

PHILOSOPHIA SCIENTIÆ

GILLES GASTON GRANGER

Jean Cavallès et l'histoire

Philosophia Scientiæ, tome 3, n° 1 (1998), p. 65-77

<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1998__3_1_65_0>

© Éditions Kimé, 1998, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Philosophia Scientiæ* » (<http://poincare.univ-nancy2.fr/PhilosophiaScientiae/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Jean Cavailles et l'histoire

Gilles Gaston Granger

Collège de France

RESUME. Jean Cavaillès est-il un historien des mathématiques ? Il récuse une assimilation de l'histoire des sciences «aux enchaînements psychologiques et sociaux», aussi bien qu'une histoire «phénoménologique» des concepts. Il s'attache, dans le cas des mathématiques, à montrer les modalités d'un progrès qui s'effectue au niveau de contenus effectifs de la science. Il veut caractériser ce progrès comme nécessité rationnelle, quoique imprédictible, d'un devenir.

ABSTRACT. Is Jean Cavaillès an historian of Mathematics ? History of Science for him does not reduce to a causal succession of psychological and social facts ; neither is it a phenomenological history of concepts. In the case of Mathematics, he tries to describe the modalities of an advance in knowledge at the level of the actual productions and transformations of the scientific contents. He seeks to characterize and explain this progress as depending upon a necessity both internal and rational, but no predictable.

Cavaillès est-il un historien des mathématiques ? Oui, sans doute, si l'on en juge par ses thèses, et particulièrement la complémentaire: *Remarques sur la formation de la théorie des ensembles*. Les autres ouvrages que son destin tragique lui a permis d'achever montrent néanmoins que telle n'était pas sa vocation principale, ou plus exactement qu'il concevait l'histoire des sciences comme indissolublement associée à une philosophie de la science. Non que la première puisse apparaître comme simple auxiliaire de la seconde, ni la seconde comme un commentaire ou un appendice de la première. Leur association telle que Cavaillès l'a conçue me semble être essentielle, et caractériser justement à la fois l'une et l'autre en tant que participant à une interprétation véritablement philosophique des oeuvres de science.

C'est dans cette hypothèse que nous essaierons de préciser la conception et la mise en oeuvre de son travail historique, ainsi que sa théorie du devenir de la connaissance mathématique.

1. La méthode historique

1.1. Nous noterons tout d'abord, touchant sa méthode, qu'il fait alterner souvent une analyse de la production des faits et objets mathématiques et une analyse de doctrines philosophiques. Aussi bien dans *Méthode axiomatique et formalisme*, [6,21 sqq.], où il reprend et commente, à propos de l'"empirisme" de Borel, les idées de Descartes, Leibniz et Kant, que dans *Sur la logique et la théorie de la science*, où Port-Royal, Kant, Bolzano, Husserl forment une sorte d'arrière-plan philosophique à ses considérations sur la création mathématique. C'est que :

l'histoire montre la liaison étroite entre semblables conflits

*Texte déjà paru dans la Revue d'Histoire des Sciences, 1996, 49/4, 569-582.

techniques et les systèmes édifiés par les philosophes. [Cavallès 1981, 21]

Ainsi est-il naturel que de tels problèmes conduisent à :

creuser au-delà du mathématique proprement dit dans le sol commun de toutes les activités rationnelles. [ibid.]

Dans cette formule, se révèle assurément ce qui m'a toujours semblé être la visée centrale de Cavallès, demeurée latente, mais saisissable à travers ses études de la création des concepts mathématiques, à savoir un effort pour déterminer le rationnel dans son sens et dans sa portée les plus généraux. De là sans doute l'attrait qu'il manifestait pour le spinozisme dans son enseignement oral, qui n'apparaît il est vrai explicitement que très peu dans ses écrits. Peut-être s'en serait-il expliqué dans des textes si sa vie n'eût été si courte. En tous cas, je me souviens d'une leçon sur le temps donnée le 20 mai 1942 comme corrigé d'un de nos exposés d'agrégation à l'E.N.S., où il insistait sur la spécificité et l'irréductibilité d'un «temps mathématique», d'un «avant et d'un après» impossible à supprimer du processus opératoire, et dont la reconnaissance serait «une façon de penser l'éternité de Spinoza».

1.2. Si telle doit être l'orientation d'une pensée du temps propre au devenir des mathématiques, on comprend que Cavallès ait critiqué et récusé explicitement deux méthodes historiques. C'est tout d'abord l'assimilation de l'histoire des sciences aux «enchaînements psychologiques ou sociaux». Certes, «le départ [en] est difficile à faire avec la nécessité mathématique» [Cavallès 1937, 8], entendons : avec la nécessité de l'enchaînement des états successifs des concepts. Cependant, c'est bien cette nécessité que l'historien philosophe de la science doit mettre en lumière. Expriment certainement ses propres idées, Cavallès loue Bolzano d'avoir compris cette conditions spécifique de l'objet d'une histoire des sciences. Une science n'est pas à proprement parler un *objet de culture*. Car, contrairement aux objets de culture,

son mode d'actualisation lui est extrinsèque ,et non pas si étroitement lié à la valeur, que ce soit de son essence, comme pour l'oeuvre d'art, de la mêler à l'extériorité accidentelle d'un système sensible. [Cavallès 1947, 22]

C'est, comme on le verra, que le développement historique des mathématiques est essentiellement rationnel, et l'une, peut-être la plus radicale, des formes du rationnel, en un sens que Cavallès veut justement expliciter. De sorte que l'on peut lire, à la fin du texte posthume [Cavallès 1949, 164] que «cette histoire n'est pas une histoire», c'est à dire qu'elle ne saurait être confondue en aucune manière avec une chronique des événements psychologiques ou

sociaux.

1.3. Mais il est une autre idée de l'histoire que Cavailles refuse. Tout à la fin de *Sur la logique et la théorie de la science*, il rejette l'analyse phénoménologique, «qui ne pourra jamais se mouvoir que dans le monde des actes», et s'arrête aux «réalités de conscience qui ne renvoient à rien d'autre». Pour elle, l'importance de la recherche historique est de «retrouver les liens perdus, de replonger automatismes et sédimentations» dans l'actualité consciente. Une telle archéologie des actes de conscience ne saurait expliquer le progrès. Et si :

l'histoire empirique est utilisée comme révélateur d'enchaînements essentiels, c'est à l'envers, non comme mouvement en avant, mais par le mythe du retour au passé. [Cavaillès 1947, 77]

Cavaillès, quant à lui, ne confond pas ce qu'il appellera «histoire représentée et histoire représentante»¹, comme semble le faire en pareil cas Husserl.

1.4. La mise en oeuvre de la méthode, comme on peut s'en convaincre à la lecture des deux thèses, consiste, au premier chef, en une étude attentive des oeuvres mêmes. On pourrait dire, qu'avant la lettre, au sens de Martial Gueroult et non pas de certains des "structuralistes" des années 50, que cette lecture est *structurale*. Le problème central de chaque oeuvre est formulé, que ce soit celle de Dedekind, de Cantor ou de Hilbert. L'architecture des concepts et les systèmes de raisonnement y sont mis en lumière, l'enchaînement historique étant dégagé comme succession des essais de réponse aux difficultés et aux obstacles, aux défauts de la structure.

Mais prenons l'exemple, au début de *Méthode axiomatique et formalisme*, de l'étude des origines d'une position moderne du problème du fondement des mathématiques. Il expose d'abord et commente les «profond travaux de l'École de Borel-Lebesgue» [1981, 21], à partir des paradoxes de la théorie des ensembles découverts entre 1890 et 1904. Il dégage alors, dans l'oeuvre de Borel, la notion d'"effectivement énumérable", qui permet de *définir* des ensemble "mesurables" et des fonctions "calculables". Puis il reconnaît le mode de raisonnement qui autorise un développement des objets ainsi définis au départ : un processus *d'induction*, censé garantir le passage d'un niveau de détermination des objets au suivant. Mais toutes les propriétés des ensembles mesurables ne sont

1 Dans une correction d'exposé sur Le temps et la tragédie, à l'ENS, 22 avril 1942. Il va sans dire que mes notes sont en général trop brèves et trop peu sûres, sans quoi j'en aurais envisagé la publication.

pas inductives, ne se prêtent pas à cette extension. D'où la nécessité de surmonter ce nouvel obstacle, et ce sont alors les tentatives de Lebesgue pour limiter moins rigoureusement l'idée de *définition* des objets. Cavallès, à la suite de l'examen de ces difficultés techniques, passe à l'interprétation de la motivation originaire, profonde, philosophique, de Borel, qu'il a qualifiée, dès le départ d'"intuitionnisme". Plusieurs pages sont alors consacrées à la préfiguration, sur le plan philosophique, de la difficulté technique, examinée chez Descartes, Leibniz et Kant. Et l'examen du statut de l'intuition chez Kant débouche sur la problématique, technique et philosophique, de l'intuitionnisme brouwerien.

On voit ici de quelle manière se trouvent imbriqués — sans être jamais confondus, car c'est au mathématicien, non au philosophe, de résoudre, fût-ce provisoirement, ses propres problèmes — l'enchaînement des questions et des réponses techniques et l'éclairage philosophique des concepts. Une telle méthode, dont l'application correcte et efficace exige à la fois une connaissance de première main des Mémoires et Traités originaux de mathématique, et un commerce intime des oeuvres des philosophes invoqués, m'a toujours paru la seule manière de philosopher valablement sur cette science, et l'on peut se réjouir de ce qu'en France quelques jeunes émules de Cavallès soient récemment apparus, qui n'ont pourtant pu recevoir directement l'enseignement du Maître.

2. Les modalités du progrès mathématique

2.1. Une question que l'on ne saurait éviter de poser à Cavallès est celle du dilemme continuité-discontinuité du devenir des mathématiques. Commentant un mot de Bernays, qui niait en 1934 qu'il y eût une crise en mathématique, il semble bien adopter cette thèse de l'inexistence de crises concernant le sens proprement mathématique des concepts. Il y aurait «pas mal d'exagération dans les difficultés de la théorie des ensembles» qu'il vient d'analyser dans leur dynamisme [Cavallès 1981, 182]. Et ces difficultés proviendraient «du mélange entre spéculation philosophique et raisonnement mathématique», outre celles, «normales que provoquent les insuffisances techniques» [ibid].

Bien entendu, ce devenir des théories et des concepts est un progrès par émergence de nouveautés, et si ces nouveautés ne se présentent qu'en apparence comme des bouleversements *critiques*, elles n'en transforment, ou plutôt n'en transmutent, pas moins l'état antérieur d'une théorie ou d'un concept. Or le progrès n'est pas :

augmentation de volume par juxtaposition, l'antérieur subsistant avec le nouveau, mais révision perpétuelle des contenus par approfondissement et rature. Ce qui est après est plus que ce qui était

avant, non parce qu'il le contient ou même qu'il le prolonge, mais parce qu'il en sort nécessairement et porte dans son contenu la marque chaque fois singulière de sa supériorité. [Cavaillès 1947, 78]

2.2. On soulignera dans ce texte deux thèmes très essentiels aux yeux de notre auteur. Le premier, en un certain sens discontinuiste, est celui de la révision «par approfondissement et rature». Ainsi en est-il, par exemple, dans le domaine exploré par Cavaillès, du passage du concept borélien d'ensemble mesurable au concept de Lebesgue. L'ancien ne subsiste pas comme tel dans le nouveau, mais il y est représenté par une image adéquate, comme le nombre réel dans le nouvel univers des complexes, dont une partie est non pas à proprement parler identique à, mais biunivoquement applicable sur, l'univers ancien des réels. Or le nouvel objet, en ce cas, malgré cette correspondance, est manifestement plus que l'ancien ; le nombre complexe est «plus que le couple des nombres réels qu'il remplace» car il «est à son tour point d'application concret pour les raisonnements de la théorie des fonctions analytiques» [Cavaillès 1981, 171].

Le second thème, en un sens *continuiste*, s'exprime dans la répétition du mot "contenus". Les nouveaux contenus sont issus nécessairement des anciens. De telle manière que le progrès peut être aussi décrit comme engendrement continu ; il est «matériel ou entre essences singulières» [Cavaillès 1947, 78]. Qu'il nous soit permis de noter ici la résonance spinoziste de ce vocabulaire. Le réel en mathématique, comme dans *l'Éthique* toute réalité en général, est fait d'"essences singulières", l'adjectif "matériel" devant être ici entendu comme relatif à des contenus. S'il en est bien ainsi, on conçoit qu'une histoire philosophique des mathématiques doive s'attacher d'abord à l'examen des difficultés que Cavaillès a qualifiées dans un autre ouvrage de "techniques". Ce sont elles, en effet, qui révèlent à l'historien attentif le mode d'engendrement des contenus. L'opposition d'une continuité à une discontinuité de ce devenir n'est donc pas présentée, dans l'oeuvre de Cavaillès, comme un véritable dilemme.

2.3. Un point capital de sa conception de ce devenir s'apparente directement à l'idée d'un progrès par engendrement d'essences singulières : c'est l'importance accordée à la notion de "travail" mathématique. Thème qui apparaît à la fin de la thèse complémentaire, lorsque Cavaillès dit que ce sont les «considérations pragmatistes du mathématicien militant qui ont le dernier mot», et conclut à la nécessité d'une «définition du travail mathématique en général» [Cavaillès 1937, 141]. Voeu répété dans la thèse principale [Cavaillès 1981, 21] où il note que «la réflexion critique sur l'essence

même du travail mathématique et la notion d'objet soit une condition préalable nécessaire» à une interprétation du progrès mathématique. Il s'agit alors d'opposer cette réflexion à une considération du premier degré sur les objets mêmes. Ici se fait jour assez explicitement le rôle possible des vues philosophiques, mais non pas confondues avec la mathématique elle-même, confusion qui est pour lui, on l'a vu, une cause principale de crises apparentes. La réflexion sur le travail mathématique doit naître de ce travail même, qui porte sur du singulier, et sur des contenus, «l'imprévu d'un problème, le détour d'une application» [ibid]. C'est ce travail lui-même en effet dont la trace est essentielle à l'apparition d'une novation. Comme le dit Cavaillès dans *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, [1937, 39] :

Il n'y a théorie des ensembles qu'à l'apparition non de notions, mais d'un mode de raisonnement original.

Il s'agit alors de types particuliers de raisonnements : par exemple ici "l'itération transfinitive". Mais le travail mathématique est plus généralement décrit dans le texte célèbre de *Sur la logique et la théorie de la science*, [p. 27-33], où sont explicités les deux mouvements de paradigme et de thématization. On voit alors que ce travail consiste d'abord à créer les conditions d'un rapport de contenu à forme, puis à penser comme contenu ce qui a été créé comme forme. Ainsi peut-il être qualifié de travail d'abstraction, mais à condition de ne pas oublier qu'il porte toujours sur des "essences singulières", révélées dans des situations concrètes de production de concepts par le mathématicien "militant", ou si l'on préfère pratiquant.

On ne reprendra pas ici le commentaire de ce double mouvement², l'un "horizontal" de mise en évidence d'une structure formelle, — comme celle du système opératoire d'anneau à partir de cet objet singulier qu'est l'ensemble des entiers rationnels, — l'autre "vertical", qui mobilise un système opératoire particulier pour en faire un nouvel objet, à un niveau supérieur d'abstraction, comme dans le passage à l'idée d'une structure algébrique définie par des opérations quelconques, spécifiées seulement par des propriétés formelles. Nous voudrions plutôt insister sur le sens du vœu de Cavaillès concernant, à ce propos, l'avènement d'une «philosophie du concept» opposée à une «philosophie de la conscience» [Cavaillès 1947]. Car ce vœu est étroitement associé à la reconnaissance du rôle cardinal du "travail" mathématique. On a vu déjà comment

² Commenté plus amplement dans G.G.G. Pour la connaissance philosophique, ch.3, .2.1-2.7 ; Odile Jacob, Paris, 1988.

Cavaillès récusait la conception husserlienne d'une histoire de la science. Or ne pourrait-on justement interpréter ce refus comme découlant du constat de l'absence de cette notion de travail dans la conception du progrès mathématique selon une «philosophie de la conscience» ? Dans une telle philosophie, pour Cavaillès, l'"après" suscite seulement la recherche archéologique de la forme originaire d'un "avant" dans la conscience, sans que l'accent soit mis sur les transformations de systèmes d'opérations corrélatifs des objets. D'une autre manière on pourrait dire alors que, pour une philosophie de la conscience, les notions sont présentées comme isolées, seulement rattachées aux conditions de possibilité "archéologiques" de leur pensée. Pour une philosophie du concept, au contraire, ce sont les constitutions successives de systèmes opératoires qui importent, dans lesquels les objets sont corrélativement créés. Ainsi le point de vue d'une philosophie du concept consisterait-il à montrer ces corrélations d'opérations et d'objets, qui sont le travail même du mathématicien créateur. Il importe alors d'observer que les mots "opérations", "opérateur" ne renvoient pas ici aux actes d'un sujet, comme tel, d'une conscience, mais aux règles de combinaison des symboles représentant les réalités mathématiques. Ce n'est pas entre différents moments d'une conscience que se marque le progrès, mais par les «liens internes des idées» [Cavaillès 1947]. Voilà pourquoi Cavaillès peut conclure, assez énigmatiquement son livre, en affirmant que :

la nécessité génératrice n'est pas celle d'une activité [entendez activité d'un sujet d'une conscience] mais d'une dialectique. (ibid).

Reste à élucider le sens exact de ce dernier mot, sens original chez Cavaillès, et en tout cas irréductible à celui qu'on trouve dans Platon ou chez Hegel, quoique peut-être moins éloigné encore du premier que du second.

3. Le nécessaire et l'imprévisible

3.1. Tel sera le thème de cette troisième section, dont le titre invoque le paradoxe du devenir mathématique tel que Cavaillès l'a formulé et concrètement exposé dans ses études historiques.

La formation de nouveaux concepts à partir des anciens procède d'une «nécessité naturelle» dont il prend pour exemple la naissance de la théorie des ensembles à partir d'un "tronc commun" [Cavaillès 1981, 5]. Et c'est l'une des tâches de l'historien que de le montrer ; en d'autres termes, faire voir qu'il y a «une objectivité, fondée mathématiquement, du devenir mathématique» [Cavaillès 1937,8]. L'histoire des concepts et des théories mathématiques ne doit donc rien, qu'en apparence, à la contingence, malgré les «sinuosités du processus de révélation» [ibid]. On observera le lien

implicite alors supposé par notre auteur entre "objectivité" et nécessité, trait qu'on pourrait encore rattacher peut-être à un arrière-plan spinoziste de sa pensée. Une remarque faite dans une lettre à Lautman du 13 juin 1936 renforce cette conjecture. Il écrit alors, notant ces «étonnants changements d'univers» que montre l'histoire détaillée des concepts, que :

s'il y a une nécessité entre eux, ce ne peut être que la seule qui soit en nous et hors de nous. [Cavaillès 1987, 121]

Par où l'on voit, me semble-t-il, que pour Cavaillès la nécessité mathématique sous-jacente aux péripéties de son devenir est la *seule* nécessité. C'est également ce que proclamait le Wittgenstein du *Tractatus*, [6. 37], autre fils secret de Spinoza.

Le *nexus* des entités mathématiques se révèle certes dans des successions historiques, et le temps, on l'a noté, ne peut être, en un sens, expulsé de leur rationalité (voir plus haut .1.4, et note). Mais leur enchaînement est d'ordre interne ; il *est d'essence*, et non d'accident, de sorte que les péripéties effectivement constatées et décrites par l'historien ne devraient pas masquer une «nécessité dialectique» [Cavaillès 1981, in fine, 183]. Le mot "dialectique" renvoie donc ici, d'une part à la nécessité et à l'unicité d'un enchaînement, d'autre part à une détermination de cet enchaînement par les *contenus*. Ce dernier point est souligné à mainte reprise³. Bien entendu, comme nous le remarquons à propos des deux mouvements du travail mathématique — paradigme et thème —, forme et contenu sont fondamentalement corrélés pour Cavaillès. Insister comme il le fait en critiquant la position par Kant d'un «empirisme total, radicalement hétérogène au concept» [Cavaillès 1947, 3], sur un «enchaînement intelligible des contenus» [ibid., 4], c'est justement reconnaître qu'en mathématique forme et contenu sont indissolublement associés, et même, par thématization, sont mutuellement convertibles.

3.2. Cette "dialectique" se manifeste dans l'histoire détaillée des concepts par une nécessité d'élargissement des théories, qui, étant des «homogénéités opératoires que décrit la présentation axiomatique», sont alors soumises à "éclatement.". La fermeture sur soi, supposée du reste à tort par Husserl être complète et essentielle, peut être mise en échec par le surgissement de «résultats et d'un système intelligible de contenus impossibles à dominer», de sorte qu'une :

3 Il est formulé encore dans la lettre du 6 décembre 1938 à Lautman: «nécessité interne d'un devenir singulier» (c'est moi qui souligne). [R.H.S. fascicule cité, p. 124]

nécessité interne oblige la théorie à se dépasser par un élargissement, d'ailleurs imprévisible et qui n'apparaît élargissement qu'après coup. [Cavaillès 1947, 74]

Il y a bien nécessité, puisque le *statu quo* est rationnellement intenable. Et le progrès est bien alors un "éclatement et dépassement", qui caractérise toute génération novatrice de systèmes formels, puisque par nature ces systèmes sont clos. C'est ce que n'autoriserait pas la conception carnapéenne d'une syntaxe générale dans *Logische Syntax der Sprache*, qui, selon Cavaillès, suppose une «position simultanée de tous les possibles». Or le progrès nécessaire est «chaque fois conditionné par l'effectif» [Cavaillès 1947, 35], et non pas par le vide interne d'une forme universelle de discours sur les objets possibles. C'est dans ce contexte que prend sens la phrase souvent citée :

que tout ne soit pas d'un seul coup n'a rien à voir avec l'histoire, mais est la caractéristique de l'intelligible. [ibid.]

Il faut entendre, me semble-t-il, qu'est essentiel à la rationalité mathématique ce développement des concepts par éclatement interne : c'est des défauts mêmes de leur structure que naît, imprévisible avant qu'ils ne soient reconnus, leur transmutation, qui est élargissement et progrès.

Aux processus de cette "dialectique"— «les différentes sortes de généralisation, la formalisation, auxquelles s'ajoute la thématization proprement dite» [Cavaillès 1981, 177] — nous avons déjà fait allusion à propos des modalités du progrès mathématique. Mais ce qui nous intéresse ici plus particulièrement c'est la nature de leur nécessité. Cette nécessité, nous dit Cavaillès, n'est en effet :

jamais saisissable qu'à travers la constatation d'une réussite. L'existence dans le champ thématique [des objets nouvellement créés] n'a de sens qu'en tant que corrélât d'un acte effectif... La question du sens d'une opération telle que la posent les intuitionnistes émane du préjugé -d'ontologie non critique- que l'objet doit être défini antérieurement à l'opération, alors qu'il en est inséparable. [ibid., 178]

Cet engendrement nécessaire, où se trouvent bien en corrélation, on le voit derechef, opération et objet, fait :

qu'il n'y a rien de si peu historique, — au sens de devenir opaque saisissable seulement dans une intuition artistique — que l'histoire mathématique. [ibid., 176]

On ne peut donc envisager le tout de la mathématique «comme un système arbitraire de théories juxtaposées, et il n'y a pas de définition et de justification des êtres mathématiques qui ne soient les

mathématiques mêmes» [ibid., 177].

3.3. Et pourtant, dans une théorie comme la théorie des ensembles, «ses notions, quelques uns de ses résultats essentiels, ont été retrouvés comme involontairement au cours d'une recherche sur le fondement de l'arithmétique» [Cavallès 1937, 99]. Aussi bien, le devenir mathématique, quoique nécessaire au sens qu'on a dit, est-il *imprévisible*, car la rationalité des engendrements n'est saisissable que dans leur production même, *in actu*. Bien entendu, il revient à l'historien de restaurer *a parte post* cette présence de la nécessité, et donc de l'intelligible. Le mathématicien pratiquant, quant à lui, «n'a pas besoin de connaître le passé, parce que c'est sa vocation de le refuser». Il est alors «révélateur de nécessité», mais peut être sans pleinement le savoir [ibid., 8]. C'est en ce sens que :

l'oeuvre négatrice de l'histoire [nous dirions, empruntant la distinction de Cavallès plus haut rapportée, [&.1.3], de l'histoire représentante] s'accomplit dans l'histoire [nous dirions représentées] [ibid.].

Comment comprendre en effet l'oeuvre "négatrice" de l'histoire ? Je crois que Cavallès se réfère ici au travail de l'historien, qui, par son interprétation *représentante* du devenir enchaîné des concepts, met au jour l'intelligibilité de leur succession. Il dissipe donc ainsi l'apparente contingence historique. Mais, d'autre part, c'est le travail du mathématicien qui instaure la rationalité dans le cours même du temps historique *représenté*. Le progrès des concepts, largement exogène quant à son *tempo* et à ses dates, nie pourtant cette contingence par la rationalité endogène de l'enchaînement de ses *contenus*. Tel est sans doute le paradoxe fascinant de l'histoire mathématique, imprévisible quoique rationnelle.

Conclusion

Fascinant, il le fut sans nul doute pour Jean Cavallès, dont le projet latent me semble avoir été, par delà l'étude du devenir privilégié d'une science, la détermination la plus générale du *rationnel*.

Ce privilège des mathématiques est certes patent, et il dérive de ce que leur rationalité se manifeste à deux niveaux. Le premier, pour ainsi dire trivial parce que constitutif même de cette science, est celui de la démonstrabilité nécessaire de ses assertions. Le second, plus surprenant, est justement celui de l'enchaînement des contenus qui constituent ses objets dans la succession effective de leur mise au jour. Sur ce second plan, que l'historien philosophe explore et interprète, rationalité n'est pas synonyme de prévisibilité.

Peut-être faudrait-il dire que Cavallès a vu la source originare

de cette dualité dans la découverte gödelienne sur laquelle il a longuement réfléchi dès ses thèses. Dans un vocabulaire et dans une perspective qui ne sont plus tout à fait les nôtres, il parle de "saturation" (*Erfüllbarkeit*) plutôt que de complétude, définie, en un sens fort comme démonstrabilité, dans une théorie, de toute proposition bien formulée ou de sa négation, en un sens faible comme incompatibilité des axiomes d'une théorie avec une proposition quelconque et simultanément sa négation [Cavaillès 1981, 83]. Il comprend donc que la "non saturation" limite la domination démonstrative des objets d'un domaine formellement défini par des axiomes, et il notait dans un cours qu'il "est fort heureux" que le calcul des prédicats, ni par conséquent l'arithmétique ne soient pas des théories "saturées"⁴.

Mais son point de vue sur l'*Erfüllbarkeit* le conduit à insister plutôt sur une seconde espèce de "clôture" d'un système, qui est la catégoricité, isomorphisme, et donc identification possible, de tous les systèmes d'objets satisfaisant aux axiomes d'une théorie. Ce sont les relations entre ces deux formes de clôture qui semblent l'avoir plus particulièrement intéressé⁵. Autrement dit, la détermination complète des objets mathématiques par les procédures opératoires démonstratives n'est pas garantie en général, les objets mathématiques ont en ce sens des *contenus*. Et cette dissociation de la syntaxe et de la sémantique n'apparaît de façon vraiment significative que lorsqu'intervient l'infini : aussi bien «avec l'infini commence la véritable mathématique» [Cavaillès 1947, 73] ; ce qui est autrement et plus généralement exprimé, quoique de façon moins claire, dans un texte antérieur : «avec le rapport aux objets commence la mathématique» [Cavaillès 1981, 105]. Ce sont en effet les enchaînements de contenus, imprévisibles *a parte ante*, qui constituent l'étoffe du devenir pourtant rationnel des mathématiques.

N'est-il pas permis de penser que cette historicité rationnelle, quoique échappant à la prédiction, était saisie par Cavaillès comme un modèle de l'unique rationalité applicable aux choses de la nature ainsi qu'aux affaires humaines ? On a vu que pour lui [§ 3.1], il n'y a sans doute qu'une seule espèce de nécessité, donc de rationalité, «en nous et hors de nous», dont le devenir mathématique nous donnerait l'image. Si l'on nous autorisait alors une hypothèse fictive, nous dirions que l'on aurait pu attendre et espérer, de Jean Cavaillès, développant parallèlement à de nouveaux travaux d'épistémologie et

4 Leçon du 25 février 1942, d'un cours de Sorbonne.

5 Il proposa un jour comme sujet d'examen oral de licence: «Saturation et catégoricité»...

d'histoire cette idée très spinoziste de la nécessité, le profond renouvellement de l'idée d'une éthique rationnelle.

Bibliographie

Carnap, Rudolf

1947 Logische Syntax der Sprache

Cavallès, Jean

1937 Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles, thèse complémentaire pour le doctorat ès lettres, Paris : Hermann.

1947 Sur la logique et la théorie de la science, Paris : PUF.

1981 Méthode axiomatique et formalisme, Essai sur le problème du fondement des mathématiques, thèse pour le doctorat ès lettres, 2^e édition, Paris : Hermann.

1987 Lettres inédites de Jean Cavallès à Albert Lautman, in *Revue d'Histoire des sciences* XL/1, présentation et notes de Hourya Benis-Sinaceur, janvier-mars, Paris : PUF, 117-129.

1994 Oeuvres complètes de philosophie des sciences, Paris : Herman.

Gilles Gaston Granger

1988 Pour la connaissance philosophique, Paris : Odile Jacob.

Wittgenstein, Ludwig

1947 Tractatus Logico Philosophicus, [6.37].