SHAHID RAHMAN
HELGE RÜCKERT

Die pragmatischen Sinn- und Geltungskriterien der Dialogischen Logik beim Beweis des Adjunktionssatzes

Philosophia Scientiæ, tome 3, nº 3 (1998-1999), p. 145-170
<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1998-1999__3_3_145_0>

Die pragmatischen Sinn- und Geltungskriterien der Dialogischen Logik beim Beweis des Adjunktionssatzes

(Herrn Prof. Christian Thiel zum 60. Geburtstag)

Shahid Rahman und Helge Rückert
Universität des Saarlandes

Abstract. One of the best known properties of intuitionistic (or constructivistic) propositional logic is the disjunctive property - i.e. $\Sigma \vdash A \vee B \Leftrightarrow \Sigma \vdash A$ or $\Sigma \vdash B$. Now, in those intuitionistic systems for Gentzen sequences where more than one formula on the right-hand side of the sequence is allowed the proof of this metalogical property becomes problematic. The aim of this paper is to show that the dialogical definition of validity - based on the distinction between two concepts of winning, namely at the level of dialogues and at the level of strategies, offers two pragmatic criteria which also allow a very simple proof of the disjunctive property for the Gentzen systems mentioned. These criteria are (1) the suppression of the possibility of repetition of defences (2) the concept of winning at the level of strategies, which is defined as winning independently of the Opponent's moves. Lastly we will discuss the relationship between the constructivistic semantics for the disjunction, which in the dialogical approach is placed at the level of dialogues, and the disjunctive property.

Résumé. La propriété disjonctive – $\Sigma \vdash A \vee B \Leftrightarrow \Sigma \vdash A$ ou $\Sigma \vdash B$ – représente une des propriétés les plus connues des calculs de la logique propositionnelle intuitioniste (ou constructive). Alors, on ne peut pas prouver ce métathéorème sans problèmes pour ces calculs qui permettent plus qu'une formule à la côté droite d'une séquence. Nous voulons montrer ici, que la définition dia-logique de la validité, qui repose sur la distinction entre le gain d'une partie et le gain de la stratégie, dispose deux critères pragmatiques, qui permettent une preuve très simple aussi pour de tels calculs. Ces critères sont (1) la suppression de répétition de défenses dans les parties, et (2) la possibilité d'avoir une stratégie donnant la victoire à le proposant indépendant des coups de l'opposant. Finalement, nous examinons dans quelle mesure la propriété disjonctive est caractéristique pour la sémantique constructive de la disjonction, qui dans la logique dialogique est située sur la plaine des parties.

Philosophia Scientiae, (3) 3, 1998-1999, 145-170

Der Adjunktionssatz – $\Sigma \vdash A \vee B \Leftrightarrow \Sigma \vdash A$ oder $\Sigma \vdash B$ – stellt eine der bekanntesten metalogischen Eigenschaften von Kalkülen der intuitionistischen bzw. konstruktiven Junktorenlogik dar. Nun ist der Beweis dieses Metatheorems für die intuitionistischen Kalküle, bei denen auf der rechten Seite einer Sequenz mehr als eine Formel erlaubt ist, nicht unproblematisch. Wir möchten hier zeigen, daß die dialogische Definition der Geltung, die auf der Unterscheidung zwischen dem Gewinn auf der Partienebene und dem Gewinn auf der Strategieebene beruht, zwei pragmatische Kriterien bereitstellt, die einen einfachen Beweis des Adjunktionssatzes auch für solche Kalküle erlauben. Diese Kriterien sind (1) die Nicht-Wiederholbarkeit der Verteidigungen auf der Partienebene, und (2) die von den Zügen des Opponenten unabhängige Gewinnbarkeit auf der Strategieebene. Es soll schließlich untersucht werden, inwiefern der Adjunktionssatz für die konstruktive Semantik der Adjunktion, die in der Dialogischen Logik auf der Partienebene bestimmt wird, charakteristisch ist.*

1. Intuitionistische Tableaux-Beweise des Adjunktionssatzes

1.1. Semantische Tableaux für Gentzens Kalkül von 1935

Gerhard Gentzen hat einen Kalkül für die intuitionistische Logik entwickelt, der auf der rechten Seite einer Sequenz nur eine Formel erlaubt [Gentzen 1935]. Man kann diesen Kalkül mit Hilfe von Raymond Smullyans [Smullyan 1968, 15-25] und Melvin Fittings [Fitting 1969, 28-37] Vereinfachungen der Beth-Tableaux [Beth 1956] als ein System von Widerlegungsbäumen für Mengen von **W**- bzw. **F**-bezeichneten Formeln darstellen. Dieses System wird so formuliert, daß die Anwendung einer **F**-Regel zur Elimination sämtlicher voriger **F**-Formeln führt. Die Idee der Elimination von Formeln stammt von Stephen Cole Kleene, der in seinem berühmten Buch *Introduction to Metamathematics* von *omitted formulas* spricht [Kleene 1952, 482-485].

* Für hilfreiche Anregungen und Diskussionen danken wir Prof. Kuno Lorenz (Saarbrücken) und Prof. Christian Thiel (Erlangen).

W-Regeln	***F-Regeln***
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{W}A\vee B}{\Sigma, \mathbf{W}A \mid \Sigma, \mathbf{W}B}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A\vee B}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A}$
	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A\vee B}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}B}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{W}A\wedge B}{\Sigma, \mathbf{W}A, \mathbf{W}B}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A\wedge B}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A \mid \Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}B}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{W}A\rightarrow B}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A \mid \Sigma, \mathbf{W}B}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A\rightarrow B}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{W}A, \mathbf{F}B}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{W}\neg A}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}A}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{F}\neg A}{\Sigma_{\mathbf{W}}, \mathbf{W}A}$

Erläuterungen:

a) In den oben beschriebenen Regeln ist Σ eine Menge von bezeichneten Formeln (d.h. eine Menge von **W**- und/oder **F**-Formeln). $\Sigma_{\mathbf{W}}$ ist die Teilmenge von Σ, die nur aus den **W**-Formeln besteht.

b) Die Ausdrücke 'Σ, **WA**', '$\Sigma_{\mathbf{W}}$, **WA**' und '$\Sigma_{\mathbf{W}}$, **FA**' stehen für die Mengen $\Sigma\cup\{\mathbf{WA}\}$, $\Sigma_{\mathbf{W}}\cup\{\mathbf{WA}\}$ und $\Sigma_{\mathbf{W}}\cup\{\mathbf{FA}\}$.

c) Wir sagen, daß eine der oben dargestellten Regeln R auf einer Menge S von bezeichneten Formeln **R-anwendbar** ist, wenn man Σ, *A bzw. Σ, A*B – wobei '*' einen Junktor bezeichnet – so ersetzen kann, daß die Formeln oberhalb der Linie die Menge S ergeben.

d) Mit dem Ausdruck '**R(S)-Anwendung**' meinen wir das Ersetzen der Menge S, die R-anwendbar ist, entweder durch zwei Mengen S_1 und S_2, wenn R eine Spaltung der Form Σ... | Σ... verursacht, oder durch die Menge S_1, wenn R keine Spaltung verursacht, wobei S_1 und S_2 die Mengen von bezeichneten Formeln unterhalb der Linie darstellen.

e) Ein **Gebilde** B ist eine endliche Menge von Mengen S_i bezeichneter Formeln. D.h. $B = \{S_1, S_2, ..., S_n\}$.

f) Mit dem Ausdruck '**R(B)-Anwendung**' meinen wir das Ersetzen von $B_i = \{S_1, S_2, ..., S_i\}$ durch das neue Gebilde B_{i+1}, in dem statt S_i das Ergebnis einer $R(S_i)$-Anwendung vorkommt.

g) Ein **Tableau** ist eine endliche Sequenz von Gebilden B_1, ..., B_n, wobei jedes $B_{i>1}$ sich aus einer $R(B_{j<i})$-Anwendung ergibt.

h) Eine Menge von bezeichneten Formeln heißt durch die Primaussage gechlossen, wenn in S sowohl **F**a als auch **W**a vorkommen.

i) Ein Gebilde B ist geschlossen, wenn jede Menge S_i, die in B vorkommt, durch eine Primaussage geschlossen ist.

j) Ein Tableau T ist geschlossen, wenn mindestens ein Gebilde, das in T vorkommt, geschlossen ist.

k) Ein Tableau für S ist eine endliche Sequenz von Gebilden $B_1, ..., B_n$, wobei $B_1 = \{S\}$.

l) Es gibt einen intuitionistischen **Gentzen-Tableaux-Beweis** für eine Formel A (kurz $\mid_{\mathbf{G}}$ A) genau dann, wenn es ein geschlossenes Tableau für {**F**A} gibt.

Beispiel:

$\nmid_{\mathbf{G}}(a\vee\neg a)$ (lies: es gibt kein geschlossenes Tableau für {**F** a∨¬a})

(0) {{**F**(a∨¬a)}} (0') {{**F**(a∨¬a)}}

(1) {{**F**¬a}} (1') {{**F**a}}

(2) {{**W**a}}

Oder mit einer graphischen Baumdarstellung ausgedrückt, wobei die Anwendung einer $\Sigma_{\mathbf{W}}$-Regel das Durchstreichen der anderen **F**-Formeln bewirkt:

(0) ~~**F**(a∨¬a)~~ (0') ~~**F**(a∨¬a)~~

(1) ~~**F**¬a~~ (1') **Fa**

(2) **Wa**

Nun lautet der Adjunktionssatz entsprechend:

$$\Sigma \mid_{\mathbf{G}} A\vee B \Leftrightarrow \Sigma \mid_{\mathbf{G}} A \text{ oder } \Sigma \mid_{\mathbf{G}} B$$

Der Beweis folgt unmittelbar aus den Regeln für Σ_W, **F**A∨B und ist sehr einfach:

Von Links nach Rechts:

Wenn das Tableau für Σ_W, **F**A∨B schließt, dann muß das Gebilde Σ_W, **F**A oder das Gebilde Σ_W, **F**B schließen, wobei Σ_W, **F**A und Σ_W, **F**B den Tableaux-Beweisen $\Sigma \mid_{\mathbf{G}} A$ und $\Sigma \mid_{\mathbf{G}} B$ entsprechen.

Von Rechts nach Links:

Wenn es ein geschlossenes Tableau für Σ_W, **F**A bzw. für Σ_W, **F**B gibt, dann auch für Σ_W, **F**A∨B, wobei das geschlossene Gebilde Σ_W, **F**A bzw. Σ_W, **F**B Teil dieses Tableaus ist.

Es gibt aber eine andere, ältere Formulierung der Tableaux für die intuitionistische Logik, die von Evert Willem Beth stammt, und in der der Adjunktionssatz nicht ohne zusätzliche Einschränkungen zu beweisen ist [Beth 1956]:

1.2. Beths Semantische Tableaux

Diese Formulierung der intuitionistischen Logik sieht vor, daß man mit Ausnahme der Anwendung der **F**-Regeln für die Subjunktion und die Negation mehr als eine **F**-bezeichnete Formel in einem Gebilde finden kann.

W-Regeln	***F-Regeln***
Σ, **W**A∨B	Σ, **F**A∨B
-------------------	-------------
Σ, **W**A | Σ, **W**B	Σ, **F**A Σ, **F**B
Σ, **W**A∧B	Σ, **F**A∧B
----------------	-------------------
Σ, **W**A, **W**B	Σ, **F**A | Σ, **F**B
Σ, **W**A→B	Σ, **F**A→B
-------------------	------------------
Σ, **F**A | Σ, **W**B	Σ_W, **W**A, **F**B

Σ, **W**¬A	Σ, **F**¬A
------------	-------------
Σ, **F**A	$\Sigma_{\mathbf{W}}$, **W**A

Anmerkung:

Es gibt einen intuitionistischen **Beth-Tableaux-Beweis** für A (kurz $\mid_{\mathbf{B}}$A) genau dann, wenn es ein geschlossenes Tableau für {**F**A} gibt. Im übrigen gelten auch für dieses System die obigen Erläuterungen a) bis k).

Beispiel:

$\mid_{\mathbf{B}}\neg\neg(a\vee\neg a)$

(0) ~~**F**¬¬(a∨¬a)~~

(1) **W**¬(a∨¬a)

(2) **F**(a∨¬a)

(3) **F**a

(4) **F**¬a

In (4) bewirkt die Anwendung der Regel **F**¬A das Ausstreichen aller anderen (noch nicht ausgestrichenen) **F**-Formeln:

(0) ~~**F**¬¬(a∨¬a)~~

(1) **W**¬(a∨¬a)

(2) ~~**F**(a∨¬a)~~

(3) ~~**F**a~~

(4) ~~**F**¬a~~

(5) <u>**W**a</u>

(6) **F**(a∨¬a)

(7) <u>**F**a</u>

(8) **F**¬a

Der Adjunktionssatz lautet entsprechend:

$$\Sigma \mid_{\mathbf{B}} A \vee B \Leftrightarrow \Sigma \mid_{\mathbf{B}} A \text{ oder } \Sigma \mid_{\mathbf{B}} B$$

Der Beweis bereitet für dieses Tableaux-System offensichtlich einige Schwierigkeiten: Da ein geschlossenes Tableau für Σ, $A \vee B$ ein Gebilde enthalten kann, in dem sowohl **F**A als auch **F**B vorkommen, ist es im Prinzip nicht auszuschließen, daß diese beiden bezeichneten Formeln für den Beweis von Σ, $A \vee B$ nötig sind, was dem Adjunktionssatz widersprechen würde. Das Problem ist, daß in den Beth-Tableaux (für den Beweis des Adjunktionssatzes) redundante Formeln vorkommen können. Aus diesen Überlegungen kann man folgendes schließen: Kalküle und Tableaux für die intuitionistische Logik, in denen mehr als eine Formel auf der rechten Seite einer Sequenz stehen kann, bedürfen für den Metabeweis des Adjunktionssatzes eines Kriteriums, mit dessen Hilfe redundante von nicht-redundanten Formeln unterschieden werden können. Folgende Fragen sind in diesem Zusammenhang wichtig:

1. Sollte dieses Kriterium nicht schon aus der Definition der intuitionistischen Gültigkeit und der Semantik der Junktoren folgen?
2. Was für einen Status soll dieses Kriterium haben, und wie soll es begründet werden?
3. Inwiefern ist die Gültigkeit des Adjunktionssatzes mit der semantischen Definition der intuitionistischen Adjunktion verknüpft? Es ist bekannt, daß der Adjunktionssatz für mehrere Logiken bewiesen werden kann. Ferner scheint zu gelten, daß die Beweise des Adjunktionssatzes "go essentially beyond the means of HA [Heytings intuitionistischer Arithmetik]." [van Dalen 1986, 293]

Wir möchten jetzt zeigen, daß man mit den Mitteln der Dialogischen Logik diese drei Fragen auf eine intuitiv ziemlich einfache Weise beantworten kann.

2. Die Dialogische Logik

2.1. Partikel- und Rahmenregeln

Die **Dialogische Logik** wurde von Paul Lorenzen und Kuno Lorenz entwickelt, um eine pragmatische Grundlage für die Semantik der klassischen und der intuitionistischen Logik anzubieten [Lorenzen / Lorenz 1978]. An die Stelle der dem semantischen Aufbau der Logik zugrunde liegenden klassischen Charakterisierung der Aussagen durch die Eigenschaft, **wahr** oder **falsch** zu sein (**wertdefinite** Aussagen), tritt die für einen pragmatischen Aufbau der Logik vorgenommene Charakterisierung der Aussagen durch ein endliches, in entscheidbaren Schritten verlaufendes Argumentationsverfahren, einen **Dialog** [Lorenz 1986]. Wir möchten hier eine für unsere Zwecke angebrachte Formulierung dieser Logik darstellen:

Es sei eine Sprache für die elementare Junktorenlogik gegeben. Die Sprache enthält zusätzlich zwei Symbole **O** und **P**. Sie symbolisieren zwei Personen, die während eines Dialogs um eine Aussage argumentieren: **Proponent** und **Opponent**. Diese behaupten während des Dialogs jeweils Ausdrücke aus dieser Sprache, die wir entsprechend **P**- bzw. **O**-bezeichnet nennen.

Ein Dialog (auch **Partie**) ist eine Sequenz von **O**- oder **P**-bezeichneten Ausdrücken. Die Ausdrücke der Sequenz (symbolische Behauptungen eingeschlossen) werden progressiv, abwechselnd und gemäß bestimmter zur Dialogführung gehöriger Regeln gesetzt. Solche gesetzten Ausdrücke nennt man **vorgebrachte Argumente**. Wenn man die Sequenz in einer angemessenen Form indiziert, steht jeder Index stellvertretend für eine Stelle der im Dialog vorgebrachten Argumente. Eine Stelle innerhalb eines Dialoges nennt man einen **Zug**. Dialoge enden mit Gewinn und Verlust für je einen der beiden Partner.

Die Argumente, das uneigentliche von **P** vorgebrachte Anfangsargument ausgenommen, greifen vorangegangene Argumente des Gegners an oder verteidigen eigene auf entsprechende Angriffe, nicht aber beides zugleich: Die eigentlichen Argumente zerfallen in Angriffe und Verteidigungen. Das Vorbringen von Angriffen und Verteidigungen wird von zwei Typen Regeln festgelegt, nämlich:

(1) Partikelregeln:

Sie legen fest, wie man komplexe Aussagen angreifen, und wie man sie verteidigen kann.

(2) Rahmenregeln:

Diese Regeln bestimmen den Spielablauf des Dialoges. Sie reglementieren, wie das Spiel anfängt und endet, sowie wer wann und wie oft angreifen darf bzw. sich verteidigen muß.

PARTIKELREGELN

$\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\neg$,	**Angriff**	**Verteidigung**
$A \vee B$	?	A ---------------- B (Der Verteidiger hat die Wahl)
$A \wedge B$	?L(inks) -------------------- ?R(echts) (Der Angreifer hat die Wahl)	A -------------------- B
$A \rightarrow B$	A	B
$\neg A$	A	$\otimes$ (Keine Verteidigung möglich. Nur Gegenangriff spielbar)

Die Partikelregeln bestimmen den sogenannten **lokalen argumentativen Sinn** zusammengesetzter Aussagen. Natürlich fehlen jetzt noch die den Rahmen definierenden globalen Spielregeln, die in Gestalt von Strukturregeln den **globalen Sinn** durch Festlegung der Zugmöglichkeiten im Dialogspiel um eine Aussage bestimmen.[Lorenz 1996, 1388]. Diese Rahmenregeln lauten:

RAHMENREGELN

1. Ein **Dialog** besteht aus einer endlichen Folge von Dialogschritten oder Zügen, in denen zwei Gesprächspartner, der Proponent **P** und der Opponent **O**, abwechselnd Argumente (von **O** bzw. **P** gesetzte Aussagen) gemäß den Partikelregeln vorbringen. Der erste **Dialogschritt** ist das Setzen der These des Dialogs durch **P**. Jeder weitere Dialogschritt oder **Zug** besteht im Vorbringen eines Arguments durch einen der beiden Dialogpartner. Jedes Argument ist entweder ein **Angriff** auf eine vorangehende Behauptung des Gegners oder eine **Verteidigung** auf einen vorhergehenden gegnerischen Angriff gemäß den Partikelregeln, jedoch nicht beides zugleich.
2. Ein Dialog ist **beendet**, wenn dem Spieler am Zug kein nach den Regeln erlaubtes Argument mehr zur Verfügung steht. Einen beendeten Dialog hat derjenige gewonnen, der den letzten Zug gemacht hat, sein Gegner hat den Dialog verloren.
3. SYMMETRISCHE RAHMENREGEL: X darf nach eigener Wahl ein beliebiges von Y (X und Y stehen für **O** bzw. **P**, wobei $X \neq Y$) gesetztes Argument angreifen, soweit dies die Partikelregeln und die übrigen Rahmenregeln zulassen, oder sich auf den letzten noch unbeantwortet gebliebenen Angriff von Y verteidigen.
4. Es gibt eine bekannte Alternative zu Regel 3, die hauptsächlich von Paul Lorenzen bevorzugt wurde [Lorenzen 1980, 54-56]. Sie lautet:
5. ASYMMETRISCHE RAHMENREGEL: **P** darf nach eigener Wahl ein beliebiges von **O** gesetztes Argument angreifen, soweit dies die Partikelregeln und die übrigen Rahmenregeln zulassen, oder sich auf

den letzten noch unbeantwortet gebliebenen Angriff von **O** verteidigen. **O** dagegen darf nur entweder das letzte Argument von **P** angreifen, oder sich auf den letzten Angriff verteidigen.

6. X darf ein Argument von Y nur dann ein weiteres Mal angreifen, wenn sich für X dadurch neue Zugmöglichkeiten ergeben.

Durch die Dialogmöglichkeiten, die durch dieses Argumentationsverfahren bereitgestellt werden, ist der **Sinn** einer Aussage festgelegt. Auf der Grundlage dieser Argumentationsmöglichkeiten kann jetzt die **Geltung** einer Aussage A durch die Existenz einer Gewinnstrategie für A definiert werden:

Es gibt eine **Gewinnstrategie** für A, wenn der Proponent zu jeder Zugwahl des Opponenten selbst jeweils mindestens eine Zugmöglichkeit hat, so daß er schließlich den Gewinn des Dialoges um A erzwingen kann.

Der Zusatz einer formalen Rahmenregel ermöglicht es, den Begriff der **Gültigkeit** (= logische Geltung) einer Aussage A durch das Vorhandensein einer formalen Gewinnstrategie zu definieren. Die formale Rahmenregel lautet:

7. FORMALE RAHMENREGEL: **P** darf nur solche Primaussagen als Argumente setzen, die **O** bereits zuvor gesetzt hat. **O** darf Primaussagen jederzeit setzen (soweit dies die Partikelregeln und die Rahmenregeln zulassen). Primaussagen sind (im formalen Dialog) nicht angreifbar.

Es gibt eine **formale Gewinnstrategie** für A, wenn der Proponent zu jeder Zugwahl des Opponenten selbst jeweils mindestens eine Zugmöglichkeit gemäß der formalen Rahmenregel hat, so daß er schließlich den Gewinn des formalen Dialoges um A erzwingen kann.

Man kann beweisen, daß es für A genau dann eine formale Gewinnstrategie gibt, wenn A eine intuitionistisch gültige Aussage ist [Lorenz 1968, 140-150]. Intuitiv kann man dies aus folgenden Überlegungen ersehen: Die Ein-schränkung der Verteidigungsmöglichkeiten der Dialogpartner in Regel 3 bzw. 3* entspricht der partiellen Ordnung in der Informationszustandsrelation eines intuitionistischen Modells à la Kripke [Kripke 1965]. Die bei Saul Kripkes Modellen definierte Asymmetrie der Sprünge von einem Informationszustand zu einem anderen wird durch eine Vorschrift ersetzt, die die Nicht-Widerrufbarkeit von Verteidigungs-Entscheidungen bestimmt [Rahman 1993, 30-49].

Untersuchen wir jetzt, wie man den Adjunktionssatz in der Dialogischen Logik beweist:

2.2. Symmetrische und asymmetrische Strategien und der Adjunktionssatz

2.2.1. Tableaux, Strategien und die Vermischung von Strategie- und Partienebene

Der oben dargestellte dialogische Begriff der formalen Gewinnstrategie und die Rahmenregel 3 bzw. 3* enthalten, wie in den ersten beiden Fragen des letzten Absatzes von Kapitel 1. gefordert, jeweils ein pragmatisches Kriterium, das die metalogischen Redundanzbedingungen sowohl in die Sprache der Strategien als auch in die der Partien einführt, und somit einen trivialen Beweis des Adjunktionssatzes ermöglicht:

Stellen wir uns vor, daß bei der Verteidigung der formal gewinnbaren Adjunktion A∨B sowohl B als auch A vorkommen. Dies ist bei Verwendung von Rahmenregel 3, nicht aber bei Verwendung von Rahmenregel 3* möglich (es sei denn, B bzw. A ist als Teilformel in A bzw. B enthalten und wird so im Unterdialog zu A bzw. B gesetzt, was dem Adjunktionssatz aber nicht widerspricht). Das bedeutet, daß dann eines der beiden Adjunkta durch eine Angriffswiederholung des Opponenten hervorgerufen wurde, da laut Rahmenregel 3 (und a fortiori 3*) keine Verteidigungswiederholungen ohne Angriffswiederholungen möglich sind (semantisches Kriterium). Die formale Gewinnbarkeit der Adjunktion kann per Definition aber nicht von einer möglichen Zugwahl – sprich von einer günstigen Angriffswiederholung durch den Opponenten – abhängig sein (Geltungskriterium). Also ist eines der beiden Adjunkta redundant und der Adjunktionssatz beweisbar.

Diese Argumentation liefert auch eine Diagnose der oben genannten Schwierigkeiten beim Beweis des Adjunktionssatzes, die man folgendermaßen ausdrücken kann: Die undifferenzierte Definition eines geschlossenen Tableaus beachtet nicht den Unterschied zwischen dem Schließen auf der semantischen Ebene (Gewinn einer Partie) und dem Schließen auf der Geltungsebene (Vorhandensein einer Gewinnstrategie), eine Unterscheidung, die besonders für den Beweis des Adjunktionssatzes bei Beth-Tableaux nötig ist.

Um die Frage nach der Gültigkeit einer Aussage, also die Frage nach der Verteidigbarkeit gegen jede mögliche Zugwahl durch den Opponenten in einem formalen Dialog, zu beantworten, läßt sich eine einfache Notation einführen, die einen Überblick über die Gewinnstrategien verschafft. Der Proponent hat dabei die Zugwahlen des Opponenten zu antizipieren, und muß für jede eine **Gewinnvariante** parat haben, d.h. jeweils solche Partieverläufe erzwingen können, die mit Gewinn für den Proponenten enden. Dazu unterscheidet der Proponent die Fälle, in denen er am Zug ist, von denen, in denen der Opponent am Zug ist – dabei wird jeweils ein Angriffs- und der entsprechende Verteidigungszug zusammengestellt. Ein solches Paar nennen wir eine **Runde**. Es läßt sich eine einfache Notation einführen, Um die Gewinnstellungen aufzählen zu können, unterscheiden wir zunächst einmal die Spielstellungen, in denen P am Zuge ist (P-Fälle), von den Fällen, in denen O am Zuge ist (O-Fälle) - dabei wird jeweils ein Angriffs- und der entsprechende Verteidigungszug zu einer Runde zusammengestellt. Wenn, sowohl in den O-Fällen als auch in den P-Fällen, P die Wahl über den weiteren Dialogverlauf hat, reicht es, wenn er bei nur einem Dialogverlauf gewinnen kann. Wenn dagegen O die Wahl hat, muß P alle möglichen Dialogverläufe gewinnen können. Man kann hiernach Regeln für den Dialogverlauf aufstellen, die immer nur von Gewinnstellungen zu Gewinnstellungen führen.

O-Regel		**P-Regel**	
Opponent	**Proponent**	**Opponent**	**Proponent**
... $A\vee B$ $A \mid B$	... <?>	... <?>	... $A\vee B$ A
		... <?>	... $A\vee B$ B
Da hier O die Wahl hat, gilt: Kennt P Gewinnvarianten für beide Verteidigungen, so kann er damit immer gewinnen.		Hier hat P die Wahl: Kennt er eine Gewinnvariante für mindestens einen Dialogverlauf, dann kann er immer gewinnen.	

Erläuterung: Angriffe, die selbst keine angreifbaren Formeln darstellen (Anfragen), klammern wir mit Hilfe der Zeichnen ‘<’ und ‘>’ ein.

O-Regel		P-Regel	
Opponent	**Proponent**	**Opponent**	**Proponent**
... $A \rightarrow B$ ...| B	... A |...	... A	... $A \rightarrow B$ [B]
Wenn O die Subjunktion $A \rightarrow B$ als Argument vorgebracht hat, greift P mit A an. O kann A angreifen oder sich mit B verteidigen. P muß also eine Gewinnvariante für beide Wahlen von O kennen.		Hier ist B in eckige Klammern gesetzt, da P nicht unmittelbar mit B antworten muß. Er kann zunächst die bisherigen Argumente (einschließlich A) von O angreifen - er bleibt dabei aber zu der Verteidigung von B verpflichtet, es sei denn, der Dialog kommt vorher zu einem Ende.	

Die Möglichkeiten für Gewinnstrategien sind im Falle der anderen Junktoren auf ähnliche Weise angebbar:

O-Regel		P-Regel	
Opponent	**Proponent**	**Opponent**	**Proponent**
... $\neg A$	... A	... A	... $\neg A$
Opponent	**Proponent**	**Opponent**	**Proponent**
... $A \wedge B$ A	... <?L>	... <?L> | <?R>	... $A \wedge B$ A | B
... $A \wedge B$ B	... <?R>		

Nun bleibt schließlich der Fall der Primaussagen zu betrachten, der die für P gewonnenen Endstellungen definiert. P hat eine formale Gewinnstrategie um eine von O gesetzte Primaussage (O-Regel), wenn er selbst diese Primaussage als Argument verwenden kann. P hat eine formale Gewinnstrategie um eine von ihm gesetzte Primaussage (P-Regel), wenn O sie zuvor selbst als Argument vorgebracht hat. Mit anderen Worten, die Gewinnstrategie um eine Primaussage fällt bei der O-Regel mit der Strategie bei Anwendung der P-Regel zusammen:

Opponent	Proponent
...	...
a	
	a

Die gleichen Regeln lassen sich mit einer linearen Schreibweise so darstellen:

<table>
<tr><th>O-Regel</th><th>P-Regel</th></tr>
<tr><td>OA∨B</td><td>PA∨B</td></tr>
<tr><td>---------------------------</td><td>--------------</td></tr>
<tr><td><P?> OA | <P?> OB</td><td><O?> PA,
(<O?> PB)</td></tr>
</table>

Shahid Rahman hat eine lineare Formulierung der Gewinnstrategien dargeboten, die eng an die Tableaux-Systeme angelehnt ist [Rahman 1993, 30-83]. Diese Formulierung enthält an bestimmten Stellen die Menge $\Sigma_{\mathbf{O}}$, die nur aus **O**-bezeichneten Formeln besteht. Eine solche Menge entsteht, wenn sämtliche vorher gesetzten **P**-bezeichneten Formeln ausgestrichen werden. Wenn man $\Sigma_{\mathbf{O}}$ nur bei den Regeln solcher Junktoren verwendet, bei denen man das Recht hat, die entsprechende Angriffsbehauptung selbst anzugreifen, d.h. bei der Subjunktion und der Negation, dann werden vor einer solchen Regelanwendung mehr als eine **P**-bezeichnete Formel auf dem selben Zweig möglich sein, und der Opponent kann diese somit auch angreifen. Dies ergibt offensichtlich ein Tableaux-System für Strategien, in dem die (möglichen) Dialogverläufe durch symmetrische Rahmenregeln bestimmt sind. Wenn man $\Sigma_{\mathbf{O}}$ bei allen Regeln verwendet, in denen **P**-bezeichnete Formeln vorkommen, ergibt sich ein Tableaux-System, das nicht mehr als eine **P**-Formel auf einem Zweig zuläßt, und der Opponent somit nur um diese letzte **P**-Formel argumentieren kann. Dies führt zum Aufbau eines Tableaux-Systems für

Strategien, das auf einer asymmetrischen Rahmenregel beruht. Das **asymmetrische Strategien-Tableaux-System** lautet also:

O-Regeln	**P**-Regeln
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{O}A\vee B}{\Sigma, \langle\mathbf{P}?\rangle\, \mathbf{O}A \mid \Sigma, \langle\mathbf{P}?\rangle\, \mathbf{O}B}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}A\vee B}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \langle\mathbf{O}?\rangle\, \mathbf{P}A}$ $\dfrac{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}A\vee B}{(\Sigma_{\mathbf{O}}, \langle\mathbf{O}?\rangle\, \mathbf{P}B)}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{O}A\wedge B}{\begin{array}{c}\Sigma, \langle\mathbf{P}?L\rangle\, \mathbf{O}A, \\ (\Sigma, \langle\mathbf{P}?R\rangle\, \mathbf{O}B)\end{array}}$	$\dfrac{\Sigma, \mathbf{P}A\wedge B}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \langle\mathbf{O}?L\rangle\, \mathbf{P}A \mid \Sigma_{\mathbf{O}}, \langle\mathbf{O}?R\rangle\, \mathbf{P}B}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{O}A\rightarrow B}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}A, \ldots \mid \Sigma, \langle\mathbf{P}A\rangle\, \mathbf{O}B}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}A\rightarrow B}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{O}A, \mathbf{P}B}$
$\dfrac{\Sigma, \mathbf{O}\neg A}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}A, \ldots}$	$\dfrac{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{P}\neg A}{\Sigma_{\mathbf{O}}, \mathbf{O}A, \ldots}$

Anmerkungen:

Wenn der Opponent die Subjunktion A→B als Argument vorgebracht hat, greift der Proponent mit A an. Der Opponent kann nun entweder A gegenangreifen, oder sich mit B verteidigen. Es ergibt sich also eine Gewinnstrategie für den Proponenten genau dann, wenn er den Dialog bei beiden Zug-wahlen des Opponenten erfolgreich beenden kann.

Wenn der Opponent ¬A als Argument vorgebracht, und der Proponent daraufhin mit A angegriffen hat, kann der Opponent gemäß den Partikelregeln sich nicht auf diesen Angriff verteidigen. Deshalb ist die Runde für den Negator unvollständig, eine Verteidigung fehlt (kurz: **PA, ...**). Ähnliches gilt für die entsprechende **P**-Regel.

Erläuterungen:

a) In den oben beschriebenen Regeln ist Σ eine Menge von dialogisch bezeichneten Formeln (d.h. eine Menge von **O**- und/oder **P**-Formeln). Eine solche Menge wird eine dialogische Menge genannt. $\Sigma_{\mathbf{O}}$ ist die Teilmenge von Σ, die nur aus den **O**-Formeln besteht.

b) Die Ausdrücke 'Σ, **OA**', '$\Sigma_{\mathbf{O}}$, **OA**' und '$\Sigma_{\mathbf{O}}$, **PA**' stehen für die Mengen $\Sigma\cup\{\mathbf{OA}\}$, $\Sigma_{\mathbf{O}}\cup\{\mathbf{OA}\}$ und $\Sigma_{\mathbf{O}}\cup\{\mathbf{PA}\}$.

c) Wir sagen, daß eine der oben dargestellten asymmetrischen Spielregeln R auf einer dialogischen Menge D von bezeichneten Formeln **R-anwendbar** ist, wenn man Σ, *A bzw. Σ, A*B – wobei '*' einen Junktor bezeichnet – so ersetzen kann, daß die Formeln oberhalb der Linie die Menge D ergeben.

d) Mit dem Ausdruck **'R(D)-Anwendung'** meinen wir das Ersetzen der Menge D, die R-anwendbar ist, entweder durch zwei Mengen D_1 und D_2, wenn R eine Spaltung der Form Σ... | Σ... verursacht, oder durch die Menge D_1, wenn R keine Spaltung verursacht, wobei D_1 und D_2 die Mengen von bezeichneten Formeln unterhalb der Linie darstellen. Jene Formeln unterhalb der Linie, die auf eine Zeile geschrieben werden, stellen eine abgeschlossene **Runde** (d.h. Angriff und Verteidigung) um die Formel oberhalb der Linie dar. Dabei werden Angriffe, die selbst nicht angreifbar sind, durch die Zeichen '<' und '>' eingeklammert.

e) Eine **strategische Spielsituation** B ist eine endliche Menge von dialogischen Mengen D_i bezeichneter Formeln. D.h. $B = \{D_1, D_2, ..., D_n\}$.

f) Mit dem Ausdruck '**R(B)-Anwendung**' meinen wir das Ersetzen von $B_i = \{D_1, D_2, ..., D_i\}$ durch die neue strategische Spielsituation B_{i+1}, in der statt D_i das Ergebnis einer $R(D_i)$-Anwendung vorkommt.

g) Ein **asymmetrisches Strategien-Tableau** ist eine endliche Sequenz von strategischen Spielsituationen B_1, ..., B_n, wobei jedes $B_{i>1}$ sich aus einer $R(B_{j<i})$-Anwendung der oben dargestellten asymmetrischen Spielregeln ergibt.

h) Ein **beendeter Dialog**, auch beendete Partie genannt, ist entweder eine geschlossene dialogische Menge oder eine solche Menge, auf der man keine R(D)-Anwendung mehr durchführen kann, bzw. auf der eine R(D)-Anwendung keine neue dialogische Menge ergibt. Eine dialogische Menge von bezeichneten Formeln heiße dabei durch die Primaussage a geschlossen, wenn in D sowohl **Pa** als auch **Oa** vorkommen.

i) Ein Spielsituation B ist geschlossen, wenn jede dialogische Menge D_i, die in B vorkommt, durch eine Primaussage geschlossen ist.

j) Ein asymmetrisches Strategien-Tableau T ist geschlossen, wenn mindestens eine strategische Spielsituation, die in T vorkommt, geschlossen ist.

k) Ein asymmetrisches Strategien-Tableau für D ist eine endliche Sequenz von strategischen Spielsituationen B_1, ..., B_n, wobei $B_1 = \{D\}$.

l) Die Aussage A ist bei **asymmetrischen Dialogverläufen gewinnbar** gdw. es ein geschlossenes asymmetrisches Strategien-Tableau für die dialogische Menge {**FA**} gibt.

Charakteristisch für dieses Strategien-Tableaux-System ist, daß jede Angriffswahl des Opponenten in einem Dialog – jede Verteidigungswahl des Proponenten sowieso – eine Gewinnvariantenverzweigung hervorruft. Dies wird offensichtlich von der asymmetrischen Rahmenregelung verursacht. Angriffswahlen durch den Opponenten fallen hier also immer mit Gewinnvariantenverzweigungen zusammen, und somit können redundante Angriffswiederholungen gar nicht erst vorkommen. Die asymmetrische

Rahmenregelung sichert, daß wenn eine dialogische Menge geschlossen wird, dieses Schließen immer auch von den Zügen des Opponenten unabhängig ist.

Man kann aber auch ein Strategien-System formulieren, in dem das Schließen einer dialogischen Menge nicht unbedingt ein von den Zügen des Opponenten unabhängiges Schließen ist. In diesem Tableaux-System, in dem der Unterschied zwischen Partiengewinn und strategischer Gewinnbarkeit gewahrt ist, wird der Verlauf der möglichen Dialoge durch symmetrische Rahmenregeln bestimmt. Das **symmetrische Strategien-Tableaux-System** lautet:

O-Regeln	**P**-Regeln
Σ, **O**A$\vee$B	Σ, **P**A$\vee$B
----------------------------------	----------------
Σ, <**P**?> **O**A | Σ, <**P**?> **O**B	Σ, <**O**?> **P**A Σ, <**O**?> **P**B
Σ, **O**A$\wedge$B	Σ, **P**A$\wedge$B
------------------	--------------------------------------
Σ, <**P**?L> **O**A, (Σ, <**P**?R> **O**B)	Σ, <**O**?L> **P**A | Σ, <**O**?R> **P**B
Σ, **O**A$\rightarrow$B	Σ, **P**A$\rightarrow$B
----------------------------	-----------------
Σ, **P**A | Σ, <**P**A> **O**B	$\Sigma_{\mathbf{O}}$, **O**A, **P**B
Σ, **O**$\neg$A	Σ, **P**$\neg$A
------------	--------------
Σ, **P**A	$\Sigma_{\mathbf{O}}$, **O**A

Da der Verlauf der möglichen Dialoge dieses Systems symmetrisch geregelt wird, müssen Angriffswiederholungen durch den **O**pponenten nicht unbedingt eine Gewinnvariantenverzweigung ergeben. Dies bedeutet, daß eine geschlossene dialogische Menge auch redundante Angriffswiederholungen enthalten kann, und somit fällt das Schließen einer dialogischen Menge nicht mit dem vom **O**pponenten unabhängigen Schließen auf der Strategieebene zusammen. Dies wiederum erfordert eine differenziertere Definition eines geschlossenen symmetrischen Strategien-Tableaus:

Ein **symmetrisches Strategien-Tableau T ist geschlossen** gdw. mindestens eine strategische Spielsituation, die in T vorkommt, geschlossen ist, wobei jedes Schließen einer dialogischen Menge unabhängig von den Zügen des Opponenten sein muß.

So hat z.B. bei der vom Proponenten gesetzten Aussage A∨B der Proponent die Wahl, mit dem linken (A) oder mit dem rechten Adjunkt (B) zu verteidigen. Kann der Proponent einen der beiden möglichen Dialogverläufe gewinnen (= schließen), hat er eine Gewinnstrategie. Man kann bei der Formulierung der entsprechenden Regel diese Vorschrift mit Hilfe von runden Klammern signalisieren:

$$\Sigma,\ \mathbf{P}A\vee B$$

$$\Sigma,\ <\mathbf{O}?>\ \mathbf{P}A$$

$$(\Sigma,\ <\mathbf{O}?>\ \mathbf{P}B)$$

Die runden Klammern sollen also anzeigen, daß wenn der Dialog um die Adjunktion gewinnbar ist, eine der beiden entstehenden Runden redundant sein muß.

Die pragmatische Definition der Geltung als Schließen auf der Strategieebene ist es, die die Schwierigkeiten beim Beweis des Adjunktionssatzes behebt, indem Geltung vom semantischen Schließen einer dialogischen Menge auf der Partienebene unterschieden wird. So wird die oben ausgeführte dialogische Beweisführung möglich. Nun lassen sich die folgenden allgemeinen pragmatischen Randbedingungen für den Beweis des Adjunktionssatzes bei Kalkülen, die dialogisch begründet wurden, aufstellen:

1 Für die entsprechenden Dialoge muß es eine Rahmenregel geben, die Verteidigungswiederholungen des Proponenten, die nicht von Angriffswiederholungen des Opponenten ausgelöst wurden, verhindert. Eine Verteidigunswiederholung, wie bei einer klassischen Rahmenregelung möglich, ermöglicht bei einer angegriffenen Adjunktion die Herstellung von Runden um diese Aussage, die nicht von Angriffen des Opponenten ausgelöst wurden. Bei so entstandenen Runden kann die Definition der Geltung kein Kriterium angeben, das zwischen redundanten und nicht-redundanten Runden unterscheidet.

2 Die Definition der Geltung soll den Gewinn des Proponenten unabhängig von den Zügen des Opponenten bestimmen. Dies ergibt ein Geltungskriterium, das redundante Verteidigungswiederholungen ausschließt: Verteidigungswiederholungen, die von Angriffswiederholungen des Opponenten ausgelöst werden, müssen, wenn die Geltungsdefinition den vom Opponenten unabhängigen Gewinn des Proponenten sichern soll, als redundant betrachtet werden.

Die semantische Deutung der intuitionistischen Tableaux erfüllt offensichtlich die zweite Bedingung nicht. Zwei unterschiedliche Rahmenregeln für die Herstellung von Mengen erzeugen zwei unterschiedliche Definitionen eines geschlossenen Tableaus. Da das semantische Schließen eines Tableaus für eine komplexe Aussage, wegen des Vollständigkeitstheorems bezüglich der Tableaux relativ zu den entsprechenden Kalkülen, mit der Kalkül-Ableitbarkeit identifiziert wird, muß beim Beweis gewisser Metatheoreme ein sozusagen äußeres Redundanzkriterium eingeführt werden, das im Prinzip weder in der Definition der Ableitbarkeit noch in der Definition des semantischen Schließens enthalten ist, und das die metalogische Äquivalenz zwischen Tableaux und Kalkülen leisten soll.

So verwendet z.B. Dov Gabbay Ronald Harrops Randbedingungen [Harrop 1956 und 1960], um die Äquivalenz zwischen Beths und Kripkes seman-tischen intuitionistischen Gültigkeitsdefinitionen und Arend Heytings Ableitbarkeitsdefinition zu beweisen [Gabbay 1981, 30-34]. Die Schwierigkeiten dieser Prozedur liegen auf der Hand: Das Redundanzkriterium, das eigentlich pragmatischer Ausdrücke wie "verwendet" und "nicht-verwendet" bedarf, muß mit Hilfe entweder wahrheitssemantischer oder syntaktischer Begriffe umformuliert werden.

Bei der Dialogischen Logik dagegen, die von einem pragmatischen Ansatz ausgeht, wird der Redundanzbegriff schon von vornherein an die richtige Stelle gesetzt: Er gehört auf die Strategieebene. Redundanzkriterien haben ihren natürlichen Platz in der metalogischen Definition der Geltung. Freilich reichen die Redundanzkriterien nicht aus, um den Adjunktionssatz zu beweisen: Es muß noch auf der Partienebene, genauer in den Rahmenregeln, die den globalen Sinn der Junktoren festlegen, eine Untersagung von unaufgeforderten Verteidigungswiederholungen – bei geforderten greift das Redundanzkriterium – gewährleitet sein. Dies setzt die Unterscheidung zwischen Partien- und Strategieebene voraus.

Das alles kann noch mit Hilfe des Beweises des Adjunktionssatzes für Partien, den wir im nächsten Kapitel einführen wollen, aus einem anderen Blickwinkel betrachtet werden, der den Zusammenhang zwischen dem Adjunktionssatz und der Semantik der intuitionistischen Logik erläutert.

2.2.2. Symmetrie, Asymmetrie und der Adjunktionssatz für Partien

Wir sprechen vom **Gewinn einer Aussage A in einer Partie $\mathbf{P_i}$** gdw. diese Aussage von **P** gewonnen wurde, und dieser Gewinn nicht unbedingt unabhängig von den Zügen des Opponenten ist (kurz: $\mid_{\mathbf{P_i}} A$). D.h. der Proponent kann auch gewinnen, wenn er keine Gewinnstrategie hat, der Opponent aber schlecht spielt. Nun ist es offensichtlich, daß bei asymmetrischer Rahmenregelung gilt:

$$\mid_{\mathbf{P_i}} A \vee B \Leftrightarrow \mid_{\mathbf{P_i}} A \text{ oder } \mid_{\mathbf{P_i}} B$$

Der Fall der Redundanz tritt bei asymmetrischer Rahmenregelung nicht einmal auf. Klar ist auch, daß der Adjunktionssatz für Partien für symmetrische Rahmenregeln, bei denen ja redundante Züge vorkommen können, nicht gilt.

Nun führt diese Betrachtungsweise des Problems zu denselben Ergebnissen wie zuvor: Das Redundanzkriterium, das den Beweis des

Adjunktionssatzes – bei Rahmenregeln, durch die Verteidigungswiederholungen verhindert werden – ermöglicht, gehört in die Ebene der Strategien. Man kann den lokalen und globalen Sinn der dialogischen Deutung der intuitionistischen Logik, wie von den symmetrischen Rahmenregeln exemplifiziert, ohne Hilfe eines (metalogischen) Redundanzkriteriums auf der Partienebene festlegen. Anders ausgedrückt liefert die dialogische Deutung der intuitionistischen Logik durch die symmetrische Normierung der Rahmenregeln eine vollständige (pragmatische) Semantik der intuitionistischen Logik auf der Partienebene, auf der aber der Adjunktionssatz nicht beweisbar ist. Der Adjunktionssatz charakterisiert die Semantik der intuitionistischen Logik damit nicht (obwohl sein Beweis die mehrmals erwähnte Rahmenregel für die Einschränkung von Verteidigungen voraussetzt). Es ist also nicht überraschend, daß es mehrere Logiken gibt, für die der Adjunktionssatz bewiesen werden kann [Gabbay 1981, 31].

Es könnte aber auch anders argumentiert werden: Man kann, wie bei der semantischen Formulierung der Tableaux, die Verfahren der Geltungssicherung für eine Aussage mit ihrem Sinn identifizieren und den Unterschied zwischen Partien- und Strategieebene aufgeben. Das ist es eigentlich, was aus den asymmetrischen Rahmenregeln resultiert, bei denen das Redundanzkriterium, das eigentlich einer metalogischen Reflexionsebene bedarf, in der Asymmetrie der Angriffs-möglichkeiten des Proponenten gegenüber denen des Opponenten enthalten ist, und somit in die Objektsprache der Partienebene eingeführt wird. Dies wiederum aber verleitet zur Idee, der Adjunktionssatz sei für die intuitionistische Semantik charakteristisch, was aber nicht nur die symmetrische Rahmenregelung als Semantik vernachlässigt, sondern auch der oben erwähnten Tatsache widerspricht, daß es mehrere Logiken gibt, in denen dieser Satz bewiesen werden kann.

Literatur:

Beth, Evert Willem

1956 *Semantic Construction of Intuitionistic Logic.* Mededelingen der Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Afd. Letterkunde, *Vol. 19, Nr. 11, 357-388.*

Crossley, John / Dummett, Michael (ed.)

1965 Formal Systems and Recursive Functions, *Amsterdam: North Holland.*

van Dalen, Dirk

1986 Intuitionistic Logic. In: [Gabbay / Guenthner 1986, 225-340].

Dascal, Marcelo / Gerhardus, Dietfried / Lorenz, Kuno / Meggle, Georg (ed.)

1996 Sprachphilosophie, Philosophy of Language, La philosophie du language, *Berlin, New York: Walter de Gruyter, Bd. 2.*

Dascal, Marcelo / Hintikka, Jaakko / Lorenz, Kuno

1996 Jeux dans le langage / Games in language / Spiel in der Sprache. In: [Dascal / Gerhardus / Lorenz / Meggle 1996, 1371-1390].

Fitting, Melvin

1969 Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing. *Amsterdam, London: North-Holland.*

Gabbay, Dov

1981 Semantical investigations in Heyting's intuitionistic logic. *Dordrecht, Boston, London: D. Reidel.*

Gabbay, Dov / Guenthner, Franz (ed.)

1986 Handbook of Philosophical Logic, Dordrecht, Boston, Lancaster, Tokyo: D. Reidel, Bd. III.

Gentzen, Gerhard

1935 Untersuchungen über das logische Schließen. Mathematische Zeitschrift, Bd. 39, 176-210 und 405-431.

Gethmann, Carl F. (ed.)

1980 Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens. *Frankfurt a. M.: Suhrkamp.*

1982 Logik und Pragmatik. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.

Harrop, Ronald

1956 On Disjunctions and Existential Statements in Intuitionistic Systems of Logic. Mathematische Annalen, Bd. 132, Heft 1, 347-361.

1960 Concerning formulas of the types $A \rightarrow B \vee C$, $A \rightarrow (Ex)B(x)$ in intuitionistic formal systems. The Journal of Symbolic Logic, Bd. 25, 27-32.

Kleene, Stephen Cole

1967 Introduction to metamathematics. Amsterdam, Groningen: North-Holland.

Kripke, Saul

1965 Semantical analysis of intuitionistic logic I. In: [Crossley / Dummett 1965, 92-129].

Lorenz, Kuno

1968 Dialogspiele als semantische Grundlage von Logik-Kalkülen. In: [Lorenzen / Lorenz 1978, 96-162].

1982 Die irreführende Gleichsetzung von Begründungen und Argumentationen. Bemerkungen zu einem monologischen Mißverständnis in der dialogischen Logik. In: [Gethmann 1982, 78-91].

1996 Spiel in der Sprache. In: [Dascal / Hintikka / Lorenz 1996, 1380-1391].

Lorenzen, Paul

1980 Die dialogische Begründung von Logikkalkülen. In: [Gethmann 1980, 43-72].

Lorenzen, Paul / Lorenz, Kuno

1978 Dialogische Logik. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Rahman, Shahid

1993 Über Dialoge, protologische Kategorien und andere Seltenheiten. *Frankfurt* a. M., Berlin, New York, Paris, Wien: Peter Lang.

Smullyan, Raymond

1968 First-order logic. Heidelberg: Springer Verlag.