PHILOSOPHIA SCIENTIÆ

MICHEL PATY

La place des principes dans la physique mathématique au sens de Poincaré

Philosophia Scientiæ, tome 3, nº 2 (1998-1999), p. 61-74
<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1998-1999__3_2_61_0>

La place des principes dans la physique mathématique au sens de Poincaré

Michel Paty

Equipe REHSEIS - CNRS

Résumé : Par sa conception des rapports de la physique et des mathématiques, Poincaré a donné aux principes physiques un rôle très important dans ce qu'il appelle la 'physique mathématique', qui inclut la physique théorique mais qui comprend aussi une heuristique de la formalisation mathématique. Ces principes (égalité de l'action et de la réaction, conservation de la masse, conservation de l'énergie, principe de relativité, deuxième principe de la thermodynamique, voire les principes variationnels comme celui de moindre action) se sont imposés lorsque, la physique mathématique - qui représente les lois par des équations différentielles - s'est substituée à la «physique des forces centrales», c'est à dire à l'approche mécanique des systèmes. Ces principes, dont l'origine est expérimentale, sont pris désormais pour guide dans la formulation des théories physiques. Ils passent en acquérant le caractère de la généralité, au rang de convention commode et féconde. De fait, l'extension de la validité des principes, qui s'effectue, chez Poincaré, sur un mode plus empirique qu'axiomatique, détermine l'extension du type de mathématisation des théories physiques dont la Mécanique analytique de Lagrange et Hamilton constitue l'archétype, et qui est la physique mathématique à proprement parler. Ces traits de l'épistémologie en acte de Poincaré seront mis en évidence à partir de l'étude de plusieurs de ses travaux, sur la dynamique des systèmes, sur le principe de relativité en électrodynamique et sur la thermodynamique.

Abstract : Poincaré gave to physical principles, through his own conception of the relationship between physics and mathematics, a very important paper in what he called "mathematical physics", which included theoretical physics together with an heurisitc of mathematical formalization. These principles (equality of action and reaction, mass and energy conservations, principle of relativity and eventually variational principles as well, such as the principle of least action) imposed themselves when mathematical physics - which formulates laws by differential equations - substitued the "physics of central forces ", i.e. the mechanical approach of systems. These principles, which have an experimental origin, are taken thenforth as guides in the formulation of theoretical physics. By adquiring generality, they undergo to convenient and fruitful conventions. As a matter of fact, the extension of validity for principles, which is, in Poincaré'work, more empirical than axiomatical, determines the extension of that peculiar type of mathematization for physical theories represented as an archetype by Lagrange's and Hamilton's analytical mechanics, and which is propely mathematical physics. These aspects of Poincaré's in-act-epistemology will be evidenced through the study of several of his works, on the dynamics of systems, on the principleof relativity in electrodynamics, and on thermodynamics.

Nous nous proposons de tenter de comprendre comment Henri Poincaré, qui était en premier lieu et avant tout mathématicien, s'est trouvé porté vers la théorie physique envisagée comme une élaboration spécifique, qui ne se ramène pas à une simple application des mathématiques. Nous verrons ainsi comment la 'physique mathématique', à laquelle une importante partie de son œuvre est consacrée, comprend aussi bien la physique mathématique au sens propre que la physique théorique. L'évocation de ses travaux dans différents domaines nous fera voir comment l'outil mathématique des équations aux dérivées partielles - dont l'emploi définit la nature de la physique mathématique en tant que type de représentation - est mis en œuvre dans des questions de physique toujours considérées dans leur spécificité. La diversité des objets considérés, et celle des méthodes employées - en fonction de ces objets et du but à atteindre - permet de parler *des* physiques mathématiques de Poincaré, le pluriel ne s'opposant pas à une certaine unité de la physique (mathématique) telle qu'il la conçoit.

Une approche physico-mathématique sous le signe des équations différentielles

Si les conceptions de Poincaré sur ce qu'il appelle la 'physique mathématique' sont de manière évidente en rapport direct à ses recherches en physique, les unes et les autres ont également à voir avec sa pensée et ses travaux mathématiques. Tant il est vrai que, pour lui comme pour la plupart des scientifiques qui se préoccupent de questions de nature épistémologique et philosophique, sa réflexion est d'abord informée de sa propre pratique - ce qui n'exclut pas la possibilité d'écarts et de différences entre ces niveaux. Il écrivait, en 1897, que «la physique mathématique et l'analyse pure ne sont pas seulement des puissances limitrophes, entretenant des rapports de bon voisinage : elles se pénètrent mutuellement et leur esprit est le même». C'est pourquoi, soulignait-il, la physique a reçu et reçoit autant de la mathématique que, à l'inverse, la mathématique de la physique [Poincaré 1897a]. Cette réflexion est à l'unisson de son œuvre, où le lien est étroit entre ses travaux de mathématiques pures et ses recherches en physique mathématique - dont son étude des systèmes dynamiques constitue, en fait, le prélude. Les deux, dans leur ampleur, se tiennent sous le signe des équations différentielles.

Mais cela ne fait pas pour autant de la physique mathématique de Poincaré un simple appendice ou une application de sa mathématique. A cela, deux raisons. La première est que, sauf en ce qui concerne l'étude des systèmes dynamiques, ses travaux en 'physique mathématique' commencent toujours par l'étude et l'examen des travaux, théoriques et expérimentaux, des physiciens, indépendamment de ses propres recherches en mathématiques et de leur application immédiate à des situations physiques - même si parfois ils en retrouvent certains aspects. La deuxième raison, c'est que la physique mathématique de Poincaré ne se réduit pas à l'étude des problèmes mathématiques soulevés par les théories de la physique : elle envisage, certes, les aspects mathématiques de ces dernières, mais sans jamais oublier leur autre dimension qui les rapporte à l'expérience et aux phénomènes.

Plus précisément, Poincaré s'intéresse de près à la *construction* des théories physiques, en tant que procédure distincte de la pensée mathématique : orientée vers la compréhension des phénomènes de la nature, elle constitue ce que l'on désigne plutôt aujourd'hui comme la *physique théorique* - dénomination employée déjà de manière courante à l'époque de Poincaré, dans d'autres aires culturelles, tout en coexistant le plus souvent avec la première, la physique mathématique proprement dite. Ludwig Boltzmann, Gustav R. Kirschoff, Heinrich Hertz, Hendryk Antoon Lorentz, Max Planck, Albert Einstein, se considéraient explicitement comme des physiciens théoriciens, alors que Jacobi, Hermann Minkowski, Hermann Weyl sont physiciens mathématiciens. On classerait plutôt W. Rowan Hamilton dans la catégorie, alors que James Clerk Maxwell, William Thomson (Lord Kelvin) et Joseph J. Thompson, sont évidemment des physiciens théoriciens.

En France, la physique souffre alors d'une séparation entre la physique mathématique au sens des mathématiciens et la physique expérimentale. Les exceptions sont rares : Pierre Duhem, Pierre Curie, et un peu plus tard, Paul

Langevin, par exemple, sont des physiciens théoriciens au sens propre, encore que Curie et Langevin soient également des physiciens expérimentateurs. Quant à Poincaré, la nature de ses travaux en physique invite à voir en lui aussi bien un physicien mathématicien, par son attention au formalisme mathématique, qu'un physicien théoricien, par son souci de la spécificité des phénomènes physiques dont il se propose de donner une 'explication mathématique'.

Les deux faces de la physique mathématique telle que Poincaré l'entend comprennent, d'une part, ce qui a trait à l'appareil mathématique associé aux théories physiques et que nous connaissons comme la physique mathématique au sens propre - et, d'autre part, la physique théorique, qui se préoccupe au premier chef de la représentation ou de l'explication des phénomènes physiques observés, dont les mathématiques sont le moyen.

Que Poincaré emploie l'unique expression de 'physique mathématique' pour signifier ces deux aspects du travail de la pensée, qui nous paraissent assez différents, cela tient sans aucun doute à la tradition dans laquelle il s'inscrit. La physique mathématique 'à la française', qui remonte à Joseph-Louis Lagrange, compte en effet dans ses rangs aussi bien Pierre-Simon Laplace, Jean-Baptiste Biot, Joseph Fourier ou Siméon-Denis Poisson, que l'on rapporte plutôt à la première, que Augustin Fresnel et André-Marie Ampère, représentants à nos yeux de la seconde (voir, par exemple, [Paty 1994]). Mais cela est également révélateur de sa manière propre d'aborder les problèmes théoriques de la physique, c'est-à-dire de son 'style' de physico-mathématicien.

Si la physique mathématique telle qu'il la conçoit est une, on peut parler, cependant, pour ce qui regarde ses contributions propres, *des* physiques mathématiques de Poincaré, car elles concernent des théories bien différentes, dont il effectue à chaque fois une approche spécifique. Les problèmes de dynamique et de mécanique céleste qu'il étudie se rapportent plutôt à la physique mathématique au premier sens, et sont en continuité directe avec les développements de la théorie des équations différentielles et de la géométrie des courbes, sur lesquels ont porté la plus grande partie de ses travaux de mathématiques pures : il y fait un usage systématique de cet outil mathématique puissant. Tandis que ses études sur l'élasticité, la thermodynamique, l'optique et l'électromagnétisme sont plus proches de la physique théorique proprement dite. Elles culminent avec son étude de 1905 *Sur la dynamique de l'électron* où il formule, en même temps qu'Einstein, la pleine prise en compte du principe de relativité pour l'électromagnétisme et développe une théorie relativiste (au sens restreint) de la gravitation [Poincaré 1905b, c] ; [Paty 1996].

La forme mathématique dans son accord à la description des phénomènes, ou la constitution d'un style original en physique théorique

Les premières recherches de Poincaré en direction de la théorie des phénomènes physiques concernent la théorie des systèmes dynamiques - sur les figures d'équilibre des corps déformables soumis à des forces - et la mécanique céleste. Ces travaux, tout en tenant encore aux mathématiques proprement dites, appartiennent sans aucun doute également à la physique mathématique entendue dans le sens le plus originaire du terme, qui en inaugure la tradition avec la *Mécanique analytique* de Lagrange et la *Mécanique céleste* de Laplace.

Son étude sur le comportement d'une masse fluide en rotation dans un champ de forces [Poincaré 1885, 1892], qui utilise le développement en série des périodes d'une fonction elliptique - fonctions qu'il avait étudiées dans ses recherches mathématiques et dont il avait donné une extension en inventant les fonctions fuchsiennes - est déjà révélatrice du mouvement qui le mène dans ces sortes de problèmes. Il s'y propose la caractérisation, en quelque sorte qualitative, des conditions de stabilité, par des séries de coefficients qui déterminent les différents types de figures d'équilibre. Ces stabilités de différents types, ces *bifurcations* (dont il invente le concept) et ces instabilités sont rapportées à des caractères généraux de phénomènes possibles dont l'étude relève de la physique mathématique. On sait la richesse d'applications que ces théories descriptives ont de nos jours, dans de nombreux domaines de la physique. Poincaré les utilisa, pour sa part, en mécanique céleste, notamment dans le cas des anneaux de Saturne.

Ses travaux en mécanique céleste sont également tournés avant tout vers les propriétés qualitatives significatives des systèmes étudiés, que l'on peut inférer de l'étude des propriétés remarquables des équations de la dynamique. C'est ainsi, par exemple, qu'il introduisit la notion nouvelle d''invariants intégraux', pour désigner des intégrales définies simples qui demeurent constantes lorsque le champ d'intégration varie selon une loi exprimée par une équation différentielle, tel le volume dans le mouvement d'un fluide incompressible.

Le mémoire 'Sur le problème à trois corps et les équations de la dyamique'[Poincaré 1890] et l'ouvrage en trois volumes, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* [Poincaré 1892, 1899], dont les résultats sont d'une importance considérable, relèvent d'une inspiration semblable. Dans ce travail, Poincaré commence par examiner la nature mathématique du problème de trois corps s'attirant mutuellement par la force de gravitation, et caractérise les différents types de solutions - les solutions périodiques ainsi que d'autres, qu'il met en évidence et dont il étudie les propriétés à l'aide des invariants intégraux[1]. Puis il applique ces résultats qualitatifs, mais obtenus en toute rigueur, au problème de la stabilité du système solaire, pour lequel il obtient des résultats qui valent aussi d'une manière générale pour la dynamque des systèmes[2]. À l'époque, la théorie des systèmes dynamiques n'intéressait pas beaucoup les physiciens, sinon pour ce qui est de certaines conséquences en thermodynamique (par exemple, le paradoxe de Zermelo). Mais elle devait être reprise dans les années 1970 par les physiciens et les physico-mathématiciens [Dahan-Dalmedico, Chabert, Chemla 1992].

Outre l'intérêt mathématique et physique de ces problèmes considérés en eux-mêmes, Poincaré se préoccupait également de leur application aux problèmes pratiques considérés par les astronomes, qui étudiaient le problème des trois corps depuis le dix-huitième siècle et se préoccupaient de calculer des développements approchés pour les valeurs numériques des grandeurs considérées (voir les travaux pionniers de Clairaut, Euler, d'Alembert, Lagrange, Laplace et de leurs successeurs). Les problèmes de convergence des séries qu'il étudia aboutissaient à poser à nouveau la question de la démonstration de la stabilité du système solaire, que l'on avait crue définitivement résolue avec la Mécanique céleste de Laplace. Poincaré put préciser dans quelles conditions les développements en série permettent d'assurer la stabilité. Ces problèmes faisaient apparaître l'importance des solutions périodiques, notamment dans le cas du mouvement de la Lune.

Ainsi, l'oeuvre de Poincaré en mécanique céleste, où sont appliqués et développés ses résultats de la théorie des équations différentielles, marqua-t-elle une nouvelle étape de cette discipline, apportant un nouveau jour sur le problème de la stabilité du système solaire, tout en ouvrant en même temps des perspectives de longueportée sur la théorie des systèmes dynamiques, qui sont à l'origine de nombreux travaux contemporains.

Dans cette physique mathématique au sens originel, les problèmes examinés et la voie de leur solution sont essentiellement de nature mathématique. Toutefois, ils sont directement liés à des considérations sur le monde physique (ici, le mouvement des planètes et des corps célestes, les paramètres de leurs trajectoires, leurs irrégularités et les périodes de ces dernières). C'est que la formulation mathématique des conditions physiques des problèmes était consommée de longue date, et il était acquis depuis presque deux siècles que la solu-

---

1 Solutions 'asymptotiques', 'périodiques de deuxième espèce', 'du deuxième genre', 'doublement asymptotiques'.

2 Par exemple le cas, dans des conditions particulières, d'un système amené à repasser une infinité de fois aussi prêt que l'on veut de sa situation initiale.

tion de problèmes physiques de cette nature n'était 'plus qu'un point d'analyse', comme l'écrivait d'Alembert. Ce sont de tels 'points d'analyse' qu'approfondissent les recherches de Poincaré, dont la portée physique est immédiate. C'est ainsi que les perpectives nouvelles offertes par les progrès de la théorie des équations différentielles et de l'étude des courbes géométriques permirent le renouvellement de tout un champ de la dynamique, y compris dans ses applications à la mécanique céleste.

On relèvera, en particulier, le lien qu'entretient, dans ce domaine, la signification physique des problèmes et des solutions obtenues avec la forme de ces dernières. L'aspect qualitatif - celui des types d'équilibre et des transitions d'un type à un autre de stabilité, ou celui de la sensibilité aux conditions initiales, dont les différences même légères sont amplifiées à l'extrême au cours du temps - rend particulièrement manifeste le rapport entre la formalisation mathématique et la représentation d'un comportement physique.

La première apparait comme le moyen et le langage de la seconde, dont la description qualitative se rapproche de celle des expériences mentales (ou expériences de pensée) qui tendent à rendre intuitive la connaissance des phénomènes, et concrète leur intelligibilité. Par ailleurs, les principes de la physique, inclus au départ dans la formulation des problèmes et ayant conditionné leur transformation en des équations à résoudre, se retrouvent dans des énoncés liés à la formulation des solutions : c'est ainsi que les 'invariants intégraux' expriment des lois de conservation qui résultent des principes de la dynamique (conservation de l'énergie, etc.).

Structuration mathématique des théories physiques

Les travaux mathématiques de Poincaré sur la théorie des équations différentielles l'amenèrent à s'intéresser à d'autres aspects plus particuliers de la 'physique mathématique', moins directement identifiables à la géométrie ou à l'analyse, davantage reliés à la physique au sens propre, et qu'il désignait lui-même précisément par ce terme. Cette 'physique mathématique', qui s'exprime aussi dans des équations différentielles, en particulier dans des équations aux dérivées partielles du second ordre[3], se caractérise par le lien de ces équations avec les lois des phénomènes physiques les plus divers. La distribution de la charge électrique, le magnétisme, l'hydrodynamique, les équations de vibration des membranes, les marées, le potentiel newtonien, la théorie analytique de la chaleur, sont décrits par des équations de ce genre.

3 La plus simple est l'équation de Laplace, $\Delta u=0$.

Les travaux de Poincaré dans ce domaine concernent ce que l'on pourrait appeler la structure des théories de la physique mathématique. Il s'y attache à la mise en évidence de la possibilité de ces problèmes du point de vue de leur mathématisation, et à leur résolution au moyen de séries de fonctions harmoniques (séries de Fourier, de Laplace, etc.), à la démonstration de l'existence de ces fonctions, au calcul des coefficients des séries, au problème de leur convergence. Des questions de cette nature l'amenèrent aussi bien, d'un coté, à obtenir des résultats sur la physique, que, de l'autre, à résoudre des problèmes mathématiques, comme son étude systématique du 'problème de Dirichlet', pour laquelle il inventa la méthode dite 'du balayage', illustrée par l'exemple - physique - d'une sphère conductrice en équilibre électrostatique : on peut - ce résultat de l'électrostatique correspond à une propriété mathématique démontrée par Gauss -, sans changer le potentiel à l'extérieur de la sphère, remplacer n'importe quelle charge située à l'intérieur par une distribution appropriée d'une charge égale sur la surface. La méthode proposée par Poincaré consiste ainsi à balayer l'intérieur de la sphère de sorte, en répétant l'opération autant de fois qu'on le veut, à obtenir un développement en série convergente pour la densité superficielle d'équilibre.

Ce cas précis semble vérifier ce que Poincaré remarquait d'un manière générale : la physique mathématique et l'analyse pure procèdent d'un même esprit ([Poincaré 1897a], voir plus haut).

La contribution de Poincaré aux théories des phénomènes physiques (physique théorique)

Poincaré ne s'est pas contenté d'utiliser les propriétés des équations de la physique mathématique : il a également porté son attention sur la théorisation des phénomènes physiques tels qu'ils sont donnés dans l'expérience, dans laquelle il voyait un autre volet de la 'physique mathématique', et qui constitue la physique théorique au sens propre.

Il y fut amené en particulier par les nécessités de son enseignement. Ses cours publiés portent sur tous les grands sujets de la physique, et on l'y voit présenter et discuter les recherches les plus récentes et dignes d'intérêt. C'est ainsi qu'il fut l'un des premiers introducteurs en France de la théorie de Maxwell [Atten 1995] ; [Darrigol 1993] ; il fit connaître les travaux de Hertz, de Helmholtz et surtout de Lorentz sur l'électrodynamique. Il en proposait l'étude critique, ce qui lui donna l'occasion de faire de nombreuses découvertes originales, exposées dans ses leçons ou publiées dans des revues scientifiques.

Dans sa 'Notice des travaux scientifiques' mise à jour en 1902, publiée après sa mort dans les *Acta mathematica* [Poincaré 1902c], Poincaré mentionne ses contributions scientifiques en physique mathématique sous les rubriques 'Equations différentielles de la physique mathématique', qui contient les travaux sur le potentiel, sur la théorie de la chaleur, sur l'élasticité, sur les phénomènes électriques, et 'Critiques des théories physiques', où figurent les recherches sur la thermodynamique, sur les phénomènes optiques et sur la théorie électromagnétique. Curieusement, une dernière rubrique est consacrée aux 'Oscillations hertziennes', seul domaine où il n'identifie pas ses contributions à la physique mathématique proprement dite ou à la seule critique des théories physiques existantes et où il estima peut-être avoir contribué plus pleinement à la construction théorique sur la base des résultats expérimentaux de Heinrich Hertz.

Du moins était-ce là l'état d'une classification donnée en 1902 - d'ailleurs reprise d'une plus ancienne qu'il n'avait peut-être pas voulu modifier outre mesure pour des raisons plus circonstantielles que fondamentales. On imagine cependant que ses travaux sur l'électrodynamique et le principe de relativité (et, bien sûr, ceux sur les quanta) auraient également, si Poincaré avait pu faire une nouvelle mise à jour de sa notice en maintenant ses rubriques, figuré comme de simples 'Contributions critiques'.

Son approche de la physique théorique - et, d'ailleurs, expérimentale également - se distingue par ce 'trait de style' de celle que nous avons vue pour la physique mathématique précédente, concernée jusque-là par les problèmes de dynamique. Il s'attachait, en premier lieu, «à passer en revue les différentes théories physiques et à les soumettre à la critique» [Poincaré 1902d], tout en marquant un intérêt très précis pour la physique expérimentale. Cet intérêt se voit notamment à l'attention qu'il consacra aux expériences de Hertz sur les ondes électromagnétiques, où il voyait l''experimentum crucis' de la théorie de Maxwell [Poincaré 1894a, 1894b]. De même, il s'occupa des rayons cathodiques et des rayons Röntgen (X), et suggéra l'idée qui devait mettre Henri Becquerel sur la voie de la découverte de la radioactivité [Poincaré 1896b, 1897c]. Peu de temps avant sa mort, il se pencha sur la théorie des quanta encore en gestation, qu'il découvrit lors du Conseil Solvay réuni à Bruxelles en 1911 : le phénomène de rayonnement du corps noir, conclut-il, oblige à concevoir la quantification de l'énergie, admise par Max Planck à titre d'hypothèse, comme une nécessité [Poincaré 1911, 1912a, 1912b]. (Einstein était parvenu à la même conclusion dès 1906, sans toutefois être entendu. L'avis de Poincaré fut déterminant pour l'acceptation des quanta d'énergie dans les échanges entre matière et rayonnement.)

Ce fut, peut-être, la théorie mathématique de la lumière qui lui fournit l'occasion la plus vive de s'interroger sur ce qu'est une théorie mathématique de phénomènes physiques, et à y apporter des réponses tant pratiques que méta-théoriques. L'optique, les phénomènes de l'électricité et du magnétisme, la théorie de la chaleur avaient nécessité des approches nécessairement distinctes de celles, devenues classiques, de la mécanique dont le traitement analytique, depuis Lagrange puis Hamilton et Jacobi, se confondait avec l'essence même de la physique mathématique. Son abord de ces domaines est visiblement marqué par le sens de leur spécificité. Au contraire d'autres physico-mathématiciens qui échafaudaient des constructions mathématiques valant surtout par leur coté formel, mais arbitraires du point de vue physique, pour coiffer des résultats d'expérience, Poincaré se souciait d'abord d'assurer la légitimité de telles constructions. Dans la querelle qui avait opposé vers les années vingt du siècle Fresnel et Poisson à propos de la nature transversale ou longitudinale des ondes lumineuses, nul doute qu'il se fût tenu du coté du premier, en raison du respect premier dû à la spécificité des phénomènes qui a prééminence sur l'imposition d'une forme mathématique. C'est en quoi Poincaré fut bien, en physique, un théoricien, comme l'était Fresnel par rapport au (physico) -mathématicien Poisson.

Alors même que les théories électromagnétiques de la lumière étaient déjà développées, par Maxwell, von Helmholtz et d'autres, Poincaré s'attacha d'abord, dans ses cours de 1888 et 1891, à exposer de manière détaillée les théories mathématiques de la lumière proposées indépendamment de l'hypothèse de leur nature électromagnétique [Poincaré 1889-1892]. Il y procédait essentiellement à une comparaison entre deux grandes théories concurrentes, la théorie de Fresnel (vibration perpendiculaire au plan de polarisation) et celle de Neumann (parallèle), qui rendent compte des mêmes faits. «J'ai cherché à réunir dans une exposition commune toutes les théories optiques des ondes» écrira-t-il dans son *Analyse de ses travaux scientifiques*[4], concluant son examen pratiquement exhaustif par un constat d'insatisfaction : «Tout fait dont une des théories rendra compte sera également bien expliqué par l'autre, de sorte qu'aucune expérience d'optique ne pourra décider entre elles». Il est utile de souligner que les physiciens français d'alors, tant physico-mathématiciens qu'expérimentateurs tenaient en général à s'abstenir de toute hypothèse sur la nature de la lumière, mise à part celle, généralement admise, d'une vibration d'un support conçu comme un solide élastique, l'éther. Cette hypothèse mécanique était à la base des 'théories mathématiques de la lumière'.

Dépassant le constat d'impuissance, Poincaré consacra ensuite ses efforts à l'examen - critique, n'excluant pas des réformes - des théories électromagnétiques de la lumière, qui le conduisit de Maxwell à Lorentz, puis à ses propres contributions remarquables qui préparèrent la voie et accompagnèrent ce que l'on devait appeler plus tard la théorie de la relativité (voir [Paty 1996] et à paraître). Nous le voyons alors déployer sa manière originale d'aborder les

4 Partie sur la physique mathématique, Poincaré [1902d], in Poincaré [1916-1965], vol 9, p. 9.

problèmes de physique, où l'attention la plus précise aux résultats d'expérience s'accompagne du raisonnement physique guidé par une attention aux principes et orienté vers la recherche d'une formulation mathématique. Mais la soumission de cette dernière, conçue comme un outil pour la compréhension, aux deux autres exigences, montre bien que l'on n'a pas quitté, ce faisant, le terrain que nous avons caractérisé comme celui de la physique théorique.

Celle-ci n'est pourtant pas coupée, chez Poincaré, de l'autre, la physique mathématique, qui reste, pour lui, l'idéal de compréhension auquel il faut souhaiter parvenir. Les deux faces de la physique mathématique selon Poincaré, c'est-à-dire ce que nous appelons physique mathématique et physique théorique, se retrouvent lorsque la théorie a pu prendre la forme analytique pleinement aboutie dont la dynamique a donné l'exemple. Le travail de Poincaré sur la théorieélectromagnétique, et en particulier sur l'électrodynamique des corps en mouvements, montre comment cet aboutissement est conditionné par la possibilité de formuler sans restriction les principes qui caractérisent pleinement la physique mathématique parce que leur légitimité garantit la forme analytique : telle fut la lente conquête du principe de relativité pour l'électrodynamique[5].

Références bibliographiques

Appell, Paul

1925 *Henri Poincaré*, Plon, Paris, 1925.

Atten, Michel

1995 Poincaré et la tradition de la physique mathématique française, *in* Greffe, Heinzmann, Lorenz [1996], p. 35-44.

Brunschvicg, Léon ; Hadamard, Jacques; Lebeuf, A. et Langevin, Paul,

1913 *L'Oeuvre de Henri Poincaré*, Supplément à la *Revue de métaphysique et de morale* **21**, n° 5 (septembre), 584-718.

Dahan-Dalmedico, Amy, Chabert, J.-L. et Chemla, Karine [éds., 1992].

1992 *Chaos et déterminisme*, Seuil, Paris.

Darrigol, Olivier

1993 The electrodynamic revolution in Germany as documented by early German expositions of 'Maxwell's theory', *Archive for History of Exact Science*, **45**, 1993, 189-280.

5 Poincaré [1905b]. Voir Paty [1993, 1996], en particulier pour l'étude comparative avec l'approche d'Einstein.

Greffe, Jean-Louis, Heinzmann, Gerhard et Lorenz, Kuno (eds.),

1996 *Henri Poincaré, Science et philosophie*, Akademie Verlag, Berlin / Albert Blanchard, Paris.

Paty, Michel

1992 Physical Geometry and Special Relativity : Einstein and Poincaré *in* Boi, Luciano; Flament, Dominique et Salanski, Jean-Michel (eds.), *1830-1930 : A Century of Geometry. Epistemology, History and Mathematics*, Springer-Verlag, Berlin, 1992, p. 126-149.

1994 Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique, *in* Garma, Santiago; Flament, Dominique; Navarro, Victor (eds.), *Contra los titanes de la rutina.- Contre les titans de la routine*, Comunidad de Madrid/C.S.I.C., Madrid, 1994, p. 401-428.

1996 Poincaré et le principe de relativité, *in* Greffe, Heinzmann, Lorenz [1996], p. 143-202.

à paraître Poincaré et la relativité des mouvements pour l'optique, *Revue d'histoire des sciences* (à paraître).

Poincaré, Henri

1885 Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation, *Acta Mathematica* 7, 1885, 259-380.

1890 Sur les problèmes des trois corps et les équations de la Dynamique, *Acta Mathematica* 13, 1890, 1-270.

1889-92 Leçons sur la théorie mathématique de la lumière, Carré, Paris, 2 vols., 1889, 1892.

1890-91 *Electricité et optique*, Carré, Paris, 2 vols., 1890-1891. Deuxième édition revue et augm., Carré et Naud, Paris, 1 vol., 1901.

1892 Les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 1892, 809-815. Reprod. dans Poincaré [1991], p. 43-60

1892-99 *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Gauthier-Villars, Paris, 3 vols.: vol. 1, 1892; vol. 2, 1893; vol. 3, 1899.

1894a Les oscillations électriques, Carré, Paris, 1894.

1894b *La théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes*, Collection Scientia, Carré et Naud, Paris, 1894.

1896 Les rayons cathodiques et les rayons Röntgen, *Revue générale des sciences pures et appliquées* 7, 1896, 52-59. Egalement in Poincaré [1916-1965], vol. 9, p. 570-583.

1897a Sur les rapports de l'analyse et de physique mathématique, Acta mathematica, 21, 1897, 331-341. Repris avec modifications dans la *Revue générale des sciences pures et appliquées* 8, 1897, 857-861; version reprod. dans Poincaré [1991], p. 17-30.

1897b Les rayons cathodiques et les rayons Röntgen, *Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1897, p. D1-D35; également: *Revue scientifique*, 4ème série, **7**, 1897, 72-81. Egalement in Poincaré [1916-1965], vol. 9, p. 584-603.

1900a Sur les rapports entre la physique expérimentale et la physique mathématique, *in Rapports présentés au Congrès international de physique de 1900*, Paris, 1900, p. 1-29. Egalement *in* Poincaré 1902a (chapitres 9: Les hypothèses en physique, et 10: Les théories de la physique moderne).

1900b Sur les principes de la mécanique (Lecture faite au congrès international de philosophie tenu à Paris du 1er au 5 août 1900), *Bibliothèque du Congrès international de philosophie* , Vol. III, *Logique et histoire des sciences*, Armand Colin, Paris, 1901, p. 457-494. Egalement *in* Poincaré 1902a (chapitres 6: La mécanique classique, et 7: Le mouvement relatif et le mouvement absolu).

1902a Leçons sur les figures d'équilibre d'une masse fluide, Carré et Naud, Paris, 1902.

1902b *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1902 ; ré-éd. augm, 1907; 1968.

1902c Notice sur les travaux scientifiques, *Acta mathematica* 38, 1921, 1-135 (Repris et organisé suivant les thèmes dans Poincaré [1916-1965]). (Notice mise à jour en 1902, publiée seulement en 1921).

1904a L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique, *La revue des idées*, novembre 1904, 801-818. Egalement, *Bulletin des sciences mathématiques* 28, 1904 (décembre), 302-324. [Conférence au Congrès international des arts et des sciences, Saint-Louis, Missouri, 24 septembre 1904]. Egalement dans Poincaré 1905 a [chapitres 7: L'histoire de la physique mathématique, 8: La crise actuelle de la physique mathématique, et 9: L'avenir de la physique mathématique], éd. 1970, p. 123-128, 129-140, 141-147.

1905a *La valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1905; 1970.

1905b Sur la dynamique de l'électron, *Compte-rendus des séances de l'Académie des sciences* 140, 1905 (séance du 5 juin), p. 1504-1508. Egalement *in* Poincaré [1924], p. 79-81. Egalement *in* Poincaré [1916-1965], vol. 9, p. 489-493, et Poincaré [1991], p. 213-218.

1905c Sur la dynamique de l'électron (adunanza del 23 luglio 1905 [reçu le 23 juillet 1905]), *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* XXI, 1906, p. 129-176. Egalement *in* Poincaré [1916-1965], vol. 9, p. 494-550.

1908a *Science et méthode* (1908), Flammarion, Paris, 1908. Edition définitive, Flammarion, Paris, s.d.

1911 Sur la théorie des quanta, *Compte-rendus des séances de l'Académie des sciences* 153, 1911, 1103-1108. Repris dans Poincaré [1913-1965], vol. 9, p. 620-625 et dans Poincaré [1991], p. 219-224.

1912a Sur la théorie des quanta, *Jourrnal de physique théorique et appliquée*, 5ème série, 2, 1912, 5-34. Repris dans Poincaré [1913-1965], vol. 9, p. 626-653.

1912b L'hypothèse des quanta, *Revue scientifique, Revue rose*, février 1912, 225-232. Egalement *in* Poincaré 1913, éd. 1963, p. 110-127. Repris dans Poincaré [1913-1965], vol. 9, p. 654-668.

1913 *Dernières pensées* , Flammarion, Paris, 1913; rééd. 1963.

1916-65 *Oeuvres*, Gauthier-Villars, Paris, 11 vols., 1916-1965.

1991 *L'analyse et la recherche*, choix de textes et introduction de Girolamo Ramunni, Hermann, Paris, 1991.

REVUE DE MÉTAPHYSIQUE ET DE MORALE 1913. Supplément : L'Oeuvre d'Henri Poincaré **21**, 1913.

Volterra, V. ; Hadamard, Jacques ; Langevin, Paul et Boutroux, Pierre

1914 Henri Poincaré. L'oeuvre scientifique. L'oeuvre philosophique, Alcan, Paris, 1914.

Zeipel, H. von

1921 L'œuvre astronomique de Poincaré, *Acta Mathematica* **39**, 1921, 262-346.