PHILOSOPHIA SCIENTIÆ

JEAN-PIERRE FRIEDELMEYER

La création des premières revues de mathématiques

Philosophia Scientiæ, tome 2, nº 3 (1997), p. 1-26
<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1997__2_3_1_0>

La création des premières revues de Mathématiques

Jean-Pierre Friedelmeyer
I.R.E.M.
Université Louis Pasteur - Strasbourg

Article écrit pour *L'ouvert*, journal de l'A.P.M.E.P. d'Alsace et de l'I.R.E.M. de Strasbourg, n°86, mars 1997.

Résumé. La création des premières revues spécialisées de mathématiques est contemporaine d'une mutation à l'intérieur même des mathématiques, dans la manière dont elles se pensent et fonctionnent relativement aux exigences de la rigueur, ou dans leur rapport aux autres sciences, ou dans leur rapport à la réalité. Le signe le plus manifeste de cette mutation est peut-être dans la séparation marquée entre **mathématiques pures et appliquées** :
— **pures**, là où *on ne trouve en général aucune expérience ou sensation, et qui est par suite possible complètement a priori* (Kant),
—**appliquées**, par le développement de la physique mathématique dans laquelle *c'est le mouvement même de l'abstraction amplifiante de la mathématique qui conditionne leur incarnation comme êtres physiques* (Châtelet).
Le *Journal de Crelle* est alors le meilleur révélateur de ces mutations : il est le signe d'une certaine professionnalisation des mathématiciens, il enregistre la rupture avec le recours à l'intuition géométrique et développe le concept d'une mathématique pure comme connaissance totalement *a priori*. Porté par le courant idéaliste du romantisme allemand, il défendra une conception des mathématiques qui trouve en elle-même la source de son développement.

Abstract. The creation of the first specialized mathematical journals is contemporary with a change within the field of mathematics, in the way they think themselves and function with regard to the requirements of rigour, or in their relationships with the other sciences, or with reality. The most obvious sign of this change may be seen in the separation established between **pure and applied mathematics**:
— **pures**, when *no experience or sensation can be found in general, and wich are therefore possible purely a priori* (Kant),
— **applied**, through the development of mathematical physics, in wich *it is the very process of amplifying abstraction of mathematics that conditions their incarnation as physical beings* (Châtelet).
The *Journal de Crelle* is at this time the best revealing of these changes: it is the sign of some professionalization of mathematicians, it expresses the tendency to break with geometrical intuition, and develops the concept of a pure mathematics, taken as a totally *a priori* knowledge. Supported by the idealist trend of german romanticism, it defends a conception of mathematics wich finds in itself the source of its own development.

Entre la fin du 18ème siècle et le milieu du 19ème, les mathématiques subissent une mutation essentielle et peut-être unique dans leur histoire. Outre le fait d'une très grande richesse d'invention et d'un développement sans précédent, c'est la nature même des mathématiques qui change, la manière dont elles se pensent et fonctionnent relativement aux exigences de rigueur, ou dans leur rapport aux autres sciences, ou, plus généralement, dans leur rapport à la réalité.

Pour mesurer cette évolution, il fallait travailler dans la *durée*, mais sur quelque chose qui néanmoins présente une certaine stabilité, une certaine identité, un point d'appui fixe. Un tel support nous est heureusement fourni par les débuts du "*journalisme mathématique*", c'est à dire la création des premières revues consacrées uniquement aux mathématiques, création qui se fait justement durant cette période, en Allemagne d'abord, puis en France, avec une durée de vie relativement courte pour les premières.

De 1786 à 1788 : *Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik*, créé par Jean **Bernoulli** et Carl Friedrich **Hindenburg**.

De 1794 à 1800 : *Archiv der reinen und angewandten Mathematik*, créé par C.F. **Hindenburg** seul ; onze cahiers publiés au total.

De 1810 à 1831 : *Annales de Mathématiques pures et appliquées* créées par Joseph Diez **Gergonne** ; vingt-deux volumes au total.

Viennent ensuite deux journaux qui continuent aujourd'hui encore à paraître régulièrement.

En 1826 : Journal für die reine und angewandte Mathematik créé par Augustus Leopold **Crelle**.

En 1836 : Journal de Mathématiques pures et appliquées créé par Joseph **Liouville**.

La création de ces journaux mathématiques est le signe concret d'un premier aspect d'évolution : celui d'une certaine professionnalisation de la communauté scientifique. La création des grandes écoles en France par la Révolution française (Ecole Polytechnique, Normale, Centrales), celle de l'Université de Berlin, en liaison avec la grande réforme de l'Université et de l'éducation impulsée par W. Humboldt en 1810, amènent à un tournant dans la situation financière des scientifiques. En France,

> d'une situation précaire, où seuls s'en sortaient les académiciens[1], en dehors de scientifiques personnellement fortunés comme un Condorcet ou un Lavoisier, on en vint alors à une professionnalisation, qui impliquait à la fois une sécurité financière et le passage par le métier de professeur. [Dhombres 1989, 181]

En Prusse, la réforme de Humboldt se basait sur le principe de «*l'unité de la recherche et de l'enseignement*», principe selon lequel les professeurs de la nouvelle université devaient susciter „*ein forschendes Lernen*" (un apprentissage en recherche) associant professeurs et étudiants dans des *Séminaires*. Les premiers séminaires étaient des séminaires de philologie (Breslau - Berlin 1812). C.G.J. Jacobi et F. Neumann fondèrent le premier séminaire de mathématique-physique à Königsberg en 1835/6. Auparavant, la diffusion des découvertes

---

1 Jusqu' en 1785 on ne compte que 42 académiciens des Sciences [Dhombres 1989, 172].

scientifiques se faisait principalement par la correspondance (voyez le rôle de la correspondance pour des gens comme les Bernoulli, Euler, même encore Gauss) et par les publications des Académies (Berlin, Paris, St Petersbourg, Royal Society).

Au delà de cet aspect sociologique[2], l'étude de ces revues spécialisées va nous permettre, par leur comparaison, de dégager les grandes caractéristiques des mathématiques et de leur évolution durant cette période. Mieux que l'étude comparée des textes mathématiques eux-mêmes, la mise en parallèle des revues permet à la fois de s'appuyer sur des éléments stables comme la personnalité de l'éditeur et la pérennité de la publication et en même temps de disposer d'un large éventail d'auteurs différents, plus ou moins représentatifs de leur époque. Ainsi elle révèle les permanences et les ruptures dans les idées de cette époque, dont la prise en compte va conditionner le succès ou l'échec de la revue. Contrairement aux écrits isolés, l'existence d'un Journal et sa pérennité sont soumises à de fortes contraintes économiques, et dépendent en majeure partie de l'adéquation de sa réponse aux préoccupations et aux questions de son époque. La réussite ou l'échec d'une revue nous informe sur les lignes de force de la pensée des savants, de ceux, connus, qui y écrivent, comme de ceux, inconnus, qui simplement la lisent. On peut alors constater déjà, à travers l'énumération ci-dessus, que les premières revues ont connu un succès relativement éphémère, alors que les deux dernières continuent à paraître aujourd'hui. Comme s'il avait fallu un temps d'adaptation et diverses mutations avant d'aboutir à un organisme suffisamment en symbiose avec l'environnement culturel et scientifique. Nous étudierons donc successivement :

– la perception de la place des mathématiques et de leur avenir à la charnière des 18e et 19e siècle, par les savants eux-mêmes,

– la distinction *Mathématiques pures, Mathématiques appliquées*, constante absolue et permanente des titres de ces revues,

– le succès remarquable du Journal de Crelle opposé à l'échec relatif des Annales de Gergonne.

1. Des mathématiques bloquées ?

Après l'euphorie provoquée par l'invention du calcul infinitésimal au XVIIème siècle et la découverte de son extraordinaire aptitude à donner l'explication des lois de l'Univers que Newton

2 Etudié en détail dans [Dhombres 1989] et [Jahnke 1989].

développera dans ses *Principes mathématiques de la philosophie naturelle,* les mathématiciens de la fin du XVIIIème siècle rencontraient des difficultés qui pouvaient paraître à certains insurmontables :

– incapacité à fonder rigoureusement ce calcul infinitésimal faute d'une théorie cohérente de l'infini,

– incapacité d'avancer dans la résolution algébrique des équations qui en était restée à peu près au point où l'avaient laissée deux siècles auparavant les illustres italiens Cardan et Ferrari,

– incapacité à donner un statut satisfaisant aux nombres imaginaires et négatifs toujours ressentis comme "*impossibles*" et paradoxaux, alors qu'ils étaient si utiles dans tous les domaines.

La nature, la vie, et l'art aussi, ont pour sortir des impasses, inventé des ressources merveilleuses par ce que l'on appelle *génie de la création.* Mais la science ? Peut-elle se développer autrement que par une accumulation de connaissances, peut-elle changer de nature ? S'il est vrai que :

> ce qui distingue le génie de tout ce qui n'est que simple talent ou simple habileté, c'est que seul il est capable de réduire des contradictions qui, sans lui, resteraient irréductibles (Lessing)

alors se pose la question : y-a-t-il un génie mathématique capable de sortir des impasses évoquées ci-dessus ?

Le développement foisonnant et incontrôlable des techniques calculatoires et des manipulations symboliques dans lesquelles Euler, Lagrange et d'autres étaient passés maîtres, pouvait faire illusion quand à une possibilité de sortie par un développement encore plus grand des calculs. Mais celui-ci trouvait sa limite dans la complexité même des écritures algébriques, dont l'excès conduisait à une véritable paralysie et au sentiment d'une sorte d'incapacité à aller plus loin.

Annoncé dès le milieu du XVIIIème siècle, le thème de la fin des mathématiques devenait récurrent en France jusqu'à ce que de jeunes mathématiciens tels Abel et Galois en fasse éclater toute l'ineptie par leur génie inventif.

Ainsi, de Diderot :

> Cette science s'arrêtera tout court, où l'auront laissées les Bernoulli, les Euler, les Maupertuis, les Clairaut, les Fontaine et les D'Alembert. Ils auront posé les colonnes d'Hercule. On n'ira pas au-delà [...] J'oserais presque assurer qu'avant qu'il soit cent ans, on ne comptera pas trois grands géomètres en Europe [Diderot, 180-181].

De même Delambre dans son : *Rapport à l'Empereur sur le progrès des sciences, des lettres et des arts depuis 1789* :

> Il serait difficile et peut–être téméraire d'analyser les chances que l'avenir offre à l'avancement des mathématiques : dans presque toutes les parties, on est arrêté par des difficultés insurmontables ; des perfectionnements de détail semblent la seule chose qui reste à faire. [Delambre 1810]

Plus surprenant est le fait de voir ce pessimisme relayé par le jeune Cauchy :

> Que dirais–je des sciences exactes : la plupart paraissent parvenues à leur plus haute période. L'arithmétique, la géométrie, l'algèbre, les mathématiques transcendantes sont des sciences que l'on peut regarder comme terminées, et il ne reste plus à faire que d'utiles applications [Cauchy 1811, 3-15].

Un autre aspect qui frappe l'historien de cette période et qui permet peut-être de mieux comprendre ce sentiment d'impasse, c'est l'extrême disparité des sujets étudiés. Le même *Rapport à l'Empereur...* est instructif quant à ce qui est perçu comme faisant partie des sciences exactes. En voici la table des matières avec le nombre de pages consacrées à chacune [Delambre 1810, p. 17 de l'introduction par J. Dhombres].

	Nombre de pages	%		Nombre de pages	%
Géométrie	14	4,4	Géographie et Voyages	68	21,3
Géodésie et Tables	27	8,5	Physique Mathématique	24	7,5
Algèbre	35	11,0	Mécanique	18	5,6
Mécanique analytique	12	3,8	Manufactures et Arts	37	11,6
Astronomie	84	26,3	**Total**	**319**	**100,0**

En fait, la vision de la science est celle d'une *science utile*. Il s'agit de rendre compte des *applications* de la science du calcul plutôt que de célébrer les prouesses de ce calcul.

C'était l'époque où le vieux Lagrange, après des décennies passées à chercher la résolution des équations générales de degré supérieur à quatre s'écrie :

> Toutes les tentatives qu'on a faites depuis pour pousser plus loin la résolution des équations, n'ont abouti qu'à faire trouver de nouvelles méthodes pour le troisième et le quatrième degré, sans qu'on ait pu entamer les degrés supérieurs, si ce n'est pour des classes particulières d'équations. [Lagrange 1808, 245]

Et plus loin :

> Il est possible que cette équation puisse être abaissée à un degré moindre, mais c'est de quoi il me paraît très difficile, sinon impossible de juger a priori. [*ibid.*, 257]

C'est que les calculs nécessaires étaient arrivés à un tel degré de complication qu'ils étaient manifestement hors de portée d'un esprit humain. Il fallait contourner la difficulté et inventer une nouvelle voie. Rappelons deux exemples tout à fait représentatifs.

Abel d'abord, en 1828 - il a 26 ans et mourra un an après :

> Pour parvenir infailliblement à quelque chose dans cette matière *(la résolution des équations)* il faut donc prendre une autre route. On doit donner au problème une forme telle qu'il soit toujours possible de la résoudre, ce qu'on peut toujours faire d'un problème quelconque. Au lieu de demander une relation dont on ne sait pas si elle existe ou non, il faut demander si une telle relation est en effet possible. Par exemple, dans le calcul intégral, au lieu de chercher à l'aide d'une espèce de tâtonnement et de divination, d'intégrer les formules différentielles, il faut plutôt chercher s'il est possible de les intégrer de telle ou telle manière. En présentant un problème de cette manière, l'énoncé même contient le germe de la solution, et montre la route qu'il faut prendre ; [...] Ce qui a fait que cette méthode, qui est sans contredit la seule scientifique, parce qu'elle est la seule dont on sait d'avance qu'elle peut conduire au but proposé, a été peu usitée dans les mathématiques, c'est *l'extrême complication* à laquelle elle paraît être assujettie dans la plupart des problèmes, surtout lorsqu'ils ont une certaine généralité ; mais dans beaucoup de cas cette complication n'est qu'apparente et s'évanouira dès les premier abord [Abel 1881, 217-218].

Et Galois en 1831 — il a 20 ans et mourra quelques mois après :

> Or je crois que les simplifications produites par l'élégance des calculs (simplifications intellectuelles, s'entend ; de matérielles il n'y en a pas) ont leurs limites ; je crois que le moment arrivera où les transformations algébriques prévues par les spéculations des analystes ne trouveront plus ni le temps, ni la place de se produire ; à tel point qu'il faudra se contenter de les avoir prévues [...] Sauter à pieds joints sur ces calculs ; grouper les opérations, les classer suivant leurs difficultés et non suivant leurs formes ; telle est, suivant moi, la mission des géomètres futurs ; telle est la voie où je suis entré dans cet ouvrage. [Galois 1831, 19].

Dans ce contexte, les revues de mathématiques vont jouer un rôle à la fois de révélateur et d'acteur de cette mutation, et d'abord à travers le titre même qu'elles se sont choisi. Toutes y associent deux pôles apparemment antagonistes : mathématiques *pures*-mathématiques *appliquées.*

2. La distinction mathématiques pures - mathématiques appliquées

Cette distinction marque directement une évolution essentielle et en masque une autre : elle prend acte de la modification intervenue durant cette période dans la relation des mathématiques avec les autres sciences : auparavant la distinction se faisait par les vocables *mathématiques pures* et *mathématiques mixtes*. En même temps, la permanence du titre *Rein und angewandt — Pures et appliquées —* dans les revues citées plus haut, masque l'évolution interne aux mathématiques elles-mêmes, qui se traduit par une modification radicale de sens pour le mot *pur* durant la même période.

2.1. Le passage des mathématiques mixtes aux mathématiques appliquées

La distinction *mathématiques pures - mathématiques mixtes* remonte au moins au début du 17e siècle ; par exemple elle est utilisée par Francis Bacon dans son livre «*De dignitate et augmentis scientiarum*» (livre III chap. IV).Cette distinction est encore explicite à la fin du 18e siècle dans l'*Encyclopédie Méthodique*, même si certaines des rubriques précédentes sont regroupées :

> Les mathématiques se divisent en deux classes ; la première, qu'on appelle Mathématiques pures, considère les propriétés de la grandeur d'une manière *abstraite* : or la grandeur sous ce point de vue, est ou calculable, ou mesurable : dans le premier cas, elle est représentée par des nombres ; dans le second, par l'étendue ; dans le premier cas les Mathématiques pures s'appellent Arithmétique ; dans le second, Géométrie.
> La seconde classe s'appelle Mathématiques mixtes ; elle a pour objet les propriétés de la grandeur concrète, en tant qu'elle est mesurable ou calculable ; nous disons : de la grandeur concrète, c'est à dire, de la grandeur envisagée dans certains corps ou sujets particuliers.
> Du nombre des Mathématiques mixtes, sont la Mécanique, l'Optique, l'Astronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydrostatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou Navigation [...]

Tous les journaux mathématiques créés dans les premières décennies du 19e siècle remplacent le terme *mixte* par le terme *appliquée*. Cette modification de mixte en appliquée, entérine un profond changement dans la relation qu'entretiennent les mathématiques avec les autres sciences et manifeste une évolution du concept même de science de la nature. Cette évolution peut se décrire de la façon suivante : la distinction *mathématiques pures - mathématiques mixtes* traduit une sorte de séparation *statique* entre l'*abstrait* et le *concret*, entre une science abstraite et une science empirique qui se sert du nombre et de la mesure pour résoudre les problèmes de la vie quotidienne. Au contraire, la distinction *mathématiques pures - mathématiques appliquées* reflète la vision *dynamique* d'une science de la nature elle-même abstraite, qui se construit autour de concepts (gravitation, polarité, organisme, capillarité, etc...) et dont les mathématiques servent de *forme* et de *langage*.

Cette nouvelle distinction est enregistrée dès 1803 dans le Dictionnaire de mathématiques de Klügel, un des membres influents de l'Ecole Combinatoire allemande :

> Jusqu'à présent toutes sortes de recherches étaient rassemblées dans les Livres sous le terme mathématiques appliquées au point que celles-ci apparaissaient comme un corpus informe de connaissances totalement disparates. Mais il faut séparer tout ce qui concerne l'observation mathématique de la nature, de ces théories pratiques de la vie quotidienne (des Arts et Métiers) où les mathématiques sont seulement une aide, sans déterminer l'essentiel. Celles-ci seront appelées mathématiques techniques, en opposition aux recherches physico-mathématiques. [...] Parmi ces dernières se trouve une science que l'on peut qualifier presque sans aucune restriction, de *science a priori*, la *mécanique pure*, laquelle fut élaborée avec un succès si brillant de Newton à Laplace, et qui fait honneur à la sagacité de la raison humaine. [Klügel 1803, 607].

Comment se traduit alors dans les faits cette nouvelle façon de concevoir la distinction mathématique pures - mathématiques appliquées ?

2.2. La répartition dans les différentes revues

Si l'on éprouve une certaine difficulté dans les *Archiv* et les *Annales de Gergonne* à apprécier ce qui serait mathématiques appliquées, c'est tout simplement parce que l'évolution mathématique mixtes - mathématiques appliquées n'était pas entièrement acquise : où faut-il placer les articles d'astronomie, de mécanique, les problèmes d'assurance ou de calcul de probabilités ? A titre indicatif, si l'on part de la répartition suivante, certes contestable,

mathématiques pures	mathématiques appliquées
arithmétique	tout le reste
analyse	
géométrie	

on arrive aux proportions suivantes :

> **Archiv** : sur 85 articles entre 1794-1800, non classés, le partage se fait presque moitié-moitié : 40 de mathématiques appliquées ; 45 de mathématiques pures.
>
> **Gergonne** : on tombe à 1/3 de mathématiques appliquées et 2/3 de mathématiques pures (67,46%) ; les articles sont classés en une multitude de rubriques [Dhombres/Otero 1993].
>
> **Crelle** : pour la période 1826-1831 uniquement ; 17% (soit 29 articles sur 173) de mathématiques appliquées (Crelle met la mécanique dans les mathématiques pures ; donc si on applique ce principe on obtient seulement 10%).
>
> **Liouville** : également environ 17% de mathématiques appliquées sur la première série du Journal, c'est à dire jusqu'en 1856 [Duvina 1994].

2.3. Le rôle de la géométrie

En relation avec cette évolution, il est intéressant également de noter la place de la géométrie dans les trois premières revues : les *Archiv* n'en contiennent que très peu ; 7% des articles (6 articles au total), essentiellement dans les derniers numéros. Cela tient au but avoué de cette revue : diffuser les résultats et l'idéologie de l'Ecole Combinatoire Allemande. Chez *Gergonne*, 46,36% du total est consacré à la géométrie ; chez Crelle 33%.

Mais on ne compare pas exactement les mêmes choses, car le mot géométrie est tributaire d'une autre évolution, une évolution interne aux mathématiques dites *pures*, évolution portant sur le qualificatif *Pur*.

2.4. Le deuxième phénomène : mathématiques pures

Le deuxième phénomène est masqué, lui, par la permanence du titre : celui de l'évolution sémantique de l'expression *mathématiques pures*. Celle-ci peut se mesurer dans la classification même des rubriques. Comparons les seuls 5 numéros chronologiquement communs aux *Annales de Gergonne* et au *Journal de Crelle* soit entre 1826 et 1831 : la table des matières de chaque volume des *Annales de Gergonne* est éclatée en une multitude de rubriques, sans ordre particulier, allant de l'analyse distinguée en algébrique, indéterminée, élémentaire ou transcendante, à la trigonométrie, la mécanique, l'astronomie, la gnomonique, en passant par la géométrie classée en analytique, descriptive, pure ou transcendante, pour ne citer que les plus classiques.

En contraste saisissant, deux rubriques seulement chez Crelle, l'une de *mathématiques pures* (elle même partagée en *analyse, géométrie et mécanique*), l'autre de *mathématiques appliquées*.

Certes les *Annales* sont orientées vers les professeurs de lycée et marquées par le parti-pris analytique [Dhombres/Otero 1993]. Gergonne les présente ainsi, dans la préface au premier numéro :

> Ces Annales seront principalement consacrées aux Mathématiques pures, et surtout aux recherches qui auront pour objet d'en perfectionner et d'en simplifier l'enseignement.

Néanmoins les raisons de ce type de classification et de contenu sont plus diverses et plus profondes. Rien n'empêchait Gergonne *a priori* de changer ses objectifs pour tenir compte des évolutions du temps et de la nouvelle génération de mathématiciens (il l'a bien fait dès le deuxième volume en revenant sur la décision annoncée dans le premier, de publier des comptes rendus de lecture). Et le volume 17 contient des articles de Abel, Cauchy, Plücker et Poncelet, les volumes 18 et 19, des articles de Galois.

En fait, isolé, éloigné de Paris, Gergonne, contrairement à Crelle, n'enregistre pas les progrès fondamentaux des mathématiques, et l'évolution profonde que celles-ci subissent durant cette période. Sa revue reflète la vision désormais archaïque d'une mathématique éparpillée en une multitude de rubriques sans projet unitaire - d'une mathématique un peu désabusée qui ne croit guère en d'autres progrès possibles que de détail comme cela a été évoqué dans la première partie. L'Allemagne était probablement mieux préparée à accueillir ces changements par trois facteurs au moins : l'importance de la réflexion philosophique avec Kant, Fichte, Hegel ; l'influence du romantisme allemand dont de nombreux poètes avaient un grand intérêt et certains même une profonde connaissance de la science de leur temps ; les innovations pédagogiques (Basedow, Pestalozzi) et la grande réforme de l'enseignement engagée par W. Von Humboldt en 1810. Nous n'aborderons ici que les deux premiers aspects. Pour les innovations pédagogiques, je renvoie à la remarquable étude faite par Jahnke dans [Jahnke 1989].

2.5. En philosophie

La *Critique de la Raison pure* (1781) a certainement joué un rôle important dans l'évolution sémantique de l'expression *Mathématiques Pures*. Klügel, dans le dictionnaire déjà cité, consacrera plusieurs pages à cet ouvrage, dans l'article *mathématiques*. Rappelons la définition que donne Kant, d'une connaissance pure : il commence par reprendre la définition commune, en quelque sorte au premier degré :

> On appelle *pure* toute connaissance à laquelle rien d'étranger n'est mêlé

(ce qui renvoie bien à la distinction mathématiques pures - mathématiques mixtes). Puis il ajoute sa propre spécification, devenue classique :

> Mais une connaissance est surtout dite *absolument pure*, quand on n'y trouve en général aucune expérience ou sensation, quand elle est, par suite, possible complètement *a priori*. [Kant 1781, introduction § VII, 46].

Cette définition garderait cependant son caractère statique de simple dichotomie entre les connaissances pures et les connaissances empiriques basées sur l'expérience, si Kant en était resté là. Or l'apport essentiel de la *Critique de la Raison Pure* se situe à un autre niveau. Parmi les connaissances pures (a priori) Kant distingue celles qui découlent de jugements purement *analytiques* ou explicatifs [37], lesquels n'apportent rien de plus que ce qui est déjà dans un concept, de celles qui découlent de jugements *synthétiques* (extensifs) :

> On pourrait aussi nommer les premiers *explicatifs*, les autres *extensifs*, car les premiers n'ajoutent rien au concept du sujet par le moyen du prédicat, mais ne font que le décomposer par l'analyse en ses concepts partiels qui ont été déjà (bien que confusément) pensés en lui ; tandis qu'au contraire les autres ajoutent au concept du sujet un prédicat qui n'avait pas été pensé en lui et qu'on n'aurait pas pu en tirer par aucun démembrement. [37].

Or

> La Mathématique fournit l'exemple le plus éclatant d'une raison pure qui réussit à s'étendre d'elle-même et sans le secours de l'expérience [493].

car

> les jugements mathématiques sont tous synthétiques. [40]

Le ressort de cette extension tient en ce que les mathématiques procèdent par *construction* des concepts.

> Mais construire un concept c'est représenter *a priori* l'intuition qui lui correspond. La construction d'un concept exige donc une intuition *non empirique* qui, par conséquent, en tant qu'intuition, soit un objet *singulier* mais, qui, néanmoins, comme construction d'un concept (d'une représentation générale) doit exprimer dans la représentation (Vorstellung) quelque chose d'universel qui s'applique à toutes les intuitions possibles appartenant à ce concept. [493].

Kant appelle *intuition pure* une telle intuition non empirique, et il en dégage deux, fondamentales : l'espace et le temps. Par exemple en géométrie :

> la figure singulière tracée est empirique, et pourtant elle sert à exprimer le concept sans porter préjudice à son universalité.

La présentation des mathématiques comme jugements synthétiques *a priori* et surtout l'accent mis sur le thème de la construction des concepts vont clarifier le concept de mathématiques pures et les exigences de celles-ci. Que les concepts de la géométrie soient construits était une caractéristique acquise depuis les *Eléments d'Euclide*, mais le texte de Kant n'en éclaire pas moins le caractère abstrait et général (non empirique) des constructions de figures (singulière et empirique) parce que

> dans cette intuition empirique, on ne considère jamais que l'acte de la construction du concept. [494]

Dans un court essai publié en 1810, et intitulé *Contribution à une exposition des mathématiques sur de meilleurs fondements*, un jeune logicien praguois du nom de *Bolzano*, s'il se félicite de la distinction kantienne des jugements analytiques et synthétiques, conteste radicalement l'existence d'intuitions pures (concept qui lui paraît contradictoire en soi) et donc aussi le principe même de la construction des concepts au moyen de ces intuitions pures. Pour Bolzano, les mathématiques ne se distinguent pas des autres sciences par l'usage d'une forme d'intuition particulière, et n'ont besoin, pour leurs fondements, d'autre chose que de la logique elle-même.

Du fait que depuis Descartes la géométrie et l'algèbre interféraient dans l'analyse par la traduction numérique des propriétés géométriques en termes d'équations et de fonctions, il devenait logique de vouloir séparer les critères qui relèvent du géométrique de ceux qui relèvent du numérique, et donc de mettre en place les règles de "*pureté*" mathématique.

Cette volonté stimula de façon extraordinaire les développements de l'analyse, surtout et d'abord en Allemagne, mais également redonna une nouvelle jeunesse à la géométrie qui pourra elle aussi se qualifier de *géométrie pure*.

2.6. Un exemple : la démonstration purement analytique du théorème des valeurs intermédiaires

Dans son *Cours d'Analyse* publié en 1821 sous le titre *Analyse algébrique*, Cauchy énonce et démontre de la façon suivante le théorème dit "*des valeurs intermédiaires*" :

> Théorème IV : Si la fonction f(x) est continue par rapport à la variable x entre les limites $x=x_0$, $x=X$ et que l'on désigne par b une

quantité intermédiaire entre $f(x_0)$ et $f(X)$ on pourra toujours satisfaire à l'équation $f(x)=b$ par une ou plusieurs valeurs réelles de x comprises entre x_0 et X.

Démonstration : Pour établir la proposition précédente, il suffit de faire voir que la courbe qui a pour équation $y=f(x)$ rencontrera une ou plusieurs fois la droite qui a pour équation $y=b$ dans l'intervalle compris entre les coordonnées qui correspondent aux abscisses x_0 et X ; or c'est évidemment ce qui aura lieu dans l'hypothèse admise. [Cauchy 1821, 50]

C'est un argument géométrique sensible, intuitif. La nécessité d'une démonstration *purement analytique* n'est pas explicitée[3]. Elle était pourtant formulée dès 1817 par Bolzano :

> Il n'y a absolument rien à objecter, ni contre la justesse, ni contre l'évidence de ce théorème géométrique. Mais il est tout aussi manifeste qu'il y a là une faute intolérable contre la bonne méthode, faute qui consiste à vouloir déduire les vérités mathématiques pures (ou générales) (c'est à dire de l'arithmétique, de l'algèbre ou de l'analyse) des considérations qui appartiennent à une *partie appliquée* (ou spéciale) seule, à savoir la géométrie. [Bolzano 1917, 137]

Cette nécessité n'est pas ressentie justement parce que l'analyse n'est pas séparée encore de la géométrie, dont elle représente seulement l'outil d'investigation le plus efficace.

Ainsi l'une des contributions majeures des mathématiciens du 19e siècle, particulièrement germaniques, sera la reconstruction de l'analyse sur des bases non géométriques, à travers ce qu'on a appelé l'arithmétisation de l'analyse, qui d'une certaine façon illustre admirablement les thèses de Kant citées plus haut, dans ses deux aspects :

- celui d'une mathématique *pure* où tout recours à l'intuition sensible est banni, puisque s'appuyant sur le seul concept de nombre,

- celui de la construction des concepts mathématiques puisque cette arithmétisation trouvera son aboutissement dans la *construction des réels*, seul cadre théorique permettant de réaliser la coupure absolue de l'analyse avec l'intuition sensible.

---

[3] Cauchy, cependant, donne dans la note III p. 460 et suivantes une preuve analytique. N'oublions pas la division du cours en parties obligatoires et parties facultatives.

2.7. Une nouvelle jeunesse pour la géométrie

Inversement, cette coupure ne restera pas sans effet sur la géométrie elle-même :

> [En donnant] un fondement purement analytique aux notions et propriétés assurées jusque là seulement par l'évidence de leur corrélat géométrique. [Cavaillès 1952, 31]

Les critères même de rigueur sont changés, qui s'appuient uniquement sur des arguments numériques et topologiques. Le continu en particulier, concept géométrique, s'il en fut, est défini analytiquement, achevant l'identification commencée avec Descartes entre nombre et étendue.

Il n'est donc pas étonnant que la géométrie elle-même connaisse un regain d'intérêt et un développement spectaculaire. Libérée des contraintes de l'intuition sensible, elle pouvait enfin relever le défi posé par la démonstration du 5e postulat d'Euclide et développer les géométries non-euclidiennes. Elle pouvait explorer les espaces à un nombre de dimensions quelconque supérieur à trois. Elle développait un outil algébrique autour du concept de groupe dont l'aboutissement est le fameux *Programme d'Erlangen* de Félix Klein. Celui-ci entérinait une rupture dans la géométrie, annoncée dès le début des années 1820, laquelle passait de l'étude des propriétés des figures à celle des *relations* entre objets géométriques, à la recherche de principes généraux et abstraits. C'est ce que souligne Chasles dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* :

> L'ancienne géométrie est hérissée de figures. La raison en est simple. Puisqu'on manquait alors de principes généraux et abstraits, chaque question ne pouvait être traitée qu'à l'état concret, sur la figure même qui était l'objet de cette question et dont la vue seule pouvait faire découvrir les éléments nécessaires à la démonstration ou à la solution cherchée. [Chasles 1837, 207-208]

La géométrie projective puis les travaux de Poncelet, Steiner, Moebius, Plücker vont annoncer cette rupture, dont les objectifs sont nettement précisés dans l'introduction au *Traité des propriétés projectives des figures* [Poncelet 1822, p. XXII] :

> Agrandir les ressources de la simple géométrie, en généraliser les conceptions et le langage ordinairement assez restreints, les rapprocher de ceux de la géométrie analytique, et surtout offrir des moyens généraux propres à démontrer et à faire découvrir d'une manière facile, cette classe de propriétés dont jouissent les figures quand on les considère d'une manière purement abstraite et

> indépendamment d'une grandeur absolue et déterminée, tel est l'objet qu'on s'est spécialement proposé dans cet ouvrage.

Tous les auteurs ci-dessus vont présenter leurs idées principales dans le *Journal de Crelle.*

2.8. Une nouvelle manière d'appréhender la question de l'intelligibilité de la nature dans le langage mathématique

Galilée avait proposé de lire

> cet immense livre qui se tient toujours ouvert devant nos yeux, je veux dire l'Univers. Mais on ne peut le comprendre si on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à en connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot .Sans eux c'est une errance vaine dans un labyrinthe obscur.

Et effectivement, la science du XVIIème siècle va culminer avec la publication, en 1787, des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* par Newton, lesquels donnent la clef de lecture de la mécanique du cosmos. Mais beaucoup d'autres domaines : le magnétisme , l'électricité, la chaleur..., échappent encore à une mathématisation véritable en restant au niveau de descriptions qualitatives vagues et empreintes de mystère. C'est que l'outil mathématique reste trop marqué par la géométrie d'Euclide (les triangles, les cercles dont parle Galilée). L'espace de la géométrie des Anciens jusque Descartes est un espace inerte *«tout à fait abstrait et privé de vie»*, comme le dira Schelling. Le XIXme siècle va peu à peu l'animer, le charger de dimensions, de directions, de tensions, de polarité engendrant un espace en constante *extension* (*Ausdehnung,* selon le titre célèbre de Grassmann, qui signifie à la fois extension, expansion, dilatation), un espace chargé de lignes de force électriques et gravitationnelles, sur lequel les nombres eux-mêmes deviennent actifs sous forme d'opérateurs (vecteurs, nombres complexes, quaternions).

> De la ligne droite d'Euclide aux lignes de force de Faraday [...], ce sont de telles idées qui font avancer la science [...] , et nous pouvons espérer d'autres progrès par une libération des idées dynamiques et géométriques.

Toute l'histoire de la science des deux derniers siècles nous enseigne que c'est l'effort d'abstraction entrepris par les mathématiques qui a conditionné leur applicabilité de plus en plus performante, à travers la physique mathématique. Théorie de la chaleur, lois de l'électromagnétisme, plus tard théorie de la relativité et mécanique quantique sont autant d'étapes de ce jeu dialectique entre mathématiques pures et appliquées où l'investigation d'une matière fantastiquement plus riche et plus complexe que ce qu'en révèle l'observation sensible immédiate oblige les mathématiques à créer des formes elles mêmes de plus en plus élaborées pour en rendre compte.

> Résultat paradoxal : c'est le mouvement même de l'abstraction amplifiante de la mathématique qui conditionne leur incarnation comme êtres physiques : la mathématique s'applique d'autant mieux qu'elle est plus "abstraite" [Châtelet 1993, 25].

Cette nouvelle relation de la science à la réalité objective rend possible la rencontre et l'influence réciproque de la pensée scientifique et de la production artistique, dans la mesure même où Science et Art s'éloignent tous deux de l'expérience commune et concrète. Dans la mesure même où tous deux subliment cette expérience commune en *formes* qui sont conditionnées non plus uniquement par cette expérience, mais aussi principalement par des points de vue idéaux (esthétiques ou scientifiques) comme la simplicité, l'harmonie, l'architectonique, la structure etc...[Jahnke 1989, 40-62]. Cette rencontre de la science et de l'esthétique est parfaitement illustrée par la figure emblématique du romantisme allemand : Friedrich von Hardenberg, dit Novalis.

2.9. Novalis (1772-1801) : la rencontre du Génie mathématique et du Génie poétique

Dyck dans son étude parue en 1960 *Novalis and Mathematics* [Dyck 1960] tient pour acquis qu'il a étudié les mathématiques avec Hindenburg à Leipzig, mais il n'y a pas de preuve certaine. Toujours est-il que Novalis possédait la plupart des écrits de l'Ecole Combinatoire Allemande dans sa bibliothèque et que cette Ecole a considérablement façonné sa conception des mathématiques et par contrecoup sa vision du monde en général. Originellement, le projet et la caractéristique fondamentale de l'Ecole Combinatoire Allemande dont les *Archiv der reinen und augewandten Mathematik* devaient servir la diffusion, consistait à ramener toute l'analyse à un calcul combinatoire, dans la perspective de ce qu'on appelait alors l'analyse algébrique, mais aussi dans la filiation de l'*ars combinatoria* présenté par Leibniz comme la science générale des formules et des opérations. Hindenburg et son Ecole cherchaient ainsi à développer une théorie générale des formules, et un symbolisme cohérent, accompagné de méthodes graphiques. Trop lourd, trop ambitieux, le projet échoua, mais eut néanmoins pour effet de modifier la conception des mathématiques parmi ses membres. Cette conception amplifia l'accent mis sur le *symbolisme* des mathématiques, perçues comme la science des formes et des systèmes de formes. Klügel, dans l'article „*Mathematik*" de son Dictionnaire, écrit :

> Mathematik ist die Wissenschaft von den Formen der Größen. / les mathématiques sont la science de la forme des quantités (des grandeurs) /

ajoutant ce commentaire bien dans le style kantien :

> La mathématique se distingue en pure et appliquée. La pure, qui est la mathématique proprement dite, est ainsi appelée parce que tous les concepts, toutes les propositions, tous les regroupements et décompositions des grandeurs se forment directement par la raison, purement et indépendamment de l'aide d'une quelconque connaissance ou expérience sensible. Les symboles dans les relations arithmétiques entre les grandeurs, et les figures dans les géométriques ne sont que des moyens pour garder les étapes de la succession des propositions et fixer l'attention sur chaque terme, sans y perdre l'ensemble. [Klügel 1803, 603]

C'est sur ce dernier aspect que Novalis devait réagir tout particulièrement : les mathématiques sont l'expression et le symbole d'une unité, d'une harmonie supérieure de la science, et réciproquement, le sens de cette unité doit être recherché dans les symboles mathématiques. D'où une distinction importante entre calcul parfait et calcul imparfait parallèle à la distinction mathématiques pures et mathématiques mixtes : imparfait est le calcul qui exécute des opérations sur des objets isolés ; parfait, celui qui prend en compte la structure globale des opérations. Le principe unificateur est ce que Novalis appelle le *Génie Mathématique*, celui qui rend l'impossible possible et le possible impossible, qui rend le connu inconnu et l'inconnu connu.. Ce *Génie Mathématique* rejoint alors le *Génie Poétique* comme expression de la subjectivité de l'artiste romantique, en opposition aux règles de l'art classique.

> Le génie, c'est la capacité de traiter comme réels des objets imaginaires. [Novalis, dans Guerne 1956, 208]

Il est créateur de nouvelles formes : nombres complexes, géométries non euclidiennes, structures algébriques. Et ces formes s'inscrivent dans une conception quasi *organique* des mathématiques.

> L'idée s'imposa à moi de l'unité organique de tous les objets des mathématiques

dira Steiner [cité par Jahnke 1989, 56] et Dedekind concrétisera cette conception en attribuant le substantif *Corps* à la structure la plus riche de l'algèbre.

> Comme dans les sciences de la nature, la géométrie ou la vie de la société humaine, ce nom devra désigner ici également un système qui possède une certaine perfection, plénitude et achèvement [*Abgeschlossenheit*] par lesquels il apparaît comme un tout organique, telle une unité naturelle. [Dedekind 1893, 452]

Tant la profonde réflexion philosophique de Kant et de ses successeurs sur les conditions et les modalités d'une science pure que les élans quasi mystiques du Romantisme allemand ont ainsi formé une nouvelle génération de mathématiciens pour lesquels les mathématiques sont l'expression la plus pure et la plus libre des créations de l'esprit humain : pure comme connaissance *a priori*, libre comme expression du génie mathématique créateur de formes. En exergue à sa thèse de mathématique présentée en 1825, C.G.J. Jacobi ne met pas seulement une citation grecque, mais aussi un aphorisme pris dans l'*Hymne à la mathématique* de Novalis : *"Egregie asserit Novalis poeta"* :

> Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaft überhaupt. Alle Wissenschaften müssen daher streben, Mathematik zu werden. / Le concept des mathématiques est le concept capital de la science. Toutes les sciences doivent tendre à devenir mathématiques. / [cité dans Jahnke 1989, 170]

On peut alors comprendre la réussite exemplaire du *Journal de Crelle* comme la rencontre heureuse d'un esprit d'époque (*Zeitgeist*) en pleine ébullition et d'une personnalité remarquable qui a su en canaliser les énergies, les idées, les lignes de force. Contrairement à Hindenburg, Crelle n'a pas voulu faire de son journal le propagateur de ses propres idées. Une des originalités du *Journal de Crelle* c'est que Crelle y écrit peu d'articles, principalement des énoncés de problèmes. Il s'efface totalement derrière ses auteurs. Contrairement à Gergonne il travaille *entouré* d'amis, de savants, d'artistes, dont il favorise les échanges. Il habite et dirige l'édition du Journal dans une grande ville, Berlin, haut lieu du développement culturel et scientifique du 19e siècle en Allemagne.

Voyons un peu plus en détail les circonstances de cette réussite.

3. La réussite du Journal de Crelle

Elle tient en au moins quatre facteurs aux effets conjugués : d'abord à une personnalité humaine très riche, attachante, à la fois opiniâtre et en même temps très souple ; cette personnalité était très impliquée dans la vie sociale et culturelle de son temps, tant celle de l'Allemagne que de l'étranger ; elle était partie prenante dans le développement de la science de son temps et particulièrement dans les mathématiques, même si Crelle n'a pas marqué ce développement par des travaux ou des découvertes significatifs ; enfin, Crelle a joué un rôle important dans la mise en place des nouvelles institutions universitaires qui ont entouré la fameuse réforme de Humboldt de 1810.

3.1. La personnalité de Crelle (1780-1855)

Toutes les personnes qui ont fréquenté Crelle soulignent l'extrême cordialité du personnage. Citons simplement cette appréciation d'Abel, dans une lettre à Holmboe (janvier 1826) :

> Tu ne peux pas t'imaginer l'homme excellent qu'il est, exactement ce qu'il faut, prévenant sans faire preuve de cette effroyable politesse que vous témoignent bien des gens, d'ailleurs fort honnêtes. J'ai avec lui des rapports aussi aisés qu'avec toi ou d'autres très bons amis.

Plus important pour son journal, Crelle a un don extraordinaire pour juger des qualités des jeunes talents et pour les encourager dans leurs recherches. Peu d'éditeurs peuvent se vanter d'avoir leur nom associé à la gloire d'autant de jeunes mathématiciens que Crelle : Abel, Dirichlet, Eisenstein, Graßmann, Hesse, Jacobi, Kummer, Lobachevski, Möbius, Plücker, V. Staudt, Steiner et Weierstraß ont fait connaître leurs premiers travaux par l'intermédiaire du *Journal de Crelle*. Ce caractère très sociable n'empêchait pas une grande obstination pour la réussite de son journal. Les difficultés furent immenses, éditoriales et bien sûr financières. Une lettre de Jacobi à Crelle fait part «*du souci que vous m'avez instillé et qui certainement est partagé par tous les* cœurs analytiques, *sur l'incertitude qui pèse sur la continuation du Journal*» [Eccarius 1976, 11]. Crelle a énormément investi dans son Journal, du travail et de l'argent personnel, voire même sa santé. Mais un succès immense est venu le récompenser dès la parution du premier numéro, et l'a certainement encouragé à poursuivre. Ce succès a même tout de suite débordé les frontières allemandes, comme le rapporte A. von Humboldt à la suite d'un de ses voyages à Paris :

> Le Journal de Crelle bénéficie de la plus haute estime en France, où on le préfère au Journal de M. Gergonne. Je sais cela de mon séjour en France, où on le nomme à tout instant à l'Institut (de France, Académie des Sciences) et où MM. Laplace, Fourier, Cauchy, Poinsot, le Gendre lui ont manifesté publiquement leur témoignage d'estime. [*idem*]

3.2. Une personnalité très impliquée dans la vie sociale et culturelle de son temps

Crelle tenait salon, tous les lundis soir, comme le raconte Abel dans une lettre à Hansteen :

> Il y a chez lui une sorte d'assemblée où l'on s'occupe principalement de musique, à quoi malheureusement je ne comprends pas grand chose. Je m'y amuse bien tout de même car j'y rencontre toujours quelques jeunes mathématiciens avec qui causer. Chez Crelle il y avait aussi auparavant une réunion hebdomadaire de mathématiciens, mais il a été obligé de les interrompre parce qu'il y avait un nommé Ohm (Martin, un frère de Georg le physicien) avec qui personne ne pouvait s'entendre à cause de son effroyable arrogance.

Ces cercles musicaux se sont beaucoup développés en Allemagne au 19e siècle, un autre exemple célèbre, en relation avec notre sujet étant celui de Mme Dirichlet alias Rebekka Mendelsohn, une des sœurs de Felix Mendelsohn. Ils sont la traduction de ce désir de l'âme romantique allemande d'une étroite unité entre l'art et la science.

Crelle avait aussi le souci de ne pas se limiter à son environnement culturel germanique et correspondait avec de nombreux mathématiciens de langue française : Ampère, Gergonne, Legendre, Liouville, Poinsot, Poisson, Poncelet et Quetelet. En 1830 il entreprit un voyage à Paris. Il rencontra plusieurs fois Gauß à Göttingen et réussit à lui faire écrire quatre articles dans son Journal.

3.3. Acteur dans le développement des mathématiques de son temps

Sans être un mathématicien de grande importance, Crelle était très au fait des mathématiques de son temps. Il a lui-même publié avant 1826 — date de parution du premier numéro de son Journal — 12 ouvrages de mathématiques, dont la traduction de la Géométrie de Legendre et plusieurs ouvrages de Lagrange. Ses recherches personnelles étaient assez étroitement en relation avec celles de l'Ecole Combinatoire allemande, avec pour principale publication un *Essai de théorie des Facultés analytiques...* ; en 1823 (en référence à la théorie des factorielles créée par Kramp) et qu'Abel qualifiera de «*livre remarquable, surtout sous le rapport de la forme*» [Eccarius 1976, 7].

Est également à signaler, car significatif par le titre, son *Essai d'une présentation purement algébrique du calcul des grandeurs variables en accord avec l'état présent des mathématiques* (1823). Après 1826, Crelle continuera à publier régulièrement, nombre de ses publications étant consacrées à des aspects soit techniques soit pédagogiques.

3.4. Acteur dans les institutions officielles

En effet, Crelle était d'abord un important fonctionnaire du bâtiment et des travaux publics, et joua un rôle important dans la construction du chemin de fer en Allemagne dans les années 1830. Dans ce cadre, il crée un autre Journal, *Journal für die Baukunst* (un peu l'équivalent des *Annales des Ponts et chaussées*), dont il assure la publication de 1829 à 1851.

En 1828 il est nommé Conseiller privé au Ministère des Cultes, où ses activités peuvent se répartir en trois directions : il élabore un plan pour la création d'un institut polytechnique pour les mathématiques, la physique et la chimie sur le modèle de l'Ecole Polytechnique Française qui fascinait beaucoup l'intelligensia allemande avec comme vocation la formation des professeurs. Ce projet n'aboutit pas ; il met au point un projet de programme pour l'enseignement des mathématiques dans les lycées prussiens, ainsi que pour un Manuel scolaire officiel du Ministère ; enfin, il fait office de rapporteur, pendant vingt ans, pour les Manuels scolaires [Jahnke 1989, 383]. C'est donc un homme entièrement plongé à la fois par la culture et par l'action, dans son époque, qui entreprend la publication d'un *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* pour combler un vide devenu insupportable.

3.5. La création du *Journal* : les intentions

La préface au premier numéro mérite d'être citée largement :

> Il n'y a pas un domaine significatif du savoir qui n'ait pas aussi sa publication en allemand. Seule la mathématique, immense et illimitée, cette science élevée au dessus du temps et du lieu, au-dessus des opinions et des passions, qui parmi toutes, est celle qui est le mieux en étroite parenté avec la vérité, elle seule n'a pas son Journal. Depuis 16 ans existe sans interruption en français un journal mathématique : *Les annales de mathématiques pures et appliquées*, ouvrage périodique rédigé par M. Gergonne à Montpellier, et un autre à Bruxelles est en voie de naître.
>
> Même dans d'autres langues, il ne manque pas de possibilités de publier des articles mathématiques isolés. Seule, en allemand cette possibilité n'existe pas [...]
>
> Comme donc un Journal est dans les faits un moyen très efficace pour développer une science et la diffuser, pour la fermer aux influences étrangères, et la protéger des sujétions, des modes, des autorités, des écoles, des respects et la conserver dans le domaine libre de la pensée, il vaut la peine d'essayer s'il est possible de donner vie et croissance à une telle publication en langue allemande pour les mathématiques.

Puis sont énumérées les intentions de l'éditeur : viser un public très large formé non seulement de spécialistes mais qui se préoccupe autant de la *diffusion* des connaissances que de leur perfectionnement ; elle doit être libre des modes, des écoles, des habitudes, pour laisser la porte ouverte à toutes les idées nouvelles ; elle doit être ouverte aux publications étrangères mais celles-ci seront traduites ; elle comprendra aussi bien des mathématiques pures que des mathématiques appliquées ; elle diffusera des traductions ou des rééditions de textes marquants.

3.6. Le succès

Le succès dépassa largement les espérances de Crelle, manifestant combien son journal répondait à un besoin essentiel de la science du temps. Il fut double : dans l'audience et les soutiens qu'il obtint chez les savants mais aussi de la part des autorités., succès aussi dans les articles proposés qui affluaient de partout.

Néanmoins l'ouverture préconisée dans le premier éditorial ne pouvait pas ne pas avoir de conséquences. Dès le second numéro, Crelle accepte de publier des articles en langue étrangère, et celles-ci seront présentes de façon non négligeable durant toute la période où Crelle s'occupe du Journal, c'est à dire jusqu'en 1855. Durant cette période, 24% des articles furent rédigés en français, 12,7% en latin, 1,1% en anglais ou italien, soit un total de 37,8% (plus du tiers en langue non allemande).

Surtout il ne peut maintenir l'équilibre souhaité entre mathématiques pures et mathématiques appliquées. L'évolution même de cette science ne le permettait pas, mais aussi l'importance théorique du contenu des articles de mathématiques pures l'obligerons vite à choisir la voie de la spécialisation. Crelle eut l'intelligence de ne pas contrecarrer cette évolution, quitte à se replier pour les questions pratiques et techniques, sur le *Journal für die Baukunst*. Cette évolution vaudra au *Journal de Crelle* d'avoir eu la priorité de publication pour nombre de textes majeurs du 19^{me} siècle : sur la série du binôme (Abel) ; sur les fonctions elliptiques (Abel et Jacobi) ; sur la résolution des équations dont le degré dépasse 5 (Abel) ; sur la géométrie (Möbius, Poncelet, Steiner, Plücker, Grassmann...) ; sur la géométrie non euclidienne (Lobachevski) ; sur la théorie des nombres (Dirichlet, Eisenstein, Kummer) etc...

Conclusion

Le *Journal de Crelle* nous paraît ainsi être le meilleur révélateur des mutations les plus significatives du 19^{me} siècle concernant les mathématiques. Comme les autres revues, il manifeste une certaine professionnalisation dans l'exercice du métier de mathématicien. En opposition à ces revues, il enregistre la rupture avec le recours à l'intuition géométrique et entérine le concept d'une mathématique pure comme connaissance totalement *a priori*. Porté par le courant idéaliste du Romantisme allemand, Crelle défendra une conception des mathématiques qui trouve en elle-même la source de son développement. Lors de son voyage à Paris en 1830, il nous a laissé quelques notes de voyage dont voici deux extraits significatifs :

> Le véritable but des mathématiques est d'être le moyen de l'illumination de la raison et de l'exercice des forces spirituelles.
>
> On en est venu en France à un véritable préjugé contre la culture des mathématiques pures.

N'est ce pas de l'année 1830 que l'on date quelque-fois le déclin des mathématiques françaises au XIX^{ème} siècle ?

Bibliographie

Abel, Niels Henrick

1881 *Oeuvres complètes*, tome II, Christiania.

Bolzano, Bernard

1817 Rein analytischer Beweis..., Trad. fr. par J. Sebestik, *Revue d'Histoire des sciences*, t.17-1964, 136-164.

Cauchy, Augustin Louis

1811 Discours à la société académique de Cherbourg, *Oeuvres complètes*, tome XV.

1821 Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique, Analyse Algébrique, *Œuvres complètes*, II^{e} série, tome III, Paris : Gauthier-Villars, 1897.

Cavaillès, Jean

1952 *Philosophie mathématique*, Paris : Hermann.

Chasles, Michel

1837 *Aperçu historique des méthodes en géométrie*, Bruxelles, 1837 ; Réédition en fac-similé, Paris : Gabay, 1989.

Châtelet, Gilles

1993 *Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie*, Paris : Seuil.

Dedekind, Richard

1893 Vorlesungen über Zalhentheorie von P.G. Lejeune Dirichlet, *Herausgegeben und mit Zusätzen, von R. Dedekind*, Braunschweig, 1893 ; Reprint New-York, 1968.

Delambre, Jean Baptiste

1810 *Rapport historique sur les progrès des sciences mathématiques depuis 1789, et sur leur état actuel*, Introduction par J. Dhombres, Paris : Imprimerie Impériale, 1810 ; réédition 1989, Belin.

Dhombres, Jean & Otero, Mario H.

1993 Les Annales de Mathématiques pures et appliquées, le journal d'un homme seul au profit d'une communauté enseignante, in E. Ausejo, M. Hormigon (éd), *Messenger of Mathematics*, Madrid, 1-53.

Dhombres, Jean et Dhombres, Nicole

1989 *Naissance d'un nouveau pouvoir : sciences et savants en France 1793-1824*, Paris : Bibliothèque historique Payot.

Diderot, Denis

De l'interprétation de la nature, in *Œuvres philosophiques*, textes établis, avec introduction bibliographique et notes par Paul Vernière, Garnier, 1956.

Duvina, Sylvain

1994 Le Journal de Mathématiques pures et appliquées sous la férule de J. Liouville, in *Sciences et Techniques en Perspective*, Vol.28.

Dyck, Martin

1960 *Novalis and matematics*, Chapel Hill. The University of North Carolina Press.

Eccarius, Wolfgang

1976 August Leopold Crelle als Herausgeber des Crelleschen Journals, *Journal de Crelle* n°286/287, à l'occasion du 150e anniversaire de la création du *Journal*.

Galois, Evariste

1831 *Préface pour deux mémoires d'analyse pure ;* cf. publication de l'APMEP n° 48 «Présence d'Evariste Galois», 19.

Guerne, A.

1956 *Les Romantiques allemands*, Textes choisis et présentés par A. Guerne, Paris : Desclée de Brouwer.

Jahnke, H.N.

1989 *Mathematik und Bildung in der Humboldschen Reform*, Dissertation Univ. Bielefeld, Institut für Didaktik der Mathematik.

Kant, Immanuel

1781 *Critique de la Raison pure*, Trad. fr. par A. Tremesaygues et B. Pacaud, Paris : PUF, 1965.

Klügel, Georg Simon

1803 *Mathematisches Wörterbruch*, Leipzig : Schwickert, 1803-1831, Article Mathematik. Traduit par l'auteur de cet article, comme toutes les autres citations de l'original allemand.

Lagrange, Joseph Louis

1808 *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés*, Paris.

Poncelet, Jean Victor

1822 *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris : Gauthier-Villars 1822 ; rééd .1865.