, même si on peut l'analyser d'une façon indépendante.<sup>25</sup> D'après J. Petitot, le processus *interne* d'un réseau engendre une morphologie *externe* : il faut alors interpréter fonctionnellement la *topologie des attracteurs* comme une *proto-sémantique*, que la morphologie externe exprime en jouant le rôle d'une syntaxe qui la structure. Une dialectique syntaxe/sémantique est censée se manifester par ce rapport d'expression de « l'intérieur physique » par le « morphologique extérieur ». Après une nouvelle transduction les schèmes morpho-structuraux déterminent syntaxiquement l'apparition de significations, biolinguistiques (liées à une information vitale), ou plus abstraites et formelles (selon l'approche structuraliste), que l'on peut étudier alors au niveau du raisonnement sans les reconduire systématiquement à leur genèse. L'enracinement physique de ce processus justifie les expressions de *morphogenèse* et *physique du sens*<sup>26</sup>. Quoique la frontière entre le morphologique, le syntaxique, et le sémantique soit par définition floue, le présupposé d'un couche morphologique commune entre l'environnement et l'architecture cognitive reste gros d'enjeux, et nous pensons que l'émergence du sens peut se penser de façon un peu différente, ce que l'on va voir dans la partie suivante.

2. Les modèles mathématiques mobilisés dans la physique du sens utilisent la topologie différentielle qui est *non constructive*<sup>27</sup>. La théorie

---

24. Pour P. Smolensky, le niveau subsymbolique est intermédiaire entre le niveau neuronal et le niveau symbolique. Il étudie le lien problématique entre l'émergence subsymbolique (ou subconceptuelle) et la computation symbolique (conceptuelle) et défend l'idée que les symboles sont comme des *macro-descriptions approximatives d'opérations* dont les principes sont du niveau subsymbolique [Smolensky 1992]. Cette thèse est une autre version de celle de J. Petitot. Voir aussi [Smolensky 1996] sur la notion de *représentation*.

25. Propriétés souvent analysables, justement, par des structures récursives comme on l'a évoqué à la fin de notre seconde partie.

26. Nous rejoignons ici M. de Glas [Houdé & Miéville 1993] fin 5, ch. IV : « Il convient donc d'exploiter la théorie des systèmes dynamiques, afin de redéfinir les concepts de la théorie des singularités, de la théorie de la stabilité structurelle et de la théorie des bifurcations *dans un cadre constructif*. Le projet d'intégration théorique des paradigmes logico-symbolique et connexionniste en intelligence artificielle tend ainsi à faire du morphologique le médiateur entre le physique le logico-symbolique et vise à l'élaboration d'un paradigme dans lequel logique intensionnelle et morphodynamique constructive seraient les deux versants d'une même théorie ».

27. Pour cela la théorie des catégories et la *locologie* qui lui est liée, en relation avec une logique intensionnelle (où les prédicats sont pris non en extension, mais en « intension », c'est-à-dire en compréhension, du point de vue de leur contenu conceptuel-sémantique) prenant en compte la temporalité de la construction du sens, les sémantiques de Hintikka (celle des mondes possibles) et de Kripke, les efforts de grammaire cognitive (où l'on cherche à dégager des invariants langagiers et cognitifs)

mathématique des catégories centrée sur les *morphismes* (mise en correspondance d'objets ressemblants) peut au contraire être pratiquée de façon *constructive* et liée de façon extrêmement instructive pour nous à la logique, entre autres au  $\lambda$ -calcul. Or Piaget reliait l'activité cognitive fondamentale de mise en relation et de comparaison à des morphismes : la genèse de la cognition logico-mathématique, de la période sensori-motrice aux catégories de niveau supérieur, manifestant leur rôle *ontogénétique*. Mais le sens que Piaget donnait à cette notion est-il mathématiquement codifiable ? La réponse est affirmative, comme on va le voir.

## IV — Dialectique néo-piagétienne et réalisme intentionnel

Le but est maintenant d'insister sur la formulation, constructive, de l'émergence diachronique de l'intentionnalité, puis de montrer la possibilité *conceptuelle* (c'est-à-dire indépendamment de l'approche génétique-ascendante) du comportement intentionnel au niveau structurel, en référence à l'appropriation du monde matériel par l'organisme selon une perspective *utilitaire* et *informationnelle*. Nous défendons la thèse d'un *réalisme intentionnel*, c'est-à-dire d'une existence idéale des contenus sémantiques irréductibles au niveau neuro-physiologique, et relativement indépendantes au niveau des relations causales entre ces contenus : notre matérialisme n'est pas éliminativiste, à l'instar de la théorie sartrienne. Deux questions s'imposent alors : quelles propriétés d'une chose lui confèrent un sens ? Si le sens existe, irréductible, possède-t-il une efficacité propre dans la production causale d'effets, indépendamment des mécanismes physiques sous-tendant la possession par organisme d'un dispositif intentionnel ? Nous tâchons maintenant de problématiser la première question, mais laissons la seconde en attente de traitement, pour des raisons que l'on précisera.

### Action et information : du comportement fonctionnel aux objets mathématiques

Si l'on rappelle la nécessité de distinguer l'approche ascendante et l'approche descendante au niveau méthodologique, il nous paraît important de la redoubler concernant ce que l'on entend par « réalisme »

---

participent de ce programme [Petitot, Desclés, De Glas & Barthélémy 1996].

intentionnel. Si le sens émerge au niveau supérieur des niveaux inférieurs de l'architecture cognitive selon une dialectique du local/global (celle de l'auto-organisation, c'est-à-dire, dans les propres termes de G. Chapouthier, *la dialectique entre intégration et « mosaïcité »* des composants organiques et cognitifs [Chapouthier 2001]), *le sens n'existe pas originellement*. Le nominalisme dialectique de Sartre expliquait cela : les contenus sémantiques relèvent d'une genèse à partir du non-sémantique. Mais leur existence étant vécue et éprouvée au travers de l'intentionnalité de la représentation, cette existence, intersubjectivement idéale, n'est plus réductible au fonctionnement des niveaux non-sémantiques : *la réalité indépendante du niveau sémantique n'est plus récusable*<sup>28</sup>. D'où le réalisme intentionnel : cette dialectique du nominalisme (plutôt que de l'irréalisme intentionnel, qui relève plus de perspectives réductionnistes) et du réalisme intentionnels trouve certains arguments dans les travaux de Piaget, qu'il convient d'évoquer maintenant, à la lumière des questionnements actuels<sup>29</sup>.

On entend par *l'action* le domaine des comportements orientés vers des fins instrumentales, c'est-à-dire de comportements fonctionnels. Les « régulations entre processus organiques et processus cognitifs » [Piaget 1967b] proviennent d'abord, en bonne part, du fonctionnement des schèmes sensori-moteur issus de l'action, et qui la structurent en retour : à partir de ces schèmes originels émergent par *abstraction réfléchissante* les schèmes logico-mathématiques (structures opératoires) du raisonnement. L'organisme, dans l'épreuve du besoin se fait fonction, se « fonctionnalise » [Sartre 1960, I] adaptant son comportement en une réponse à un ensemble de variables environnementales et physiologiques, et cette adaptation contient une zone de contingence que seule l'hypothèse d'un comportement intentionnel permet de comprendre. Ces schèmes opératoires, comme l'explique Piaget [Piaget 1967b, § 20] de façon détaillée, sont effectivement modélisables par les *morphismes mathématiques* de la théorie des catégories. De façon générale, une *catégorie* est constituée d'objets  $(A, B, C, \dots)$ , d'une fonction assignant à tout paire ordonnée d'objets  $\langle A, B \rangle$  l'ensemble de ses *morphismes* (applications ou flèches ayant pour domaine  $a$  et co-domaine  $B$ ), une loi de composition pour

28. On peut ici insister sur le caractère autonome des contenus sémantiques des attitudes propositionnelles, par exemple des croyances, indépendamment de leur origine empirique ou physiologiques.

29. Piaget reste aujourd'hui, en éthologie et primatologie, une référence fondamentale, dans le monde anglo-saxon également, comme le montre [Parker & Gibson 1990]. Concernant le problème de l'intentionnalité et des rapports entre biologique, cognitif et logico-mathématique, voir l'exposé détaillé [Houdé & Miéville 1993, 83-119] des actuels « ajustements piagétiens ».

ces morphismes, une loi d'identité garantissant la possibilité d'une flèche d'un objet sur lui-même, et, deux axiomes, d'associativité pour la composition, et d'identité sous la composition de la loi d'identité avec un morphisme donné. Un morphisme est donc une flèche associant un objet à un autre, et est bien une *mise en correspondance entre des objets* au sens piagétien.<sup>30</sup> On appelle *foncteur* le morphisme de niveau supérieur associant deux catégories, c'est-à-dire l'application faisant correspondre à tout objet d'une catégorie un objet de la seconde.

Ce cadre mathématique constructif a le mérite de rendre rapidement possible l'expression des relations fondamentales : la série, l'ordre, par exemple, qui sont les pendants des actes originels de sériation et d'ordination [Gauthier 1997, 144-151]. C'est ce que la citation suivante de Piaget affirme, sur l'exemple de la relation d'ordre :

l'idée d'ordre n'est pas tirée... d'une introspection de la succession des états de conscience, car ceux-ci ne s'ordonnent dans la mémoire que si l'on reconstitue cet ordre par une reconstruction active et en partie déductive : l'idée d'ordre est construite par l'intelligence et s'impose à celle-ci avec nécessité parce que les démarches de l'intelligence sont elles-mêmes ordonnées ; et si les démarches sont ordonnées, c'est que les opérations qui dirigent ces démarches dérivent d'actions qui comportent déjà un ordre ; et si les actions présentent déjà un certain ordre, c'est qu'elles dérivent elles-mêmes de mécanismes nerveux ou biologiques impliquant dès le départ certaines relations d'ordre, etc. [Piaget 1967a, 387].

Autrement dit, les schèmes conceptuels primitifs de la mathématique en acte, dans cette perspective, ont bien un ancrage cognitif et biologique, quoique leur axiomatisation logico-mathématique en permette l'usage conceptuel totalement autonome, c'est-à-dire qu'ils ne sont que le résultat d'une abstraction à partir de la réflexion sur les éléments systématiques (c'est-à-dire présents nécessairement pour tout « sujet épistémique ») des schèmes sensori-moteurs. Les théories mathématiques sont donc, pour partie au moins dans cette perspective, génétiquement dépendantes de structures opératoires plus élémentaires et partagées que l'on ne maîtrise pas (celles-ci sont déterminées biologiquement) mais à leur niveau d'objectivité propre en sont formellement indépendantes quant à leur validité et leurs propriétés.

L'émergence de l'intentionnalité « dérivée » (de l'accès aux objets mathématiques), c'est-à-dire codifiée de la mathématique (au sens que la partie (II) a précisé) repose donc sur une saisie de la *forme* des schèmes

30. Piaget se référait dans [Piaget 1967a], au texte de S. Papert présent dans le même ouvrage et portant sur cette théorie.

initiaux. Selon une « thématization », que Cavaillès [Cavaillès 1947] définit comme l'acte de saisie d'une structure, d'une relation, ou encore d'un type d'opérations comme un *thème*, un *objet* authentique<sup>31</sup>, cette forme est prise comme *l'objet* primitif même de la pensée logico-mathématique, c'est-à-dire comme une partie de son contenu sémantique propre. Les objets mathématiques en général, les *idéautés* construites selon la dialectique nominaliste et réaliste, reposent sur l'usage et la maîtrise de cet objet primitif. Les relations d'ordres, par exemple, sont en permanence présumées, dès lors que l'on excède la pure théorie des ensembles, qui est dénuée de considérations topologiques.

Cette émergence de l'intentionnalité logico-mathématique, on le voit, repose sur l'intentionnalité originelle, le fait de « se représenter », d'avoir des états mentaux à propos d'un environnement, d'un *Umwelt* que l'on s'est approprié à des fins utilitaires. Les représentations sont bien « enac-tées » progressivement, au titre d'une genèse ancrée dans la dialectique du besoin dont la naturalité est un élément clé. La raison pour laquelle les choses *ont un sens*, dans le domaine du comportement fonctionnel empirique (qui, parce qu'il est orienté vers des buts localisés et rend possible l'émergence du sens, peut être justiciable d'une approche *téléosémantique*<sup>32</sup>) et de l'activité conceptuelle, — et nous reprenons cette thèse à P. Jacob —, est que nous nous approprions notre environnement en termes d'*informations*. La sémantique des contenus cognitifs à développer peut donc être *informationnelle*. Ce sont les propriétés non sémantiques des choses *intégrées à titre d'informations* par l'organisme qui confèrent à cette chose ou à l'action qui la concerne leur sens<sup>33</sup>,

---

31. En algèbre linéaire par exemple, on peut travailler dans des *groupes particuliers* : on définit un *groupe* comme un ensemble muni d'un loi de composition associative, tel que l'ensemble possède un élément neutre et que tout élément de l'ensemble soit inversible : ainsi  $(\mathbb{Z}, +)$ , groupe additif des rationnels,  $(\mathbb{R}_+^*, \times)$ , groupe multiplicatif des réels non nuls. Mais on peut faire un pas de plus dans l'abstraction en dégageant et ne considérant que *la structure de groupe* sur la base des groupes particuliers. On ne s'occupe plus alors des objets (réels non nuls, etc.) sur lesquels porte une certaine loi de composition, ni de la *réalisation effective* de cette loi : on s'intéresse uniquement aux propriétés *formelles* de cette loi. Cette *thématisation* progressive assure au discours une généralité croissante.

32. C'est la voie suivie par P. Jacob [Jacob 1997], dont nous nous sommes en partie inspirés, et par J. Proust : nous renvoyons vivement à ses travaux [Proust 1997] notamment ch. III à V.

33. Une inscription sur une plage, dans l'exemple de P. Jacob [Jacob 1997, 12], reçoit un sens par l'activité de l'esprit, esprit qui détient alors l'intentionnalité « primitive », alors que la phrase qui va communiquer cette donation de sens — interprétation au sens minimal — est constituées de signes linguistiques dont le sens n'est que « dérivé », ni originaire, ni primitif, mais arbitraire. Nous précisons ceci afin que la distinction de P. Jacob entre « primitif » et « dérivé » ne sont pas confondue avec la notre.

c'est-à-dire ce que l'on comprend de façon verbalisable ou non quand on comprend ce que sont les choses et ce qu'implique cette action. De même, la forme des schèmes sensori-moteurs elle-même n'est pas sémantique originellement, elle le devient par abstraction réfléchissante et thématisation au niveau second. Cette appropriation de propriétés ou de traits saillants de l'environnement en termes d'informations peut *faire l'économie du niveau morphologique de l'environnement*, dont J. Petitot fait l'hypothèse, sans que cela ne porte atteinte à sa modélisation morphogénétique. En effet, « l'obtention » d'informations, sans qu'il n'y ait d'information morphologique en son sens *dans les choses*, ne préjuge pas de leur encodage neuro-cognitif dans le cerveau, ce qui fait que la dialectique local/global alliée à celle entre formes et contenus, dans la perspective de J. Petitot, n'est qu'infléchie ici [Ducret 1995].

L'information est d'abord *relation* informationnelle entre une source (ou un de ses caractères) et un récepteur, que l'on détecte l'information ou pas : par exemple, les anneaux d'un tronc véhiculent (indiquent) une information sur l'âge de l'arbre. Cette information, dont on adopte ici l'usage en sciences en suivant [Jacob 1997, 57-60], est objective en tant qu'indépendante des agents qui cherchent à l'obtenir. Ces agents doivent pour être dits intentionnels, nous le rappelons, avoir la capacité d'avoir des attitudes propositionnelles, et de *méreprésenter*, c'est-à-dire d'avoir des représentations erronées, de se tromper sur ce qui est une information viable<sup>34</sup>. En tous cas, et ce de façon non déterministe, il doit exister une corrélation nomique fiable entre états internes et états de l'environnement. Cette corrélation, opérant par l'intermédiaire de canaux perceptifs et proprioceptifs, fait dériver un contenu sémantique d'un caractère ou trait objectif de l'environnement : l'enchaînement causal procède du stimulus distal jusqu'au stimulus proximal d'abord, de celui-ci à l'appropriation cérébrale puis cognitive de l'information véhiculée ensuite, des *données informationnelles* qui seront pour partie « accessibles » (au sens de N. Block) à la conscience.

A rebours, on dira donc que les contenus informationnels puis sémantiques conscients<sup>35</sup> dérivent des contenus sémantiques des attitudes propositionnelles initiales engendrées par l'action dans et sur l'environnement, action qui, par stades successifs, construit les schèmes sensori-

34. Un des problèmes des sciences cognitives est celui de la justification épistémique d'une attitude propositionnelle, par exemple d'une croyance. Concernant le détail des dispositifs théoriques modélisant la relation informationnelle, voir [Dretske 1995] ch. I, [Proust 1997] ch. IV et VIII-IX, et [Engel 1994].

35. Là encore, nous laissons dans l'ombre le problème de la pluralité *des* consciences : voir [Pachoud & Zalla 2000], et notamment dans ce dernier l'article de N. Block.

moteurs évoqués plus haut. La *perception d'une corrélation* stable (ou reconductible à un *type éprouvé* de corrélation) entre un état mental, ou même simplement un état physiologique, et un trait de l'environnement rend possible la saisie de cette corrélation comme l'*information* que S est P. Cette information est la cause génétique de la *croyance* que S est P, qu'il y a une *relation objective* entre S et P. Cette relation peut être une relation d'ordre, de série, d'inhérence, de causalité, etc. La réflexion — l'abstraction réfléchissante — de second ordre thématise la *forme* de ce type de corrélation stable, en saisit la structure schématique, et l'institue comme schème opératoire du raisonnement cognitif. Les schèmes deviennent alors *objets* de la pensée logico-mathématique. Cette dérivation du non-sémantique à l'informationnel, de celui-ci au niveau des attitudes propositionnelles, et enfin de ce dernier au niveau plus abstrait de la thématisation logico-mathématique, s'opère donc selon nous par une dialectique fondamentale de la contradiction.

## Causalité sémantique et causalité matérielle

Le second problème concernant le réalisme intentionnel, qui complète celui-ci — à savoir quelles propriétés d'une chose lui confèrent un sens —, est celui de l'*efficacité causale* du sens : est-ce le sens d'une chose qui fait qu'elle peut produire causalement un effet ? Si c'est le cas, comment maintenir cette efficacité du point de vue de la thèse matérialiste qui associe, d'une façon ou d'une autre, au vécu et à l'expression d'un contenu sémantique un processus physique — meilleur candidat, au premier abord, pour l'activation d'un processus causal ? Développer ce point fondamental suppose une analyse conceptuelle détaillée du concept de matière. Or la distinction entre matière naturelle et matière « ouverte » faite en introduction, qui pourrait certes servir de guide, est pour l'instant très insuffisante. Malgré la complexité de cette question, nous nous permettons la double suggestion suivante.

L'exécution d'une tâche cognitive, par exemple répétée (de nombreuses expériences en laboratoire vont dans ce sens [Proust 1997]), donne lieu à des apprentissages qui suscitent la naissance de nouveaux schémas d'activation des réseaux de neurones : cela peut indiquer que les contenus sémantiques associés à cette tâche rétro-agissent sur l'organisation matérielle du cerveau, dont les processus relèvent de lois causales. De ce point de vue du système cognitif individuel, le rôle causal du sens est pensable au niveau de la matière naturelle. Concernant la matérialité (ouverte) fondamentale des processus et structures sociaux [Sartre

1960, I], il semble plus facile de voir que la possession de représentations, de contenus sémantiques à leur propos initie des comportements (par exemple la travail) qui vont les transformer : c'est parce que tel bâtiment (la préfecture de police) est perçu comme le symbole d'un force antagoniste (l'Etat) que des individus (des étudiants) peuvent chercher à l'investir ou la détruire lors d'un conflit (manifestations). La représentation mentale partagée par ces individus, précède, et rend possible la modification de l'organisation matérielle du bâtiment, et opère son rôle causal en activant chez chacun d'eux des mouvements corporels, et cela par l'intermédiaire de l'activité intensifiée du cortex moteur. Cela nous reconduit alors au point précédent : de la représentation partagée par ces individus, l'analyse doit retourner sur les états mentaux de chacun dans leur pouvoir, à *leur propre niveau*, de stimulation cérébrale et corporelle.

Bien évidemment cette suggestion est très grossière : nous la raffinons ailleurs, à partir de l'examen systématique du concept de *matière* [Jacob 1997, 23-56], [Jacob 1992] que Sartre a initié en ce qui concerne les relations entre les individus et les structures « pratico-inertes » de la société, examen constitutif d'une anthropologie générale.

## D'une intelligence artificielle fondamentale à une anthropologie générale

La construction, selon la dialectique praxis/hexis, phylogénétique et ontogénétique, de la cognition supérieure implique le caractère intentionnel et passe par lui. Celui-ci exige des conditions conceptuelles de légitimité et un ancrage matériel plausible que la sémantique informationnelle permet d'éclaircir. Au niveau de la pensée logico-mathématique, la praxis individuelle s'élargit en, et s'ordonne à la praxis intersubjective des mathématiciens. Le constructif cognitif intentionnel s'élargit en une intentionnalité abstraite opératoirement, formellement codifiée. Celle-ci débouche, paradoxalement, sur un irrémédiable excès des idéalités formelles sur toute représentation possible : les procédures mécaniques et techniques permettent l'accès à un « quelque chose » que l'activité cognitive même ne permet plus d'atteindre.

Les transitions continues, du matériel au neuronal, de celui-ci au cognitif, et de ce dernier au sémantique, l'existence en elles de ruptures, de discontinuités instaurant des sauts qualitatifs, nourrissent et constituent une *dialectique de la contradiction* ancrée originellement dans le finalisme fonctionnel de la praxis, qui caractérise l'organisme comme être

de besoin. Cette praxis s'excède elle-même et par là s'unifie en un organisme hautement mais partiellement intégré : cela s'effectue au long d'une émergence des niveaux supérieurs de la conscience et de la sémantique à partir d'instances non-sémantiques, mais qui sont l'occasion de l'appropriation réglée, structurelle, d'informations. Cette émergence du sens n'est donc pas ici incompatible avec un réalisme intentionnel : on peut parler ici d'une naturalité — plutôt que d'une naturalisation — de la dialectique, qui aboutit à son propre dépassement dans l'objectivité sémantique. Par cette dialectique, la praxis de l'organisme construit progressivement son monde de représentations et l'intentionnalité qui le sous-tend, sur le mode utilitaire, ou sur le mode de l'auto-réflexion pour l'intentionnalité seconde, que nous avons dite dérivée, au niveau de la pensée logico-mathématique. Au niveau abstrait de cette dernière, le fonctionnement constructif et dialectique trouve sa spécification dans des procédures techniques, celle des fonctions récursives par exemple, développées dans l'approche constructiviste des mathématiques. Les *objets primitifs* de la mathématique sont eux obtenus par thématization des régularités opérantes sur lesquelles l'action se construit. On peut penser que cette approche constructiviste saura investir les champs théoriques qui pour l'instant s'en éloignent.

On précisera une conséquence importante de cette hypothèse générale. Autant la théorie des systèmes dynamiques est extrêmement sophistiquée, *outil* de modélisation des activités neuronales et des processus cognitifs de catégorisation, autant les *objets* mathématiques que la pensée logico-mathématique, par abstraction à partir des schèmes opératoires que ces processus cognitifs rencontrent et mobilisent, sont d'abord les plus primitifs. La constitution de théories mathématiques sophistiquées, alors, est foncièrement un développement à partir de ces objets primitifs. Il n'y a donc pas de cercle vicieux : l'*usage* scientifique de tels théories est *logiquement* tout à fait compatible avec leur étude, quant à leurs origine et fondement, comme *objets complexes*. Les morphismes mathématiques sont ici dans la même situation : le morphisme comme *outil* modélise le schème opératoire, et est *objet* mathématique, d'un type assez primitif et bien plus simple dans son principe, thématized par abstraction à l'égard de ce schème. On voit bien sur cet exemple la relation « rétro-active » entre la genèse de la *cognition* mathématique et l'usage indépendant, au niveau sémantique et formel, des objets mathématiques pour modéliser l'activité cognitive.

L'auto-dépassement de la matière en formes et de ces formes en contenus correspond à un phénomène de type *dialectique*, où l'on peut voir une totalité organique en perpétuelle évolution interne construire son univers

sémantique sur la base d'une appropriation autant interne qu'externe d'informations objectives. L'*émergence progressive* de la cognition exige une étude du double point de vue de la détermination ascendante et de la rétro-action descendante, autant dans la dialectique effective qui s'exprime en elles que dans le va-et-vient de la synthèse méthodologique que cette dernière exige. Cette exigence est justifiée afin de saisir la conversion dynamique et non statique des diverses instances contradictoires qui jalonnent, indissociables, cette émergence.

Le statut des objets mathématiques et celui des actes cognitifs constituant la *praxis* des mathématiciens doivent être étudiés en relation, et cette relation est un problème philosophique, épistémologique et scientifique central. Nous souhaitons en poursuivre l'étude, et pensons que cela doit passer par la confrontation, en particulier, de l'épistémologie dialectique à la théorie naturaliste des représentations de D. Sperber [Sperber 1996]. En effet, on ne peut examiner pleinement la sémantique des états mentaux qu'en prenant en compte la communication et l'usage « contagieux » de représentations *publiques* ; les qualités subjectives d'une expérience vécue, les *qualia*, si l'on estime qu'elle peuvent être verbalisables, sont plutôt liées à des représentations *privées*. Nous aurons donc à examiner entre autres l'articulation de ces deux types d'états intentionnels afin d'améliorer le contenu de notre hypothèse générale, en corrélation avec l'étude du concept de matière. Cette étude approfondie est en effet exigée pour la défense d'une conception matérialiste et non éliminativiste de l'irréductibilité des contenus sémantiques à l'égard de ce dont ils proviennent.

On voit bien ici la solidarité conceptuelle entre une intelligence artificielle fondamentale et une anthropologie générale, génétique et structurale, donc la nécessité d'élargir les cadres de la réflexion dans et par la dialectique (qui caractérise pour nous le développement en soi de l'organisme ainsi que la façon dont nous pouvons expliquer ce développement), cadres qui sont encore parfois trop étroits dans les sciences cognitives.

Nous inscrivons ces suggestions générales et programmatiques pour une *dialectique forte de la nature pensante*, dans la perspective d'une « nouvelle alliance pour la *conquête formelle du sens*, pierre d'angle de l'édification d'une *intelligence artificielle fondamentale* » (M. de Glas). Assumant l'engagement ontologique qu'elles véhiculent, nous revendiquons leur lien avec la pensée marxiste, qui est loin d'avoir procédé à la nécessaire rénovation de ses outils conceptuels concernant la compréhension des sciences de la nature.

## Bibliographie

ALLIOT, JEAN-MARC & SCHIEX, THOMAS

1993 *Intelligence artificielle et informatique théorique*, Toulouse : Cépaduès-Éditions, 1993.

ANDLER, DANIEL

1992 *Introduction aux sciences cognitives*, éd., Paris : Gallimard, 1992.

ANDRIEU, BERNARD

2000 *Le cerveau, Essai sur le corps pensant*, Paris : Hatier, 2000.

APERY, ROGER

1982 Mathématique constructive, in [Guénard & Lelièvre 1982], 1982, 58-72.

BAROT, EMMANUEL

1999 *L'idée contemporaine de dialectique mathématique*, Mémoire de DEA *Philosophie. Histoire des sciences et des techniques*, Lille III, sous la direction de M. Jean-Michel Salankis, 1999.

2000 Etre le dieu de Descartes dans un monde marxiste. Formes et fonctions de l'athéisme sartrien, in Puisais, Eric & Chubilleau, Emmanuel, édés., *Les athéismes philosophiques*, Paris : Kimé, 2000, 159-176.

2001 Comment une épistémologie dialectique des mathématiques est-elle possible ?, *Pédagogie et cognition, Cahiers Alfred Binet*, 666 (1), p. 79-93.

BECHTEL, WILLIAM & ABRAHAMSEN, ADELE

1991 *Le connexionnisme et l'esprit. Introduction au traitement parallèle des réseaux*, traduction française par Joelle Proust, Paris : La Découverte, 1993.

CAMERON, KENNETH NEILL

1995 *Dialectical Materialism and Modern Science*, New York : International Publishers, 1995.

CAVAILLÈS, JEAN

1994 *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris : Hermann, 1994.

1947 *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris : Vrin, 1994 cité d'après [Cavaillès 1994].

CHAPOUTHIER, GEORGES

2001 *L'homme, ce singe en mosaïque*, Paris : Odile Jacob, 2001.

CORI, RENÉ & LASCAR, DANIEL

1994 *Logique mathématique*, II, Paris : Masson, 1994.

DUCRET, JEAN-JACQUES

1995 Constructivisme épistémologique, constructivisme psychologique et neuromimétisme, in Paugam-Moisy, Hélène, Royet, Jean-Pierre & Zighet, Djamel-Abdelkader, *Le neuromimétisme. Epistémologie, neurobiologie, informatique*, Paris : Hermes, 1995, 27-48.

DE GLAS, MICHEL & RASTIER, FRANÇOIS

1996 *Le sémiotique. Logiques et sciences cognitives*, éd., *Intellectica*, 23 (2).

DEGREZ, A., BOK, B., VINOT, J.-M. & DUTREIX, JEAN

1997 *Biophysique des radiations et imagerie médicale*, Paris : Masson, 1997.

DEHAENE, STANISLAS

1996 *La bosse des maths*, Paris : Odile Jacob, 1996.

DRETSKE, FRED

1995 *Naturalizing the Mind*, MIT Press, Cambridge Massachusetts, Londres Angleterre, 1995.

DUMMET, MICKAEL

1975 The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic, in Dummet, Mickael, *Truth and Other Enigmas*, Cambridge : Harvard University Press, 1978. Cité d'après la traduction française par François Pataut : *Philosophie de la logique*, Paris : Minuit, 1991.

DUPUY, JEAN-PIERRE

1994 *Aux origines des sciences cognitives*, Paris : La Découverte, 1999.

EDELMAN, GERALD M.

1992 *Bright Air, Brilliant Fire : On the Matter of Mind*, USA : Basic Books, 1992. Cité d'après la traduction française par Ana Gerschenfeld : *Biologie de la conscience*, Paris : Odile Jacob, 2000.

ENGEL, PASCAL

1994 *Introduction à la philosophie de l'esprit*, Paris : La découverte, 1994.

ENGELS, FRIEDRICH

1875 *Anti-Dühring*, traduction française Emile Botigelli, Paris : Editions Sociales, 1977.

1883 *Dialectique de la nature*, traduction française Emile Botigelli d'après l'éd. de réf. MEGA de 1935, l'éd. soviétique de 1948 et l'éd. allemande Dietz Verlag de 1952, Paris : Editions sociales, 1977.

ENGELS, FRIEDRICH & MARX, KARL

1973 *Lettres sur les sciences de la nature (et les mathématiques)*, traduction française et introduction Jean-Pierre Lefebvre, Paris : Editions sociales, 1973.

FODOR, JERRY A.

1983 *The Modularity of Mind*, Cambridge Massachusetts, MIT Press. Traduction française par Abel Gerschenfeld : *La modularité de l'esprit*, Paris : Minuit, 1985.

GAUTHIER, YVON

1997 *Logique et fondements des mathématiques*, Paris-New York : Diderot Editeur, 1997.

GUÉNARD, FRANÇOIS & LELIÈVE, GILBERT

1982 *Penser les mathématiques*, éd., Paris : Seuil, 1982.

GOODWIN, BRIAN C.

1989 La genèse des formes dynamiques : l'organisme et l'esprit, *Leonardo*, 22 (1), 27-31, repris in [Stewart 1993] 45-60, dans la traduction française de S. Busch.

GRANGER, GILLES-GASTON

1994 *Formes, opérations, objets*, Paris : Vrin, 1994.

HEGEL, GEORG WILHELM FRIEDRICH

1812 *Wissenschaft der Logik, Die Lehre vom Sein*, Hamburg : Felix Meiner Verlag, Philosophische Bibliothek, 1990, traduction française Georges Labarrière & Gwendoline Jarczyk, *Science de la logique, L'Être*, Paris, Aubier-Montaigne, 1987.

HEINZMANN, GERHARD

1998 Jean Cavaillès. La pensée mathématique en tant que constructrice de réalités nouvelles, *Philosophia Scientiae*, 3 (1), 99-111.

HINTIKKA, JAAKO

1996 *The Principles of Mathematics revisited*, New York : Cambridge University Press, édition paperback 1999.

HOUDÉ, OLIVIER & MIÉVILLE, DENIS

1993 *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris : Puf, 1993.

JACOB, PIERRE

1992 Le problème du rapport du corps et de l'esprit aujourd'hui. Essai sur les forces et les faiblesses du fonctionnalisme in [Andler 1992] 313-351.

- 1997 *Pourquoi les choses ont-elles un sens ?*, Paris : Odile Jacob, 1997.
- LEVINS, RICHARD & LEWONTIN, RICHARD  
 1985 *The dialectical Biologist*, Cambridge Massachusetts, Londres Angleterre : Harvard University Press, 1985.
- MADDY, PENELOPE  
 1990 *Realism in Mathematics*, Oxford : Clarendon Press, édition paperback 1992.  
 1997 *Naturalism in Mathematics*, Oxford : Clarendon Press, édition paperback 2000.
- MEMMI, DANIEL & VISETTI, YVES-MARIE  
 1990 *Modèles connexionnistes*, éd., *Intellectica*, 9-10.
- PACHOUD, B. & ZALLA, TIZIANA  
 2000 *Recherches sur la conscience en sciences cognitives*, éd., *Intellectica*, 31 (2).
- PANZA, MARCO & SALANSKIS, JEAN-MICHEL  
 1995 *L'objectivité mathématique. Platonismes et structures formelles*, éd., Paris : Masson, 1995.
- PANZA, MARCO & PONT, JEAN-CLAUDE  
 1992 *Espace et horizon de réalité. Philosophie de Ferdinand Gonseth*, éd., Paris : Masson, 1992.
- PARKER, S. TAYLOR & GIBSON, K. RITA  
 1990 « *Language* » and *Intelligence in Monkeys and Apes. Comparative Developmental Perspectives*, éd., Cambridge University Press, Angleterre, édition paperback 1994.
- PELISSIER, ALINE & TÊTE, ALAIN  
 1995 *Sciences cognitives. Textes fondateurs 1943-1950*, éd., Paris : Puf, 1995.
- PETITOT, JEAN  
 1991 Idéalités mathématiques et réalité objective. Approche transcendantale, in Granel, Gérard *Hommage à Jean-Toussaint Desanti*, éd., Mauvezin : Ter, 1991, 213-282.  
 1992a Schématisation, sciences cognitives et physique mathématique : hommage à Ferdinand Gonseth, in [Panza & Pont 1992] 149-175.  
 1992b *Physique du sens*, Paris : Cnrs, 2000.  
 1993 Phénoménologie naturalisée et morphodynamique : la fonction cognitive du synthétique a priori, in [Salanskis 1993], 79-126.

- 1995 Pour un platonisme transcendantal, in [Panza & Salanskis 1995], 147-178.
- PETITOT JEAN, DESCLÉS JEAN-PIERRE, DE GLAS MICHEL & BARTHÉLÉMY JEAN-PIERRE
- 1996 *Logique et dynamique de la cognition*, in [De Glas & Rastier 1996] 219-301.
- PIAGET, JEAN
- 1967a *Logique et connaissance scientifique*, éd., Paris : Gallimard, 1967.
- 1967b *Biologie et connaissance. Essai sur les régulations entre les processus organiques et les processus cognitifs*, Paris : Gallimard, 1967.
- 1975 *L'équilibration des structures cognitives. Problème central du développement*, Paris : Puf, 1975.
- PROUST, JOELLE
- 1987 L'intelligence artificielle comme philosophie, *La Pensée*, 47, 88-102.
- 1997 *Comment l'esprit vient aux bêtes. Essai sur la représentation*, Paris : Puf, 1997.
- ROGERS, HARTLEY JR
- 1967 *Theory of Recursive Functions and Effective Computability*, Cambridge, Massachusetts, London : Mit Press, 1987.
- SALANSKIS, JEAN-MICHEL
- 1993 *Philosophie et sciences cognitives*, éd., *Intellectica*, 17 (2).
- 1995 Platonisme et philosophie des mathématiques, in [Panza & Salanskis 1995], 179-212.
- 1999 *Le constructivisme non standard*, Lille : Presses Universitaires du Septentrion, 1999.
- 2000 *Modèles et pensée de l'action*, Paris : L'Harmattan, 2000.
- SARTRE, JEAN-PAUL
- 1946 Matérialisme et révolution, *Les temps modernes*, repris in *Situations III*, Paris : Gallimard 1949. Cité d'après [Sartre 1990] 81-140.
- 1960 *Critique de la raison dialectique. Théorie des ensembles pratiques, I* précédé de *Questions de méthode* (1957), Paris : Gallimard, 1985.
- 1966 L'anthropologie, *Cahiers de philosophie*, 2. Cité d'après [Sartre 1990], 283-294.
- 1990 *Situations philosophiques*, Paris : Gallimard, 1990.

SEARLE, JOHN R.

- 1984 *Minds, Brains and Science*, British Broadcasting Corporation.  
Cité d'après la traduction française de Catherine Chaleyssin : *Du cerveau au savoir*, Paris : Hermann 1985.

SÈVE, LUCIEN

- 1998 *Sciences et dialectique de la nature*, éd., Paris : La Dispute, 1998.

SMOLENSKY, PAUL

- 1992 IA connexionniste, IA symbolique et cerveau, in [Andler 1992], traduction française, 77-106.  
1996 Representation in connectionist Networks, in [Memmi & Vi-setti 1990] 127-165.

SPERBER, DAN

- 1987 Les sciences cognitives, les sciences sociales et le matérialisme, *La pensée*, 47, repris in [Andler 1992] 397-420.  
1982 *Le savoir de l'anthropologue. Trois essais*, Paris : Hermann, 1982.  
1996 *La contagion des idées. Théorie naturaliste de la culture*, Paris : Odile Jacob, 1996.

STEWART, JOHN

- 1993 *Biologie et cognition*, éd., *Intellectica*, 16 (1).

THOM, RENÉ

- 1972 *Stabilité structurelle et morphogénèse*, Paris : InterEditions, éd. revue et augmentée 1977.  
1979 Mathématiques et théorisation scientifique, in [Guénard & Leliève 1982], 252-273.

VARELA, FRANCISCO J.

- 1993 *Autonomie et connaissance*, Paris : Seuil, 1993.  
1996 *Invitation aux sciences cognitives*, Paris : Seuil, 1996.

VAUCLAIR, JACQUES

- 1998 *L'homme et le singe. Psychologie comparée*, Paris : Flammarion, 1998.